

**Л. М. Монастырский, Г. С. Безуглова,
В. Е. Константинов**

ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН

ЕГЭ

ФИЗИКА

**БОЛЬШОЙ
СПРАВОЧНИК**

- ▶ **ТЕОРИЯ ПО ВСЕМ ТЕМАМ КУРСА**
- ▶ **ОБРАЗЦЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ БАЗОВОГО, ПОВЫШЕННОГО И ВЫСОКОГО УРОВНЕЙ СЛОЖНОСТИ**



Л. М. Монастырский, Г. С. Безуглова, В. Е. Константинов

ФИЗИКА

БОЛЬШОЙ СПРАВОЧНИК ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЕГЭ

Издание пятое



**ЛЕГИОН
Ростов-на-Дону
2025**

УДК 372.853

ББК 22.3я2

Ф50

Рецензенты:

Е. Ю. Романенко, учитель высшей категории,
победитель конкурса «Лучший учитель России» (2007 г.);
А. Л. Цветянский, доктор физико-математических наук,
профессор кафедры общей физики ЮФУ

Авторы:

Л. М. Монастырский, Г. С. Безуглова, В. Е. Константинов

Физика. Большой справочник для подготовки к ЕГЭ: теория, задания, образцы решений : учебное пособие / под ред. Л. М. Монастырского. — 5-е изд. — Ростов н/Д: Легион, 2024. — 464 с. — (ЕГЭ).

ISBN 978-5-9966-1797-5

Справочник содержит теоретический материал, который поможет старшеклассникам самостоятельно подготовиться к ЕГЭ по физике. В каждом разделе пособия, помимо теории, представлено большое количество заданий с решениями и методическими указаниями по их выполнению. Это позволит школьникам не только систематизировать знания, объединив теорию и практику, но и узнать алгоритмы выполнения заданий.

Работа с нашим пособием поможет выпускникам получить дополнительные баллы на экзамене при решении задач всех уровней сложности. Пособие будет полезно также учителям, готовящим своих учеников к ЕГЭ.

УДК 372.853

ББК 22.3я2

ISBN 978-5-9966-1797-5

© ООО «Легион», 2024

Оглавление

От авторов	10
С чего начать подготовку к экзамену	11
Краткие справочные данные	18
§ 1. Механика	21
1. Кинематика	21
1.1. Механическое движение и его виды	21
1.2. Относительность механического движения	22
1.3. Скорость	22
1.4. Ускорение	22
1.5. Равномерное движение	22
1.6. Прямолинейное равноускоренное движение	23
1.7. Свободное падение (ускорение свободного падения)	24
1.8. Движение тел, брошенных под углом к горизонту	26
1.9. Движение по окружности с постоянной по модулю скоростью. Центростремительное ускорение	27
Примеры решения заданий базового уровня сложности	29
Примеры решения заданий повышенного уровня сложности	33
2. Динамика	39
2.1. Инерциальные системы отсчёта. Первый закон Ньютона	39
2.2. Принцип относительности Галилея	39
2.3. Масса тела. Плотность вещества	39
2.4. Сила	39
2.5. Принцип суперпозиции сил	40
2.6. Второй закон Ньютона	41
2.7. Третий закон Ньютона	41
2.8. Закон всемирного тяготения. Искусственные спутники Земли	41
2.9. Сила тяжести	42
2.10. Вес и невесомость	42
2.11. Сила упругости. Закон Гука	42

2.12. Сила трения	43
Примеры решения заданий базового уровня сложности	45
Примеры решения заданий повышенного уровня сложности	54
Примеры решения заданий высокого уровня сложности	66
3. Статика и гидростатика	76
3.1. Давление	76
3.2. Момент силы	76
3.3. Условия равновесия твёрдого тела	76
3.4. Давление жидкости	77
3.5. Закон Паскаля	77
3.6. Закон Архимеда	78
3.7. Условие плавания тела	79
Примеры решения заданий базового уровня сложности	79
Примеры решения заданий повышенного уровня сложности	82
Примеры решения заданий высокого уровня сложности	86
4. Законы сохранения в механике	106
4.1. Импульс тела	106
4.2. Импульс системы тел	106
4.3. Закон сохранения импульса	107
4.4. Работа силы	107
4.5. Мощность	108
4.6. Работа как мера изменения энергии	108
4.7. Кинетическая энергия	108
4.8. Потенциальная энергия	109
4.9. Закон сохранения энергии в механике	109
Примеры решения заданий базового уровня сложности	109
Примеры решения заданий повышенного уровня сложности	116
Примеры решения заданий высокого уровня сложности	125
5. Механические колебания	150
5.1. Гармонические колебания, амплитуда и фаза колебаний, период колебаний, частота колебаний	150

5.2. Свободные колебания (математический и пружинный маятники)	151
5.3. Вынужденные колебания. Резонанс	152
5.4. Длины волны, звук	152
Примеры решения заданий базового уровня сложности	153
Примеры решения заданий повышенного уровня сложности	157
§ 2. Молекулярная физика. Тепловые явления	162
6. Молекулярно-кинетическая теория	162
6.1. Модели строения газов, жидкостей и твёрдых тел	162
6.2. Основы молекулярно-кинетической теории (МКТ) строения вещества	163
6.3. Тепловое движение атомов и молекул вещества. Броуновское движение. Диффузия. Экспериментальные доказательства атомистической теории взаимодействия частиц вещества	164
6.4. Модель идеального газа. Связь между давлением и средней кинетической энергией теплового движения молекул идеального газа	167
6.5. Абсолютная температура. Связь температуры со средней кинетической энергией частиц	167
6.6. Уравнение $p = nkT$, уравнение Менделеева — Клапейрона	168
6.7. Изопроцессы: изотермический, изобарный, изохорный	169
Примеры решения заданий базового уровня сложности	170
Примеры решения заданий повышенного уровня сложности	176
Примеры решения заданий высокого уровня сложности	180
7. Первый закон термодинамики	189
7.1. Внутренняя энергия. Количество теплоты, удельная теплоёмкость вещества. Работа в термодинамике. Первый закон термодинамики	189
7.2. КПД тепловой машины. Принцип действия тепловых машин	191

Примеры решения заданий базового уровня сложности	193
Примеры решения заданий повышенного уровня сложности	198
Примеры решения заданий высокого уровня сложности	203
8. Уравнение теплового баланса	209
Примеры решения заданий базового уровня сложности	210
Примеры решения заданий повышенного уровня сложности	214
Примеры решения заданий высокого уровня сложности	221
9. Насыщенные пары, влажность воздуха	230
Примеры решения заданий базового уровня сложности	231
Примеры решения заданий повышенного уровня сложности	233
Примеры решения заданий высокого уровня сложности	235
§ 3. Основы электродинамики	242
10. Электростатика	242
10.1. Электризация тел. Взаимодействие зарядов. Закон сохранения заряда. Закон Кулона	242
10.2. Действие электрического поля на электрические заряды. Напряжённость электрического поля. Принцип суперпозиции электрических полей	243
10.3. Потенциальность электростатического поля. Потенциал, разность потенциалов	244
10.4. Проводники и диэлектрики в электрическом поле	246
10.5. Электростатическая ёмкость, конденсатор. Энергия электрического поля конденсатора	248
Примеры решения заданий базового уровня сложности	249
Примеры решения заданий повышенного уровня сложности	253
Примеры решения заданий высокого уровня сложности	258
11. Постоянный электрический ток	275
11.1. Постоянный электрический ток, сила тока, напряжение. Электрическое сопротивление, закон Ома для участка цепи	275

11.2. Последовательное и параллельное соединение проводников	276
11.3. Электродвижущая сила. Закон Ома для полной цепи. Работа электрического тока. Закон Джоуля — Ленца. Мощность электрического тока	277
11.4. Носители свободных электрических зарядов в металлах, жидкостях и газах	279
Примеры решения заданий базового уровня сложности	281
Примеры решения заданий повышенного уровня сложности	289
Примеры решения заданий высокого уровня сложности	295
12. Магнитное поле, электромагнитная индукция	314
12.1. Взаимодействие магнитов. Магнитное поле проводника с током	314
12.2. Магнитный поток, явление электромагнитной индукции, закон электромагнитной индукции Фарадея ..	317
12.3. Правило Ленца, самоиндукция, индуктивность, энергия магнитного поля	318
Примеры решения заданий базового уровня сложности	319
Примеры решения заданий повышенного уровня сложности	325
Примеры решения заданий высокого уровня сложности	333
13. Электромагнитные колебания и волны	344
13.1. Свободные электромагнитные колебания, колебательный контур	344
13.2. Вынужденные электромагнитные колебания, переменный ток	344
13.3. Электромагнитные волны	347
Примеры решения заданий базового уровня сложности	348
Примеры решения заданий повышенного уровня сложности	351
Примеры решения заданий высокого уровня сложности	357
§ 4. Оптика	361
14. Геометрическая оптика	361

14.1. Прямолинейное распространение света, закон отражения света, построение изображения в плоском зеркале	361
14.2. Законы преломления, полное отражение	362
14.3. Линза. Построение изображения в линзах	363
Примеры решения заданий базового уровня сложности	367
Примеры решения заданий повышенного уровня сложности	373
Примеры решения заданий высокого уровня сложности	378
15. Элементы СТО, волновая оптика	392
15.1. Интерференция, дифракция, дисперсия света	392
15.2. Принцип относительности Эйнштейна	394
Примеры решения заданий базового уровня сложности	394
Примеры решения заданий повышенного уровня сложности	397
Примеры решения заданий высокого уровня сложности	400
§ 5. Квантовая физика	412
16. Корпускулярно-волновой дуализм, физика атома	412
16.1. Опыт Резерфорда по рассеянию альфа-частиц	412
16.2. Квантовые постулаты Бора. Испускание и поглощение света атомами	412
16.3. Фотоэффект и его законы	413
Примеры решения заданий базового уровня сложности	414
Примеры решения заданий повышенного уровня сложности	418
Примеры решения заданий высокого уровня сложности	421
17. Физика атома, физика атомного ядра	424
17.1. Спектральный анализ и его применение	424
17.2. Состав ядра атома	425
17.3. Ядерные реакции	425
17.4. Закон радиоактивного распада	426
17.5. Методы регистрации ионизирующих излучений	426
17.6. Деление ядер урана	426
17.7. Поглощённая доза излучения. Биологическое действие радиоактивных излучений	427

Примеры решения заданий базового уровня сложности	428
Примеры решения заданий повышенного уровня сложности	431
Примеры решения заданий высокого уровня сложности	433
§ 6. Астрофизика	438
18. Солнечная система	438
18.1. Законы движения планет Солнечной системы	438
18.2. Общие характеристики планет Солнечной системы	438
18.3. Планеты земной группы	439
18.4. Газовые гиганты	440
18.5. Другие объекты Солнечной системы	440
19. Звёзды	441
19.1. Классификация звёзд	441
19.2. Происхождение и эволюция Солнца и звёзд	443
20. Галактики	444
20.1. Строение галактик	444
20.2. Типы галактик	446
20.3. Закон Хаббла	447
Примеры решения заданий базового уровня сложности	448
Примеры решения заданий повышенного уровня сложности	450
Алфавитный указатель терминов	456
Список использованной литературы	462

От авторов

Справочник охватывает все разделы школьного курса физики, изучаемого с 7-го по 11-й классы.

Материал пособия сгруппирован по следующим разделам: «Механика», «Молекулярная физика. Тепловые явления», «Основы электродинамики», «Оптика», «Квантовая физика» и «Астрофизика». Внутри каждого раздела выделены подразделы, которые содержат достаточно подробный теоретический материал. В справочнике приводится также большое количество заданий разных уровней сложности — базового, повышенного и высокого, а также образцы их решения и необходимые методические указания по их выполнению.

Задания раздела «Астрофизика» не предусмотрены в спецификации ЕГЭ. Однако мы включили этот материал в пособие, так как, во-первых, он входит в школьную программу, а, во-вторых, задания по астрофизике могут вернуться в экзаменационную работу.

В конце пособия даётся алфавитный указатель терминов, который поможет быстро найти необходимую информацию.

Справочник будет полезен учащимся и учителям в течение всего периода изучения физики, но особенно — при подготовке к ВПР, ОГЭ и ЕГЭ.

Замечания и предложения, касающиеся данной книги, можно присылать на адрес электронной почты legionrus@legionrus.com.

С чего начать подготовку к экзамену

При подготовке к сдаче ЕГЭ по физике главное, на что следует обратить внимание, это:

- сущность физических явлений и процессов;
- физический смысл основных законов, понятий и величин;
- взаимные связи между объектами и явлениями.

Модели. Реальные объекты чрезвычайно сложны, связи между объектами и явлениями неисчерпаемо разнообразны. Учесть их все невозможно, поэтому при их изучении они заменяются моделями.

Примеры моделей:

- материальная точка, точечный электрический заряд;
- абсолютно твёрдое тело, свободное тело;
- идеальный газ, равновесный процесс;
- монохроматическая волна;
- инерциальная система отсчёта.

Определения. Физические величины

Модели, понятия, физические величины вводятся с помощью определений.

Определение — формулировка содержания понятия.

Физическая величина — общая в качественном отношении характеристика многих физических объектов (физических систем, их состояний и протекающих в них процессов), но индивидуальная для каждого объекта в количественном соотношении.

Таким образом, содержание физической величины (её физический смысл) складывается из качественной и количественной сторон.

*Отразить в определении **качественное** содержание физической величины — значит указать, какое свойство или процесс характеризует эта величина.*

Например, скорость механического движения характеризует быстроту изменения положения движущейся материальной точки в пространстве.

Отразить в определении количественное содержание физической величины — значит указать способ её измерения, т. е. способ количественного сравнения её с другими величинами.

Количественный физический закон — математическое соотношение, связывающее функционально зависящие физические величины.

Физические законы выполняются только при соблюдении вполне определённых идеализированных условий. Ответ на вопрос, при каких условиях выполняется данный закон, — важный момент понимания сути рассматриваемого закона, т. к. физические законы имеют вполне определённые границы применимости.

Скалярные и векторные величины

Скалярная физическая величина задаётся одним числом, не изменяющимся при переносе начала координат, а также при повороте координатных осей.

Числовое значение скалярной величины характеризуется модулем (абсолютным значением) и знаком.

Обозначение модуля: $|\pm a| = a$.

Существуют арифметические и алгебраические скалярные величины.

Первые всегда положительны по знаку: путь, масса, кинетическая энергия и др.

Вторые могут быть и положительными, и отрицательными: работа, потенциальная энергия, электродвижущая сила и др.

Векторная физическая величина. Задаётся модулем (числовым значением, абсолютным значением), направлением в пространстве и складывается с другой подобной себе величиной геометрически. Векторы обозначаются следующим образом: \vec{a} при письме или \vec{a} жирным шрифтом в печати.

Модуль вектора \vec{a} — число всегда положительное и обозначается следующим образом: $|\vec{a}|$.

Графически векторная величина изображается направленным отрезком — отрезком со стрелкой на конце (рис. 1).

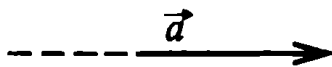


Рис. 1

Линия вектора — линия, вдоль которой направлен вектор (рис. 1).

Два вектора \vec{a} и \vec{b} равны друг другу, если они имеют одинаковые модули и одинаковые направления (рис. 2а). Векторы с одинаковыми модулями, но различными направлениями не равны (рис. 2б).

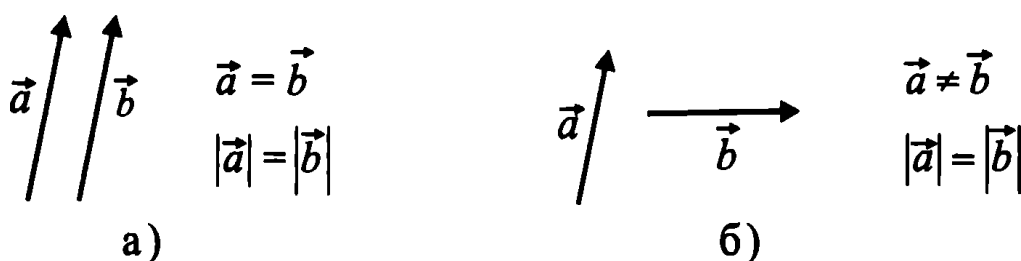


Рис. 2

Суммой векторов \vec{a} и \vec{b} называется вектор \vec{c} , который получается из векторов \vec{a} и \vec{b} по правилу треугольника или параллелограмма.

Правило треугольника. Совмещается конец одного вектора, например \vec{a} , с началом другого вектора \vec{b} ; вектор \vec{c} , соединяющий начало первого вектора с концом второго, и есть сумма векторов \vec{a} и \vec{b} (рис. 3а на с. 14).

Правило параллелограмма. Векторы \vec{a} и \vec{b} откладываются (с учётом направлений и в одинаковом масштабе) из одного общего начала, затем на этих векторах как на сторонах строится параллелограмм; вектор \vec{c} , проведённый из общего начала векторов в вершину противоположного угла параллелограмма, и есть сумма векторов \vec{a} и \vec{b} (рис. 3б на с. 14).

Для нахождения модуля вектора \vec{c} используют теорему косинусов:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \beta, \quad \beta = 180^\circ - \alpha.$$

Разностью векторов \vec{a} и \vec{b} называется вектор \vec{c} , который в сумме с вектором \vec{b} даёт вектор \vec{a} . Правило: чтобы из вектора \vec{a} вычесть вектор \vec{b} , нужно совместить начала этих векторов; вектор \vec{c} , соединяющий конец вычитаемого вектора \vec{b} с концом уменьшаемого вектора \vec{a} , и есть вектор $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$ (рис. 4 на с. 14).

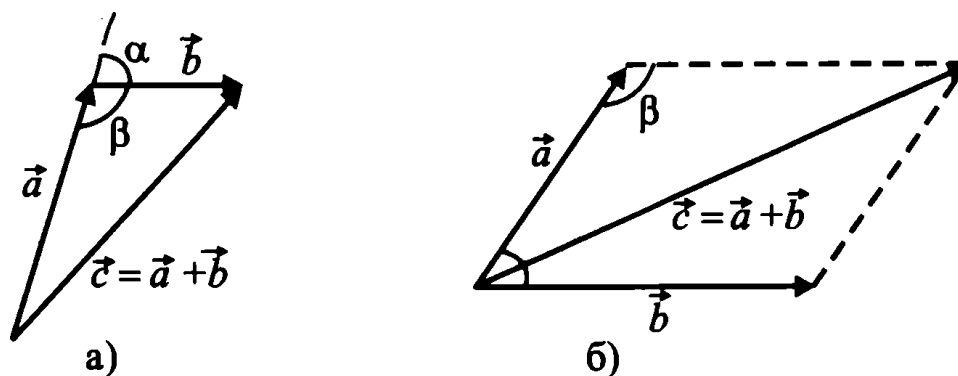


Рис. 3

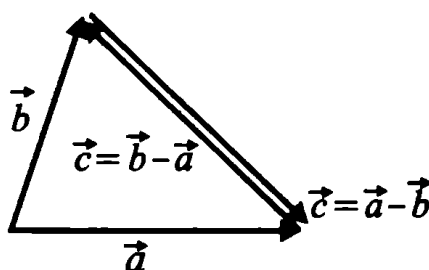


Рис. 4

Изменение физической величины характеризуется либо приращением, либо убылью.

Приращение (Δx) скалярной величины x — разность конечного x_2 и начального x_1 значений этой величины: $\Delta x = x_2 - x_1$. Аналогично для векторной величины \vec{x} : $\Delta \vec{x} = \vec{x}_2 - \vec{x}_1$.

Убыль ($-\Delta x$) скалярной величины x — разность начального x_1 и конечного x_2 значений этой величины: $(-\Delta x) = x_1 - x_2$. Аналогично для векторной величины \vec{x} : $(-\Delta \vec{x}) = \vec{x}_1 - \vec{x}_2$. Убыль есть приращение, взятое со знаком минус.

Приращение и убыль скалярной величины — числа алгебраические (могут быть положительными и отрицательными); приращение и убыль векторной величины — векторы.

ВНИМАНИЕ!

Следует отличать модуль приращения и приращение модуля векторной и скалярной величины.

Модуль приращения вектора \vec{x} : $|\Delta \vec{x}| = |\vec{x}_2 - \vec{x}_1|$.

Приращение модуля вектора \vec{x} : $\Delta |\vec{x}| = |\vec{x}_2| - |\vec{x}_1|$.

В общем случае $|\Delta \vec{x}| \neq \Delta x$.

Аналогично модуль приращения скалярной величины x :

$$|\Delta x| = |x_2 - x_1|.$$

Приращение модуля скалярной величины x : $\Delta|x| = |x_2| - |x_1|$.

Пример: Скорость тела в момент времени t_0 равна $v_0 = 8$ м/с, в момент времени t равна $v = 6$ м/с. Угол между \vec{v}_1 и \vec{v}_2 равен 90° (см. рис. 5).

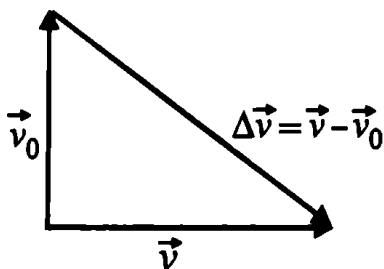


Рис. 5

Модуль $|\Delta \vec{v}|$ равен $|\Delta \vec{v}| = \sqrt{v_0^2 + v^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ м/с.

Приращение модуля скорости: $\Delta v = v - v_0 = (6 - 8)$ м/с = -2 м/с.

Проекция вектора \vec{a} на данную ось (направление) — отрезок оси, заключённый между перпендикулярами, опущенными на эту ось из начала и конца вектора (определение дано для случая, когда ось и вектор лежат в одной плоскости). Обозначается проекция той же буквой, что и сам вектор, но без стрелки и с индексом, указывающим название оси, на которую вектор спроецирован.

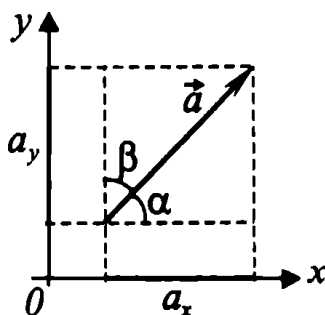


Рис. 6

Пусть вектор \vec{a} лежит в плоскости xOy (рис. 6).

Проекция вектора — величина алгебраическая. Числовое значение проекции равно произведению модуля вектора на косинус угла между направлениями вектора и оси:

$$a_x = |\vec{a}| \cos \alpha,$$

$$a_y = |\vec{a}| \cos \beta = |\vec{a}| \sin \alpha, \text{ т. к. } \beta = 90^\circ - \alpha.$$

Из этих соотношений видно, что проекция вектора **положительна**, если углы α и β — острые ($\cos \alpha > 0$, $\cos \beta > 0$), **отрицательна**, если углы α и β — тупые ($\cos \alpha < 0$, $\cos \beta < 0$), и **равна нулю**, если угол α или β равны 90° ($\cos \frac{\pi}{2} = 0$). В зависимости от углов α и β проекции принимают одно из значений в интервалах от $-|\vec{a}|$ до $+|\vec{a}|$.

Проекция на данную ось суммы (разности) векторов равна сумме (разности) проекций этих векторов (рис. 7).

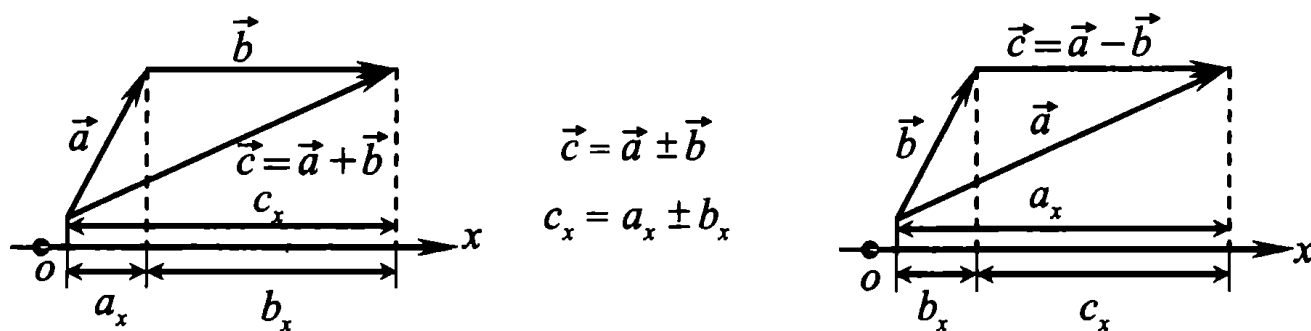


Рис. 7

Векторный или скалярный характер физической величины устанавливается экспериментально.

Графики

График функции — кривая, дающая наглядное представление о характере изменения функции в зависимости от изменения аргумента.

ВНИМАНИЕ!

Физический смысл имеют не только сами графики, но и площади под ними, наклон графиков относительно осей координат и т. д.

Рассмотрим график $v_x(t)$ проекции на ось OX вектора скорости материальной точки. Пусть он имеет вид, изображённый на рисунке 8а.

График позволяет найти:

- проекцию v_{x_1} в любой момент времени t_1 ;
- момент времени t_1 , в который проекция v_x имеет значение v_{x_1} ;

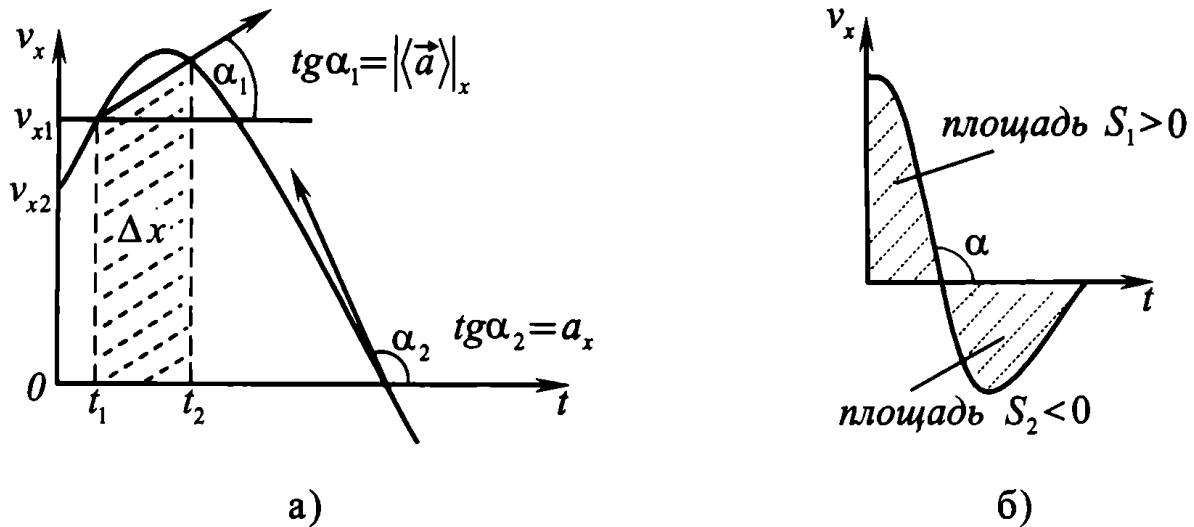


Рис. 8

— приращение координаты $\Delta x = x_2 - x_1$ за время $\Delta t = t_2 - t_1$ — это площадь криволинейной трапеции под графиком (на рис. 8а заштрихована);

— проекцию $|\langle \vec{a} \rangle|_x$ среднего ускорения $\langle \vec{a} \rangle$ за время Δt — это тангенс угла α_1 наклона к оси OX секущей, проведённой через точки графика, соответствующие моментам t_1 и t_2 : $\operatorname{tg} \alpha_1 = |\langle \vec{a} \rangle|_x$;

— проекцию a_x мгновенного ускорения \vec{a} в момент времени t — это тангенс угла наклона α_2 к оси OX касательной к графику в точке, соответствующей моменту времени t : $\operatorname{tg} \alpha_2 = a_x$.

Отметим, что:

— площади криволинейных трапеций под графиком — величины алгебраические: в I и III четвертях (квадрантах) они положительны, во II и IV четвертях — отрицательны (рис. 8б);

— секущие и касательные к графикам должны быть направлены в сторону возрастания функций (рис. 8а);

— тангенсы острых углов наклона касательных и секущих положительны: $\operatorname{tg} \alpha_1 > 0$; тангенсы тупых углов отрицательны: $\operatorname{tg} \alpha_2 < 0$.

Краткие справочные данные

Десятичные приставки

Наименование	Обозначение	Множитель
гига-	Г	10^9
мега-	М	10^6
кило-	к	10^3
гекто-	г	10^2
санти-	с	10^{-2}
милли-	м	10^{-3}
микро-	мк	10^{-6}
нано-	н	10^{-9}

Константы

Число π	$\pi = 3,14$
Ускорение свободного падения на Земле	$g = 10 \text{ м/с}^2$
Гравитационная постоянная	$G = 6,7 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$
Постоянная Больцмана	$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Постоянная Авогадро	$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ 1/моль}$
Скорость света в вакууме	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Коэффициент пропорциональности в законе Кулона	$k = 1/4\pi\epsilon_0 =$ $= 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{Кл}^2$
Элементарный электрический заряд	$e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Постоянная Планка	$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$

Масса частиц

электрона	$9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \approx 5,5 \cdot 10^{-4} \text{ а.е.м.}$
протона	$1,673 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \approx 1,007 \text{ а.е.м.}$
нейтрона	$1,675 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \approx 1,008 \text{ а.е.м.}$

Астрономические величины

средний радиус Земли	$R_{\oplus} = 6370 \text{ км}$
радиус Солнца	$R_{\odot} = 6,96 \cdot 10^8 \text{ м}$
температура поверхности Солнца	$T = 6000 \text{ К}$

Плотность (кг/м ³)			
Бензин	710	Древесина (сосна)	400
Спирт	800	Парафин	900
Керосин	800	Лёд	900
Масло машинное	900	Алюминий	2700
Вода	1000	Мрамор	2700
Молоко цельное	1030	Цинк	7100
Вода морская	1030	Сталь, железо	7800
Глицерин	1260	Медь	8900
Ртуть	13600	Свинец	11350

Удельная теплоёмкость (Дж/(кг · град))			
Вода	4200	Спирт	2400
Лёд	2100	Алюминий	900
Сталь	500	Цинк	400
Медь	380	Олово	230
Свинец	130	Бронза	420
Серебро	230	Железо	460

Удельная теплота плавления (Дж/кг)			
Свинец	$25 \cdot 10^3$	Сталь	$78 \cdot 10^3$
Олово	$59 \cdot 10^3$	Лёд	$33 \cdot 10^4$

Удельная теплота парообразования (Дж/кг)			
Вода	$2,3 \cdot 10^6$	Спирт	$9,0 \cdot 10^5$

Удельная теплота сгорания (Дж/кг)			
Спирт	$2,9 \cdot 10^7$	Керосин	$4,6 \cdot 10^7$
Бензин	$4,6 \cdot 10^7$	Уголь	$2,9 \cdot 10^7$

Температура плавления (°C)			
Свинец	327	Олово	232
Лёд	0		

Температура кипения (°C)		
Вода	100	Спирт
		78

Удельное электрическое сопротивление (Ом · мм ² /м) (при 20 °С)			
Серебро	0,016	Никелин	0,4
Медь	0,017	Нихром (сплав)	1,1
Алюминий	0,028	Фехраль	1,2
Железо	0,10		

Нормальные условия			
давление	$P_0 = 10^5$ Па,	температура	$T_0 = 273$ К = 0°С

Молярная масса (кг/моль)			
Азот	$28 \cdot 10^{-3}$	Гелий	$4 \cdot 10^{-3}$
Аргон	$40 \cdot 10^{-3}$	Кислород	$32 \cdot 10^{-3}$
Водород	$2 \cdot 10^{-3}$	Литий	$6 \cdot 10^{-3}$
Воздух	$29 \cdot 10^{-3}$	Неон	$20 \cdot 10^{-3}$
Вода	$18 \cdot 10^{-3}$	Углекислый газ	$44 \cdot 10^{-3}$

Психрометрическая таблица											
Показания сухого термо- метра, °С	Разность показаний сухого и влажного термометров, °С										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Относительная влажность, %										
0	100	81	63	45	28	11	—	—	—	—	—
2	100	84	68	51	35	20	—	—	—	—	—
4	100	85	70	56	42	28	14	—	—	—	—
6	100	86	73	60	47	35	23	10	—	—	—
8	100	87	75	63	51	40	28	18	7	—	—
10	100	88	76	65	54	44	34	24	14	5	—
12	100	89	78	68	57	48	38	29	20	11	—
14	100	89	79	70	60	51	42	34	25	17	9
16	100	90	81	71	62	54	45	37	30	22	15
18	100	91	82	73	65	56	49	41	34	27	20
20	100	91	83	74	66	59	51	44	37	30	24
22	100	92	83	76	68	61	54	47	40	34	28
24	100	92	84	77	69	62	56	49	43	37	31
26	100	92	85	78	71	64	58	51	46	40	34
28	100	93	85	78	72	65	59	53	48	42	37

§ 1. Механика

1. Кинематика

1.1. Механическое движение и его виды

Часть механики, в которой изучают движение, не рассматривая причины, определяющие характер движения, называют **кинематикой**.

Механическим движением называют изменение положения тела в пространстве относительно других тел.

Системой отсчёта называют тело отсчёта, связанную с ним систему координат и часы.

Телом отсчёта называют тело, относительно которого рассматривают положение других тел.

Материальной точкой называют тело, размерами которого в данной задаче можно пренебречь.

Траекторией называют мысленную линию, которую при своём движении описывает материальная точка.

По форме траектории движение делится на:

- а) прямолинейное — траектория представляет собой отрезок прямой;
- б) криволинейное — траектория представляет собой отрезок кривой.

Путь — длина траектории, которую описывает материальная точка за данный промежуток времени. Это скалярная величина.

Перемещение — вектор, соединяющий начальное положение материальной точки с её конечным положением (см. рис. 9).

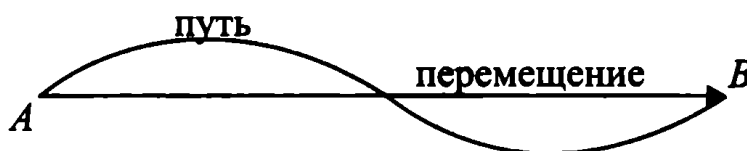


Рис. 9

1.2. Относительность механического движения

Относительностью механического движения называют зависимость пути, перемещения и скорости одной и той же материальной точки от выбора системы отсчёта.

Сложение скоростей: скорость тела \vec{v} в неподвижной системе отсчёта равна сумме скорости этого тела \vec{v}_1 в подвижной системе отсчёта и скорости \vec{v}_2 подвижной системы отсчёта относительно неподвижной:

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2.$$

1.3. Скорость

Скоростью равномерного движения называют отношение перемещения ко времени, за которое это перемещение произошло.

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{x}}{t}, \quad [v] = \text{м/с}.$$

1.4. Ускорение

Ускорением называют отношение изменения мгновенной скорости тела ко времени, за которое это изменение произошло.

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t} = \frac{\Delta \vec{v}}{t}, \quad [a] = \text{м/с}^2.$$

Здесь v — скорость движения, v_0 — начальная скорость движения.

1.5. Равномерное движение

Равномерным движением называют движение, при котором материальная точка за любые равные промежутки времени совершает одинаковые перемещения.

Зависимость координаты тела от времени в равномерном движении имеет вид

$$x = x_0 + vt.$$

Зависимость пути от времени в равномерном движении имеет вид

$$S = |x - x_0| = vt.$$

Графики зависимостей характеристик прямолинейного движения от времени см. на рисунке 10.

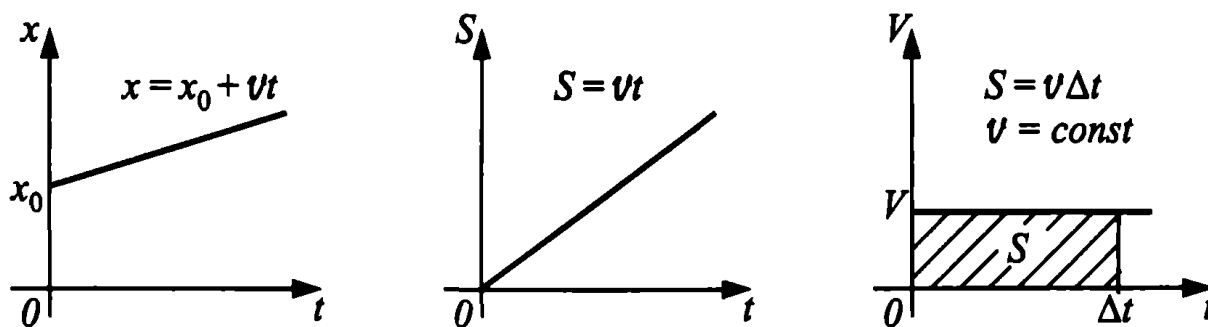


Рис. 10

1.6. Прямолинейное равноускоренное движение

Мгновенной скоростью называют скорость тела в данной точке траектории или в данный момент времени.

Равноускоренное движение — это движение, при котором мгновенная скорость за любые равные промежутки времени изменяется одинаково.

Зависимость модуля перемещения от времени при равноускоренном движении имеет вид

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

Зависимость пути от времени при равноускоренном движении имеет вид

$$S = v_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

Зависимость модуля скорости от времени при равноускоренном движении имеет вид

$$v = v_0 + at,$$

где v_0 — начальная скорость, a — ускорение тела.

Формула скорости при равноускоренном движении:

$$v^2 - v_0^2 = 2aS.$$

Графики зависимостей характеристик равноускоренного движения от времени изображены на рисунке 11.

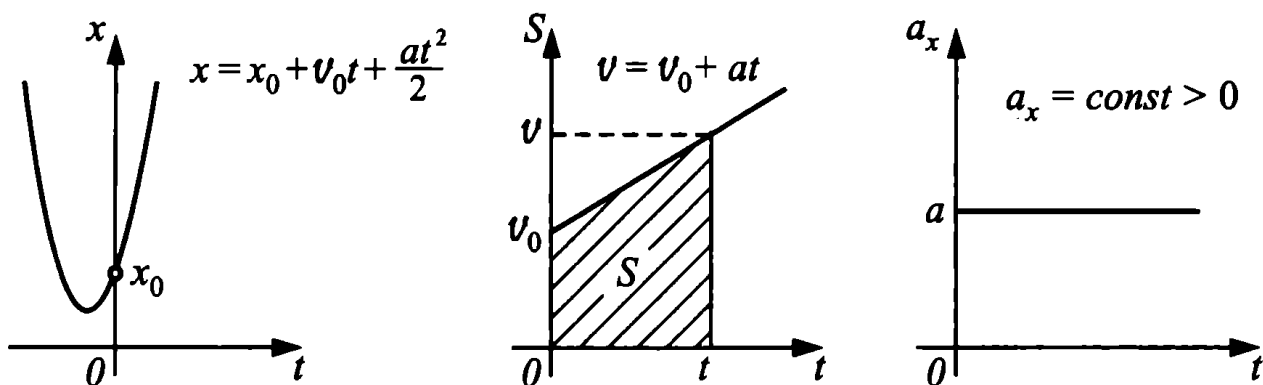


Рис. 11

Графики зависимостей характеристик прямолинейного равнозамедленного движения от времени изображены на рисунке 12.

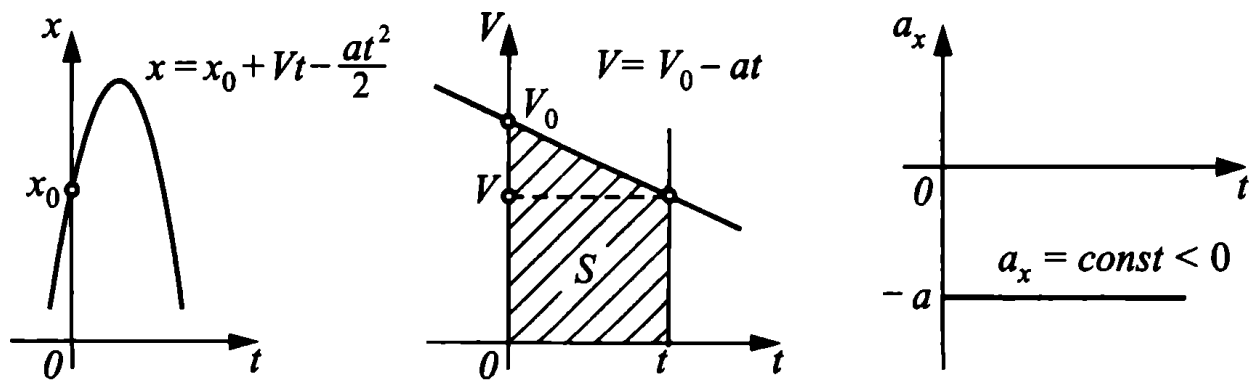


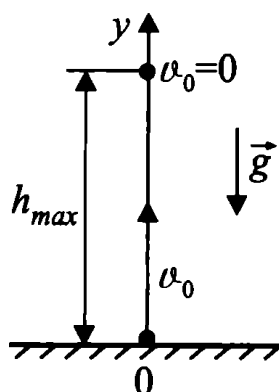
Рис. 12

1.7. Свободное падение (ускорение свободного падения)

Свободным падением называют равноускоренное движение с постоянным ускорением $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ *, не зависящим от массы падающего тела.

*В заданиях ЕГЭ ускорение свободного падения принимают $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Движение тела, брошенного вертикально вверх



Уравнение координаты

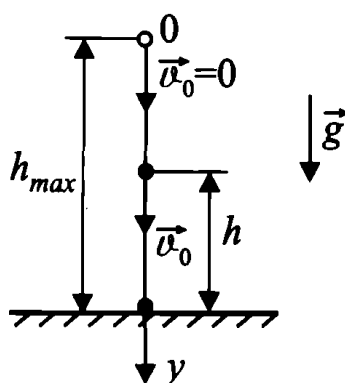
$$y = y_0 + v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

Уравнение пути ($S = h$)

$$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

	при $v_0 \neq 0$	при $v_0 = 0$
Уравнение скорости	$v = v_0 - gt$	$t_{max} = \frac{v_0}{g}$
	$v^2 - v_0^2 = -2gh$	$h_{max} = \frac{v_0^2}{2g}$

Движение тела, брошенного вертикально вниз



	при $v_0 \neq 0$	при $v_0 = 0$
Уравнение координаты	$y = y_0 + v_0 t + \frac{gt^2}{2}$	$y = y_0 + \frac{gt^2}{2}$
Уравнение пути ($S=h$)	$h = v_0 t + \frac{gt^2}{2}$	$h = \frac{gt^2}{2}$
Уравнение скорости	$v = v_0 + gt$	$v = gt$
	$v^2 - v_0^2 = 2gh$	$v^2 = 2gh$

1.8. Движение тел, брошенных под углом к горизонту

Движение тела, брошенного под углом к горизонту (см. рис. 13), можно рассматривать как сумму двух независимых движений: движение вдоль линии горизонта (равномерное движение) и перпендикулярно линии горизонта (свободное падение).

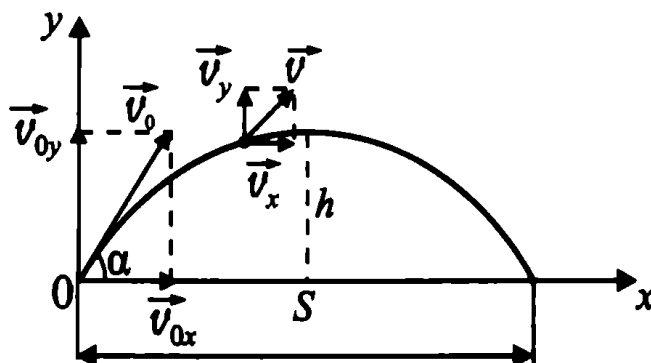


Рис. 13

Зависимость координаты от времени вдоль оси OX

$$x = v_0 t \cos \alpha.$$

Зависимость координаты от времени вдоль оси OY

$$y = v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}.$$

Общее время полёта

$$t_{\text{общ.}} = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}.$$

Время подъёма на максимальную высоту

$$t_{\text{общ.}} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}.$$

Дальность полёта

$$x = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}.$$

Максимальная высота подъёма

$$y = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}.$$

Движение тела, брошенного горизонтально

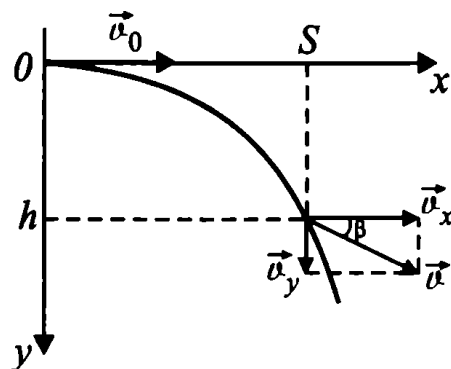


Рис. 14

Мгновенная скорость $\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y$	Горизонтальная скорость $v_x = v_0$
Вертикальная скорость $v_y = gt$	Модуль скорости $v = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}$
Уравнение координат точки $x = x_0 + v_0 t; \quad y = y_0 + \frac{gt^2}{2}$	Уравнение пути $S = v_0 t; \quad h = \frac{gt^2}{2}$
Уравнение скорости $v_x = v_0; \quad v_y = gt$	

1.9. Движение по окружности с постоянной по модулю скоростью. Центробежное ускорение

Период обращения T — промежуток времени, в течение которого материальная точка совершает один полный оборот.

Период можно определить по формуле

$$T = \frac{t}{n}.$$

Здесь n — число оборотов за время t .

Частота обращения ν — это число оборотов, совершаемых материальной точкой при равномерном движении по окружности за единицу времени.

$$\nu = \frac{1}{T}, \quad [n] = 1 \text{ с}^{-1} = \text{Гц}.$$

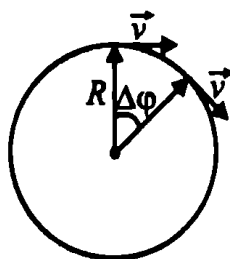


Рис. 15

Перемещение тела описывается поворотом радиуса. Отношение угла поворота радиуса к промежутку времени, в течение которого этот поворот произошёл (см. рис. 15), характеризует быстроту перемещения тела по окружности и носит название **угловой скорости**:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{t}, \quad [\omega] = \text{с}^{-1}.$$

Здесь $\Delta\varphi$ — угол поворота за время t .

Для линейной скорости при движении по окружности справедлива формула

$$v = \frac{2\pi \cdot R}{T}.$$

Связь угловой и линейной скоростей

$$v = \omega \cdot R.$$

Ускорение тела при движении по окружности с постоянной по модулю скоростью центростремительное, т. е. в любой точке окружности направлено по радиусу к её центру.

Модуль центростремительного ускорения

$$a = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R.$$

Примеры решения заданий базового уровня сложности

Задача 1

На рисунке 16 приведён график зависимости проекции скорости v на некоторую ось от времени t . Найдите путь, пройденный телом в интервале времени от 4 до 6 с.

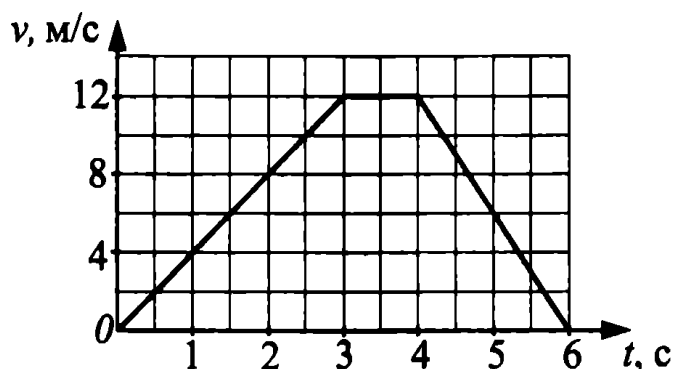


Рис. 16

Решение. Найдём путь графически. Путь равен площади фигуры под графиком скорости в интервале времени от 4 с до 6 с — площади прямоугольного треугольника с катетами 2 с и 12 м/с:

$$S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 12 = 12 \text{ м.}$$

Ответ: 12 м.

Задача 2

Тела 1 и 2 движутся вдоль оси x с постоянной скоростью. На рисунке 17 (см. с. 30) изображены графики зависимости координат движущихся тел 1 и 2 от времени t . Определите, в какой момент времени t первое тело догонит второе.

Решение. Скорость первого тела

$$v_1 = \frac{x_1(4) - x_1(0)}{4} = \frac{40}{4} = 10 \text{ (м/с)},$$

скорость второго тела

$$v_2 = \frac{x_2(3) - x_2(0)}{3} = \frac{60 - 40}{3} = \frac{20}{3} \text{ (м/с)}.$$

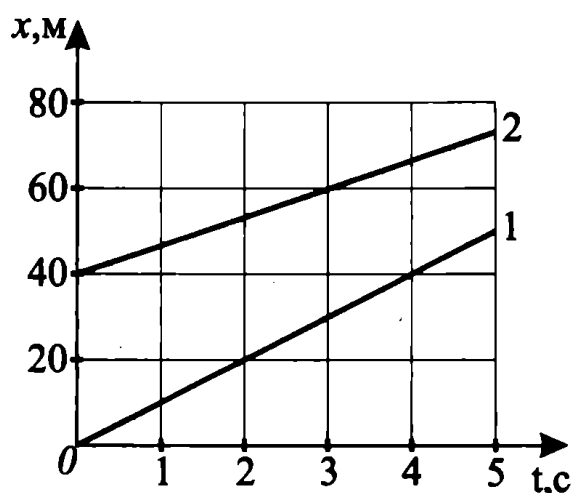


Рис. 17

Скорость сближения тел

$$v = v_1 - v_2 = 10 - \frac{20}{3} = \frac{10}{3} \text{ (м/с)}.$$

Начальное расстояние $L = 40$ м, время уменьшения его до нуля

$$t = \frac{L}{v} = \frac{40 \cdot 3}{10} = 12 \text{ с}.$$

Ответ: 12 с.

Задача 3

На рисунке 18 представлены графики зависимости проекции скорости от времени для двух тел. Чему равно отношение ускорения второго тела к ускорению первого?

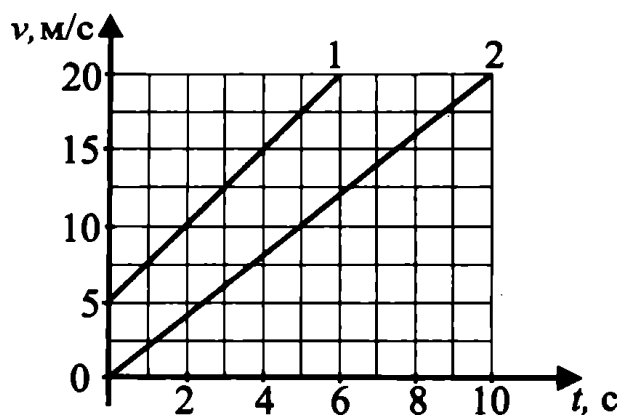


Рис. 18

Решение. Ускорение тела $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$.

Для первого тела при $\Delta t_1 = 6$ с, $\Delta v_1 = 15$ м/с, тогда $a_1 = \frac{15}{6} = 2,5$ (м/с²).

Для второго тела при $\Delta t_2 = 10$ с, $\Delta v_2 = 20$ м/с, тогда $a_2 = \frac{20}{10} = 2$ (м/с²).

Отношение $\frac{a_2}{a_1} = \frac{2}{2,5} = 0,8$.

Ответ: 0,8.

Задача 4

Чему равно центростремительное ускорение автомобиля, движущегося по закруглению радиусом 800 м со скоростью 72 км/ч?

Решение. Центростремительное ускорение тела, движущегося по окружности радиусом R со скоростью v , можно найти по формуле

$$a = \frac{v^2}{R}.$$

Учтём, что 72 км/ч = 20 м/с.

$$a = \frac{400}{800} = 0,5 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

Ответ: 0,5 м/с².

Задача 5

На рисунке 19 представлен график движения автобуса из пункта А в пункт Б и обратно. Пункт А находится в точке $x = 0$, а пункт Б — в точке $x = 45$ км. Чему равна максимальная скорость автобуса на всём пути следования туда и обратно?

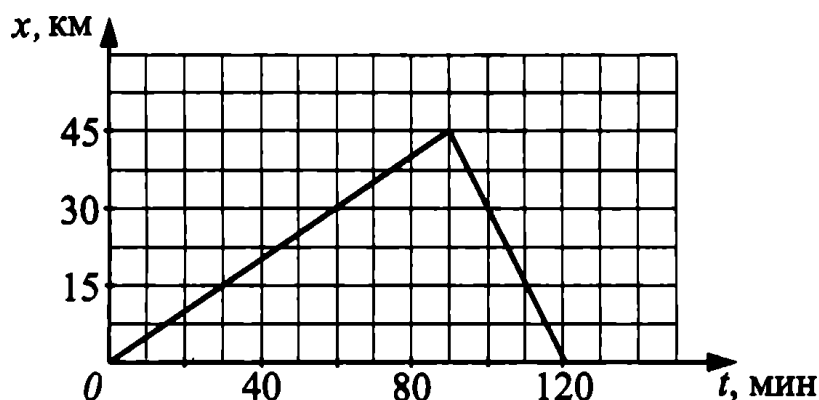


Рис. 19

Решение. Из графика следует, что путь из пункта А в пункт Б автобус проделал за 1,5 часа, двигаясь с постоянной скоростью

$$v_{AB} = \frac{S}{t} = \frac{45}{1,5} = 30 \text{ (км/ч)}.$$

Путь обратно занял полчаса. Следовательно, автобус ехал со скоростью

$$v_{BA} = \frac{S}{t} = \frac{45}{0,5} = 90 \text{ (км/ч)}.$$

Ответ: 90 км/ч.

Задача 6

Установите соответствие между зависимостью координаты тела от времени (все величины выражены в СИ) и значениями проекций его начальной скорости и ускорения.

К каждой позиции первого столбца подберите соответствующую позицию из второго столбца и запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

Координата	Начальная скорость, ускорение
А) $x = 3 + 4 \cdot t - 2 \cdot t^2$	1) $v_{0x} = 4 \text{ м/с}, a_x = -4 \text{ м/с}^2$
Б) $x = 1 + 3 \cdot t$	2) $v_{0x} = 4 \text{ м/с}, a_x = -2 \text{ м/с}^2$
	3) $v_{0x} = 3 \text{ м/с}, a_x = 0$
	4) $v_{0x} = 1 \text{ м/с}, a_x = 3 \text{ м/с}^2$

Решение. Формула нахождения координаты тела, движущегося с постоянным ускорением:

$$x = x_0 + v_{0x}t - \frac{a_x t^2}{2}.$$

А) $x_0 = 0 \text{ м}; v_{0x} = 4 \text{ м/с}; a_x = -4 \text{ м/с}^2$.

Б) $x_0 = 1 \text{ м}; v_{0x} = 3 \text{ м/с}; a_x = 0 \text{ м/с}^2$.

Ответ: 13.

Задача 7

Для изучения движения тела, брошенного горизонтально, с балкона несколько раз бросают мяч, увеличивая его начальную скорость. Как при этом будут изменяться время падения мяча и скорость в момент удара о землю?

Для каждой величины подберите соответствующий характер изменения:

- 1) увеличится
- 2) уменьшится
- 3) не изменится

Запишите в таблицу выбранные цифры для каждой физической величины. Цифры в ответе могут повторяться.

Время падения	Скорость в момент удара о землю

Решение. Время вертикального движения не будет зависеть от величины горизонтальной скорости. Скорость к моменту удара о землю определяется геометрической суммой вертикальной и горизонтальной компонент скорости. Поэтому при неизменной вертикальной составляющей за счёт роста горизонтальной модуль результирующей скорости будет увеличиваться.

Ответ: 31.

Примеры решения заданий повышенного уровня сложности

Задача 8

Автомобиль, движущийся со скоростью 60 км/ч, останавливается перед светофором за 2 с. Чему равен тормозной путь автомобиля? Ответ округлите до целых.

Решение. Найдём ускорение автомобиля (см. рис. 20).

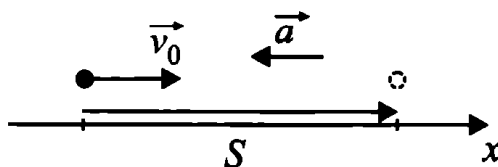


Рис. 20

Скорость автомобиля в конечный момент времени равна нулю, поэтому

$$Ox: \quad v_0 - at = 0,$$

откуда

$$a = \frac{v_0}{t},$$

$$a = \frac{60 \cdot \frac{1000}{3600}}{2} = 8,3 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

Тормозной путь

$$S = v_0 t - \frac{at^2}{2},$$

$$S = 60 \cdot \frac{1000}{3600} \cdot 2 - \frac{8,3 \cdot 2^2}{2} \approx 17 \text{ (м)}.$$

Ответ: 17 м.

Задача 9

Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 90 км/ч, вторую — со скоростью 60 км/ч. Какова средняя скорость движения автомобиля?

Решение. Средняя скорость автомобиля

$$v_{\text{ср}} = \frac{S}{t},$$

где $t = t_1 + t_2$.

Время, в течение которого автомобиль ехал со скоростью v_1 ,

$$t_1 = \frac{\frac{S}{2}}{v_1} = \frac{S}{2v_1}.$$

Аналогично

$$t_2 = \frac{\frac{S}{2}}{v_2} = \frac{S}{2v_2}.$$

Получаем

$$v_{\text{ср}} = \frac{S}{\frac{S}{2v_1} + \frac{S}{2v_2}} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}.$$

Окончательно получим $v_{\text{ср}} = \frac{2 \cdot 90 \cdot 60}{150} = 72 \text{ (км/ч)}.$

Ответ: 72 км/ч.

Задача 10

Мяч брошен горизонтально из окна со скоростью $V_0 = 10$ м/с. На каком расстоянии упадёт мяч, если окно находится на высоте 45 м?

Решение. Запишем, как меняются координаты тела во время полёта (см. рис. 21):

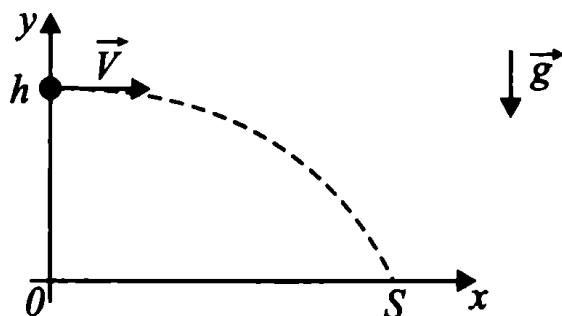


Рис. 21

$$Ox: x = Vt,$$

$$Oy: y = h - \frac{gt^2}{2}.$$

Найдём время, за которое тело упадёт на землю: $\frac{gt^2}{2} = h$, $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$.

За это время вдоль горизонтальной оси тело улетит на расстояние

$$S = Vt = V\sqrt{\frac{2h}{g}},$$

$$S = 10 \cdot \sqrt{\frac{90}{10}} = 30 \text{ (м)}.$$

Ответ: 30 м.

Задача 11

Мимо остановки по прямой улице проезжает грузовик со скоростью 10 м/с. Через некоторое время τ от остановки вдогонку грузовику отъезжает мотоциклист, движущийся с постоянным ускорением 3 м/с². Он догоняет грузовик на расстоянии 150 м от остановки. Чему равно τ ?

Решение. Пусть ось Ox направлена в сторону движения тел, её начало совместим с остановкой. Отсчёт времени будем вести с момента начала движения мотоциклиста.

Тогда

$x_1 = V(t + \tau)$ — зависимость от времени координаты грузовика,

$x_2 = \frac{at^2}{2}$ — зависимость от времени координаты мотоциклиста.

В момент, когда мотоциклист догонит грузовик, координаты обоих тел примут одинаковое значение: $x_1 = x_2 = S = 150$ м — по условию.

Отсюда

$S = \frac{at^2}{2} \Rightarrow t^2 = \frac{2S}{a}; t = \sqrt{\frac{2S}{a}}$ — время движения мотоциклиста до встречи с грузовиком.

$$S = V(t + \tau) \Rightarrow t + \tau = \frac{S}{V};$$

$$\tau = \frac{S}{V} - t = \frac{S}{V} - \sqrt{\frac{2S}{a}} = \frac{150 \text{ м}}{10 \text{ м/с}} - \sqrt{\frac{2 \cdot 150 \text{ м}}{3 \text{ м/с}^2}} = 5 \text{ (с)}.$$

Ответ: 5 с.

Задача 12

Свободно падающее тело затрачивает на движение 3 с. С какой высоты упало тело?

Решение. Найдём высоту h (см. рис. 22).

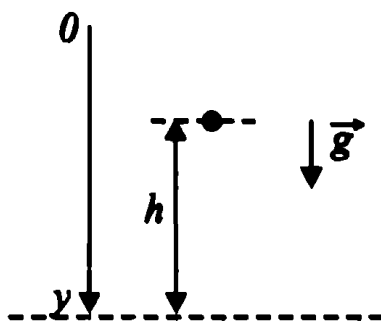


Рис. 22

$$\text{Оу: } h = v_0 t + \frac{gt^2}{2},$$

$$v_0 = 0 \Rightarrow h = \frac{gt^2}{2}.$$

$$h = \frac{10 \cdot 3^2}{2} = 45 \text{ (м)}.$$

Ответ: 45 м.

Задача 13

На рисунке 23 представлены графики зависимости проекции скорости v на некоторую ось от времени t для пяти тел.

Из приведённого ниже списка на основании анализа представленных графиков выберите все верные утверждения. Запишите цифры, под которыми они указаны.

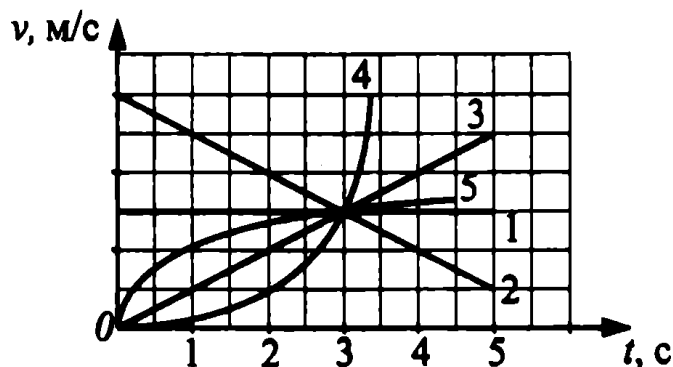


Рис. 23

- 1) Наибольшей начальной скоростью обладало второе тело.
- 2) Первое тело покоится.
- 3) Наименьший путь за первые три секунды прошло второе тело.
- 4) Третье тело движется равноускоренно.
- 5) Пятое тело совершает равнопеременное движение.

Решение. Анализируя представленные графики зависимости скорости от времени, видим, что начальная скорость 3–5-го тел равна нулю. Отличны от нуля начальные скорости первого и второго тел, причём начальная скорость второго тела в два раза больше начальной скорости первого тела.

График зависимости третьего тела от времени представляет собой прямую, проходящую через начало координат и образующую острый угол с осью абсцисс, следовательно, $v = at$, а значит, движение третьего тела равноускоренное.

Ответ: 14.

Задача 14

На рисунке 24 (см. с. 38) представлен график зависимости проекции скорости V на ось Ox от времени t для тела, движущегося прямолинейно.

Используя данные графика, выберите из предложенного перечня все верные утверждения. Запишите цифры, под которыми они указаны.

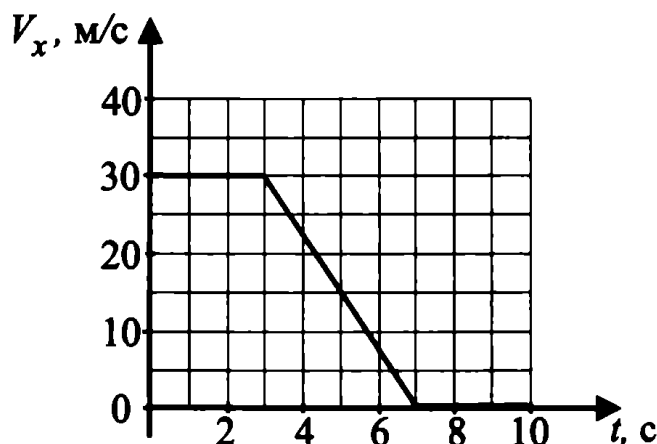


Рис. 24

- 1) Первые три секунды тело двигалось с постоянной скоростью.
- 2) С 3-й по 7-ю секунду тело двигалось равноускоренно с ускорением $7,5 \text{ м/с}^2$.
- 3) Расстояние, пройденное телом с 3-й по 7-ю секунду, можно найти по формуле $S = 30t - 3,75t^2$.
- 4) За первые три секунды тело переместилось на 90 м.
- 5) С 7-й по 10-ю секунду тело двигалось с постоянной скоростью.

Решение. Проверим каждый из предложенных вариантов ответа.

- 1) Первые три секунды тело двигалось с постоянной скоростью, равной 30 м/с .
- 2) С 3-й по 7-ю секунду тело двигалось с ускорением $-7,5 \text{ м/с}^2$.
- 3) С 3-й по 7-ю секунду тело двигалось равноускоренно. Его перемещение можно найти по формуле $S = V_{0x}t + \frac{at^2}{2} = 30t - 3,75t^2$.
- 4) Первые три секунды тело двигалось с постоянной скоростью. Следовательно, перемещение можно найти по формуле $S = V_{0x}t = 30t = 90 \text{ (м)}$.
- 5) С 7-й по 10-ю секунду тело не двигалось.

Следовательно, правильные варианты ответа расположены под номерами 1, 3 и 4.

Ответ: 134.

2. Динамика

2.1. Инерциальные системы отсчёта. Первый закон Ньютона

Часть механики, изучающая причины, вызвавшие тот или иной характер движения, называется *динамикой*.

Первый закон Ньютона:

если на данное тело не действуют другие тела или действие других тел скомпенсировано, то это тело либо покоится, либо движется равномерно и прямолинейно.

Свойство тела сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения при уравновешенных внешних силах, действующих на него, называется инертностью.

Явление сохранения скорости тела при уравновешенных внешних силах называют *инерцией*.

Инерциальными системами отсчёта называют системы, в которых выполняются законы Ньютона.

2.2. Принцип относительности Галилея

Принцип относительности Галилея:

во всех инерциальных системах отсчёта при одинаковых начальных условиях все механические явления протекают одинаково, т. е. подчиняются одинаковым законам.

2.3. Масса тела. Плотность вещества

Масса — мера инертности тела.

Плотность вещества

$$\rho = \frac{m}{V} \left[\frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right],$$

где m — масса тела, V — объём тела.

2.4. Сила

Сила — это векторная физическая величина, являющаяся количественной мерой взаимодействия тел.

Сила имеет:

— точку приложения, которую можно передвигать по линии действия силы;

— определённое значение;

— направление.

Единица силы — 1 *ньютон* (1 Н).

Размерность силы $[F] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}$.

2.5. Принцип суперпозиции сил

Принцип суперпозиции состоит в сложении сил, действующих на тело:

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots$$

Если на тело действует несколько сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$, то их можно заменить одной равнодействующей силой \vec{F}_R , которая равна векторной сумме всех сил, действующих на тело (см. рис. 25).

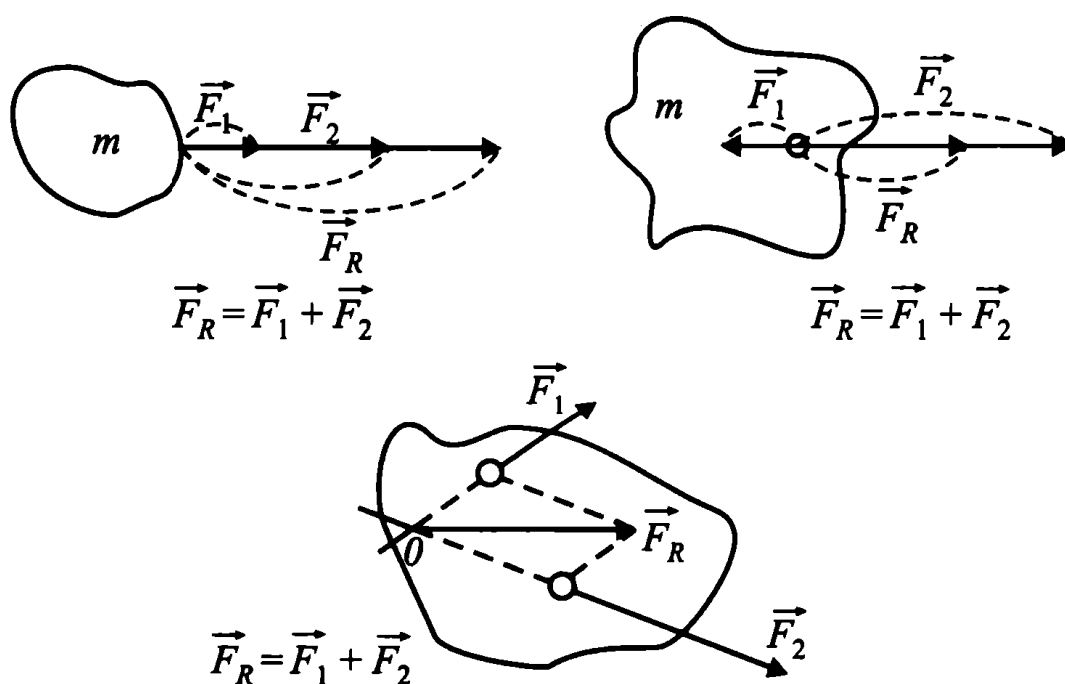


Рис. 25

Сложение сил \vec{F}_R находится по правилам сложения векторов и равно геометрической сумме действующих на тело сил.

2.6. Второй закон Ньютона

Второй закон Ньютона:

ускорение тела прямо пропорционально действующей на него силе и обратно пропорционально массе тела:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

2.7. Третий закон Ньютона

Третий закон Ньютона:

силы, с которыми два тела действуют друг на друга, расположены на одной прямой, равны по модулю и противоположны по направлению:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2.$$

2.8. Закон всемирного тяготения. Искусственные спутники Земли

Гравитационными силами называют силы, с которыми любые два тела, обладающие массой, притягиваются друг к другу.

Закон всемирного тяготения:

любые материальные точки притягиваются друг к другу с силами, прямо пропорциональными произведению их масс и обратно пропорциональными квадрату расстояния между ними. Модуль этих сил

$$F = G \frac{m_1 m_2}{R^2},$$

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$ — гравитационная постоянная.

Искусственный спутник Земли — тело, имеющее скорость v_1 , достаточную для того, чтобы двигаться по окружности вокруг Земли.

На спутник Земли действует только одна сила — сила земного тяготения, направленная к центру Земли.

Первая космическая скорость — скорость, которую надо сообщить телу, чтобы оно обращалось вокруг планеты по круговой орбите.

$$v_1 = \sqrt{gR},$$

где R — расстояние от центра планеты до спутника.

Для Земли вблизи её поверхности первая космическая скорость

$$v_1 = 7,8 \text{ км/с.}$$

2.9. Сила тяжести

Сила тяжести — вертикальная составляющая силы земного тяготения:

$$F_T = mg.$$

2.10. Вес и невесомость

Весом тела P называют силу, с которой тело вследствие притяжения Земли действует на опору или подвес.

Если опора движется равномерно и прямолинейно или находится в состоянии покоя, то вес тела равен по модулю силе тяжести:

$$P = F_T = mg.$$

Если тело на опоре или подвесе движется по вертикали с ускорением, то его вес будет изменяться.

При движении тела с ускорением вверх его вес

$$P = m(g + a).$$

Вес движущегося вверх тела больше веса покоящегося тела.

При движении тела с ускорением вниз его вес

$$P = m(g - a).$$

Вес движущегося вниз тела меньше веса покоящегося тела.

Невесомостью называется такое движение тела, при котором его ускорение равно ускорению свободного падения, т. е. $a = g$. Это возможно в том случае, если на тело действует только одна сила — сила тяжести.

2.11. Сила упругости. Закон Гука

При малых деформациях выполняется закон Гука:

$$F_{\text{упр.}} = -k\Delta x \text{ или } \sigma = \varepsilon \cdot E \Leftrightarrow \frac{F}{S} = \frac{\Delta l}{l_0} E,$$

$F_{\text{упр.}}$ — сила упругости, направленная в сторону, противоположную деформации (см. рис. 26 на с. 43); k — коэффициент жёсткости (упругости); Δl , x — деформация — изменение линейного размера тела; σ — механическое напряжение; ε — относительная деформация; E — модуль Юнга.

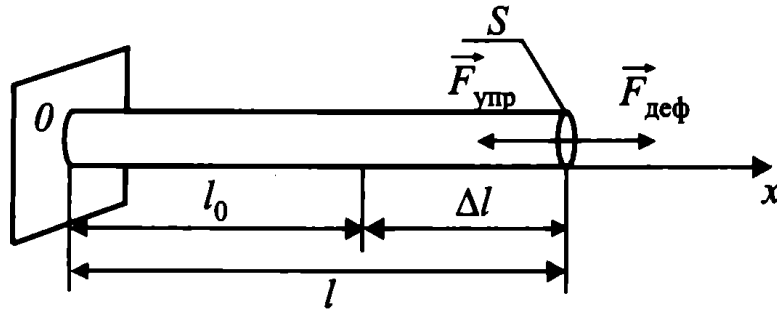


Рис. 26

Механическое напряжение — сила, действующая на единицу площади поперечного сечения:

$$\sigma = \frac{F}{S}.$$

Относительная деформация — отношение абсолютной деформации к линейному размеру тела:

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0}.$$

Абсолютная деформация — изменение длины стержня при упругой деформации:

$$\Delta l = l_0 - l.$$

E, модуль Юнга, равен нормальному напряжению σ , при котором линейный размер тела изменяется в два раза (табличная величина).

Связь жёсткости и модуля Юнга

$$k = E \frac{S}{l_0}.$$

2.12. Сила трения

Сила трения — сила, возникающая при движении или попытке вызвать движение одного тела по поверхности другого и направленная вдоль соприкасающихся поверхностей против направления движения.

Сила трения покоя — сила трения, которая появляется между соприкасающимися поверхностями тел, неподвижных относительно друг друга. Сила трения покоя по модулю точно равна внешней силе.

Сила трения скольжения — сила трения, возникающая при скольжении одного тела по поверхности другого:

$$F_{\text{тр.ск.}} = \mu N,$$

μ — коэффициент трения скольжения, N — сила реакции опоры.

Коэффициент трения зависит от степени обработки соприкасающихся поверхностей.

Движение тела с учётом силы трения

1. Движение по горизонтальной поверхности

Изобразим действующие на тело силы (см. рис. 27)

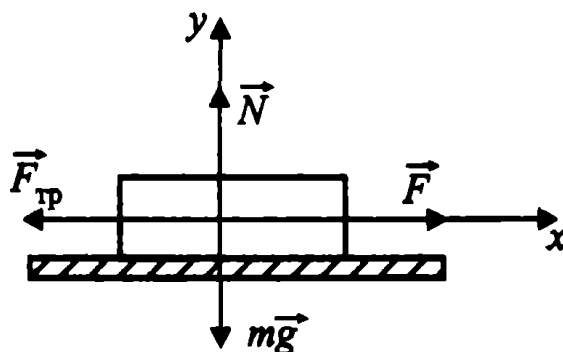


Рис. 27

По II закону Ньютона

$$\vec{F} + \vec{F}_{\text{тр.}} + \vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}.$$

Запишем проекции сил на оси Ox и Oy .

$$Ox: ma = F - F_{\text{тр.}};$$

$$Oy: 0 = N - mg \Rightarrow N = mg;$$

$$F_{\text{тр.}} = \mu N = \mu mg;$$

$$a = \frac{F - F_{\text{тр.}}}{m} = \frac{F - \mu mg}{m}.$$

2. Движение по наклонной плоскости (тело скользит)

Изобразим действующие на тело силы (см. рис. 28 на с. 45)

$$\vec{F}_{\text{тр.}} + \vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}.$$

$$Ox: ma = mg \sin \alpha - F_{\text{тр.}};$$

$$Oy: 0 = N - mg \cos \alpha \Rightarrow N = mg \cos \alpha;$$

$$F_{\text{тр.}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha;$$

$$a = \frac{mg \sin \alpha - F_{\text{тр.}}}{m} = \frac{mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha}{m} = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha).$$

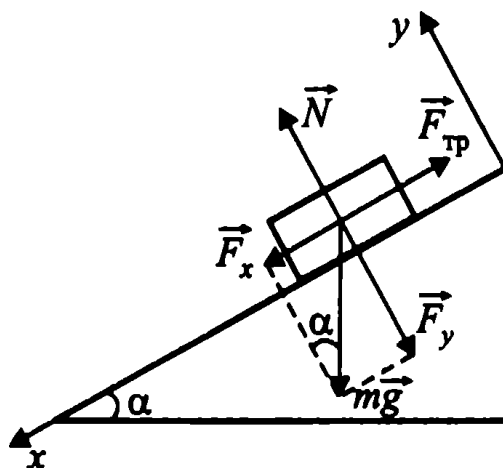


Рис. 28

Примеры решения заданий базового уровня сложности

Задача 15

Тело, лежащее на горизонтальной плоскости, имеет массу 2 кг. Какой станет сила реакции опоры, если тело прижать к плоскости вертикально направленной силой в 4 Н?

Решение. После прижатия тела на него будут действовать 3 силы: вниз — сила тяжести и прижимающая сила, а вверх — сила реакции опоры. Векторная сумма этих сил равна нулю. Поэтому

$$N = mg + F = 20 \text{ Н} + 4 \text{ Н} = 24 \text{ Н}.$$

Ответ: 24 Н.

Задача 16

Графики зависимости пути от времени двух одинаковых автомобилей представлены на рисунке 29 (см. с. 46). Определите отношение F_1/F_2 сил, действующих на автомобили.

Решение. Поскольку оба графика зависимости координаты от времени $x = x(t)$ представляют собой параболы, то мы имеем дело с равноускоренными движениями с ускорениями a_1 и a_2 . Зависимости $x = x(t)$ имеют вид $x_1 = \frac{a_1 t^2}{2}$ и $x_2 = \frac{a_2 t^2}{2}$. Из второго закона Ньютона следует,

что $\frac{F_1}{F_2} = \frac{a_1}{a_2}$ ($m_1 = m_2$ по условию).

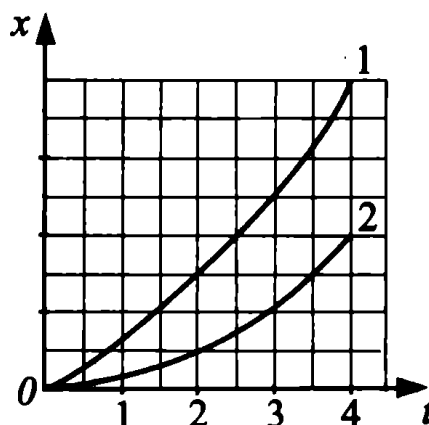


Рис. 29

Тогда можем записать $a_1 = \frac{2x_1}{t^2}$ и $a_2 = \frac{2x_2}{t^2}$. Окончательно получаем

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{x_1}{x_2}.$$

Для момента времени, например, $t = 2$ с имеем $x_1 = 4$ единицы, а $x_2 = 2$ единицы, тогда отношение сил $\frac{F_1}{F_2} = 2$.

Ответ: 2.

Задача 17

Какое ускорение получит тело массой 5 кг, если на него действуют две силы по 5 Н, направленные под углом 120° друг к другу (рис. 30)?

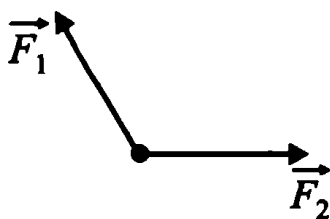


Рис. 30

Решение. По второму закону Ньютона ускорение определяется равнодействующей всех сил, действующих на тело. В нашем случае равнодействующую можно получить по правилу сложения векторов (см. рис. 31 на с. 47). Поскольку модули сил равны, то $\alpha = 60^\circ$, и следовательно, $F = 5$ Н.

Ускорение будет равно $a = \frac{F}{m} = \frac{5 \text{ Н}}{5 \text{ кг}} = 1 \text{ м/с}^2$.

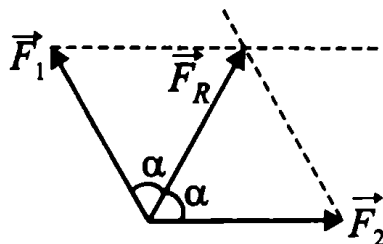


Рис. 31

Ответ: 1 м/с^2 .

Задача 18

На рисунке 32 показан график изменения скорости моторной лодки с течением времени. Масса лодки 400 кг. Какая сила действует на лодку в промежуток времени от 0 до 2 с?

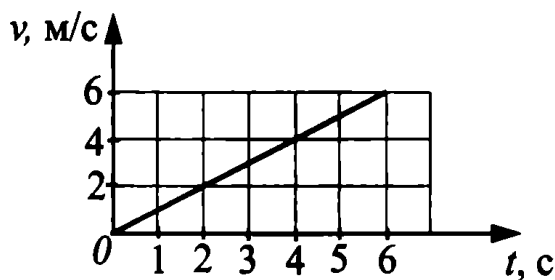


Рис. 32

Решение. Лодка начинает двигаться без начальной скорости, за 6 с достигает скорости 6 м/с, поэтому ускорение лодки $a = \frac{6 \text{ м/с}}{6 \text{ с}} = 1 \text{ м/с}^2$.

По второму закону Ньютона действующая сила найдётся как

$$F = ma = 400 \text{ кг} \cdot 1 \text{ м/с}^2 = 400 \text{ Н}.$$

Ответ: 400 Н.

Задача 19

Чему равно ускорение спутника Земли, находящегося на расстоянии, равном радиусу Земли, от её поверхности?

Решение. Расстояние от спутника до центра Земли $R_c = 2R_3$.

Сила гравитационного взаимодействия спутника и Земли $F = G \frac{mM}{R_c^2}$, его

$$\text{ускорение } a = G \frac{M}{R_c^2} = G \frac{M}{(2R_3)^2}.$$

Так как ускорение свободного падения на поверхности Земли

$$g = G \frac{M}{(R_3)^2},$$

$$a = \frac{g}{4} = \frac{10}{4} = 2,5 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

Ответ: 2,5 м/с².

Задача 20

Какова масса груза, если под действием его веса пружина жёсткостью 25 Н/м удлиняется на 6 см?

Решение. Расставим силы, действующие на груз (см. рис. 33).

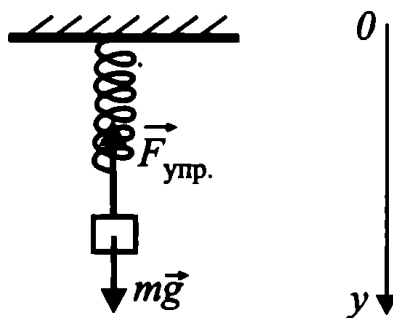


Рис. 33

Согласно I закону Ньютона

$$m\vec{g} + \vec{F}_{\text{упр.}} = 0$$

или

$$Oy : mg - F_{\text{упр.}} = 0.$$

Сила упругости $F_{\text{упр.}} = |k\Delta l|$,

$$mg = k\Delta l,$$

откуда

$$m = \frac{k\Delta l}{g}.$$

Считаем $m = \frac{25 \cdot 6 \cdot 10^{-2}}{10} = 150 \cdot 10^{-3} \text{ (кг)} = 150 \text{ (г)}.$

Ответ: 150 г.

Задача 21

Санки скользят по горизонтальной дороге. Сила трения скольжения их полозьев о дорогу 6 Н. Найдите коэффициент трения скольжения саночных полозьев о дорогу, если масса санок 4 кг.

Решение. Расставим силы, действующие на санки (см. рис. 34).

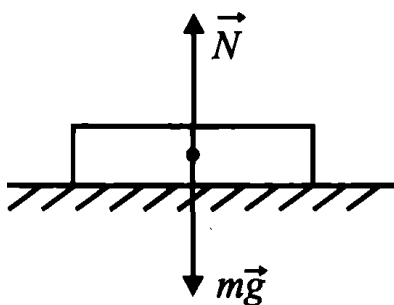


Рис. 34

Сила трения скольжения находится по формуле

$$F_{\text{тр.}} = \mu |N|.$$

Здесь μ — коэффициент трения, $N = mg$ — сила реакции опоры.

$$F_{\text{тр.}} = \mu mg,$$

следовательно, $\mu = \frac{F_{\text{тр.}}}{mg}$.

$$\mu = \frac{6}{4 \cdot 10} = 0,15.$$

Ответ: 0,15.

Задача 22

Коэффициент трения резины колёс автомобиля об асфальт равен 0,4. При скорости движения 20 м/с водитель, во избежание аварии, должен придерживаться радиуса поворота, не меньшего, чем ...

Решение. Сила трения покоя создаёт центростремительное ускорение и удерживает автомобиль на радиусе поворота. Минимальный радиус поворота будет при условии, что сила трения покоя равна силе трения скольжения.

В этом случае $\frac{mv^2}{R} = \mu mg$, или $R = \frac{v^2}{\mu g} = 100$ (м).

Ответ: 100 м.

Задача 23

Мальчик исследовал, как меняется сила трения при движении санок в зависимости от давления санок на снег. Результаты измерений он нанёс на координатную плоскость, как показано на рисунке 35. Погрешность измерения силы 2 Н. Какова, скорее всего, будет сила трения санок при давлении 30 кПа, если продолжить эксперимент?

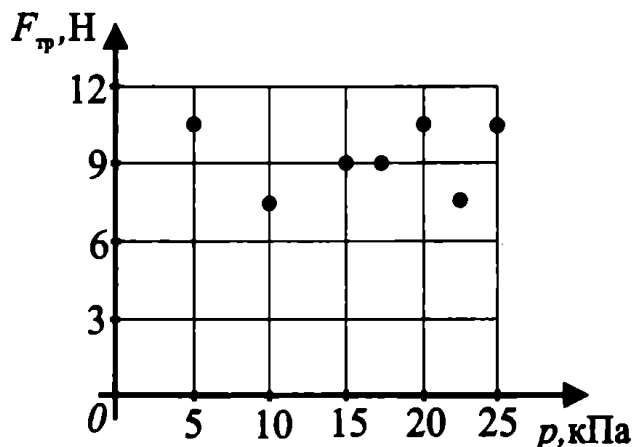


Рис. 35

Решение. Отклонение экспериментальных точек от силы 9 Н не превышает 2 Н, т. е. находится в пределах погрешности. Можно считать, что сила трения не зависит от величины давления. При давлении 30 кПа сила трения тоже будет близка к 9 Н.

Ответ: 9 Н.

Задача 24

Ученик измеряет вес груза при помощи динамометра. Найдите, чему равен вес груза (см. рис. 36 на с. 51), если погрешность прямого измерения составляет половину цены деления динамометра.

Решение. Найдём цену деления: $\frac{(2 - 1) \text{ Н}}{10} = 0,1 \text{ Н}$.

Следовательно, погрешность прямого измерения составляет 0,05 Н. Из рисунка 36 (см. с. 51) можно сделать вывод, что вес груза равен $1,8 \pm 0,05 \text{ Н}$.

Ответ: $1,80 \pm 0,05 \text{ Н}$.

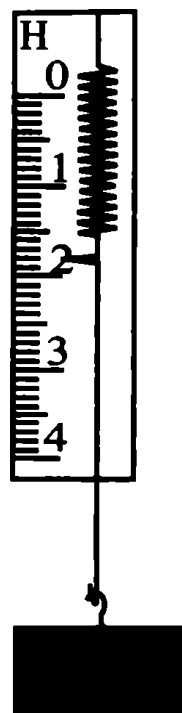


Рис. 36

Задача 25

Ученик изучает зависимость скорости свободно падающего тела от его высоты (см. рис. 37). Какие два условия он должен создать для проведения данного исследования?

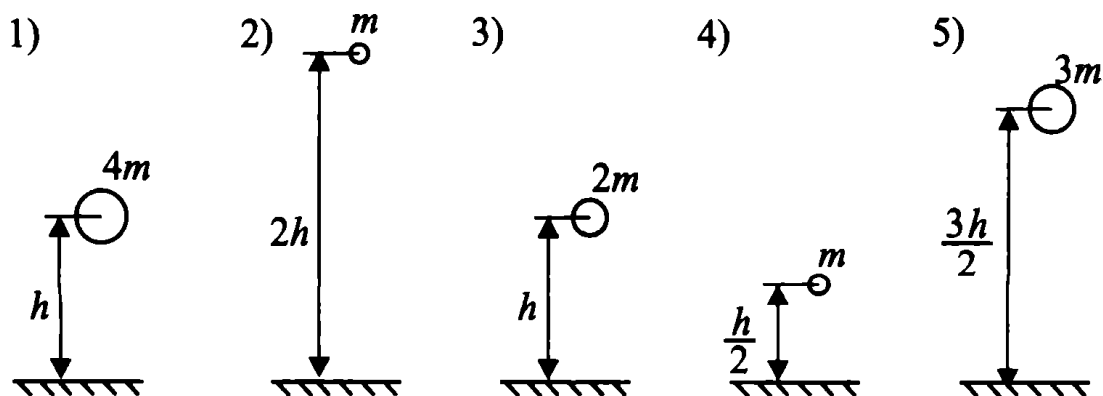


Рис. 37

В ответ запишите номера выбранных условий.

Решение. Для проведения исследования зависимости скорости свободно падающего тела от высоты необходимо изменять высоту при прочих равных условиях.

Ответ: 24.

Задача 26

Автомобиль массой m движется по выпуклому мосту радиусом R со скоростью v (см. рис. 38). Установите соответствие между физическими величинами и формулами, по которым их можно рассчитать.

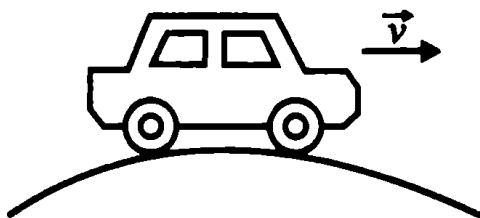


Рис. 38

К каждой позиции первого столбца подберите соответствующую позицию из второго столбца и запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

Физические величины	Формулы
А) вес автомобиля	1) g
Б) центростремительное ускорение	2) $\frac{v^2}{R}$
	3) $m\left(g - \frac{v^2}{R}\right)$
	4) $m\left(g + \frac{v^2}{R}\right)$

Решение. Расставим силы, действующие на автомобиль (см. рис. 39).

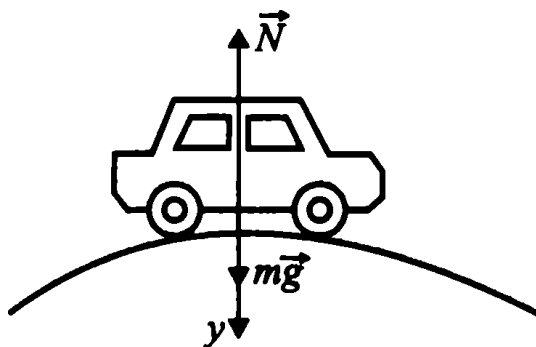


Рис. 39

Центростремительное ускорение

$$a_{ц. у.} = \frac{v^2}{R},$$

тогда согласно II закону Ньютона:

$$m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}_{ц.у.},$$

$$Oy : mg - N = m\frac{v^2}{R}.$$

Откуда

$$N = mg - m\frac{v^2}{R} = m\left(g - \frac{v^2}{R}\right).$$

По II закону Ньютона

$$\vec{P} = -\vec{N},$$

$$P = m\left(g - \frac{v^2}{R}\right).$$

Ответ: 32.

Задача 27

Тело лежит на плоском диске, вращающемся с постоянной угловой скоростью вокруг своей вертикальной оси. Скорость вращения диска увеличили, но тело осталось неподвижным. Как после изменения скорости изменятся линейная скорость тела и сила трения тела?

Для каждой величины подберите соответствующий характер изменения:

- 1) увеличится
- 2) уменьшится
- 3) не изменится

Запишите в таблицу выбранные цифры для каждой физической величины. Цифры в ответе могут повторяться.

Линейная скорость	Сила трения

Решение. При увеличении угловой скорости диска увеличилась угловая ω , а следовательно, и линейная v скорости тела

$$\omega = v \cdot R.$$

Сила трения $F_{тр.}$ создаёт центростремительное ускорение, которое прямо пропорционально квадрату линейной скорости тела

$$F_{тр.} = \frac{mv^2}{R}.$$

Следовательно, увеличится и сила трения.

Ответ: 11.

Примеры решения заданий повышенного уровня сложности

Задача 28

Средняя плотность Венеры $\bar{\rho} = 5200 \text{ кг/м}^3$, а радиус планеты $R = 6100 \text{ км}$. Найдите ускорение свободного падения на поверхности Венеры.

Решение. Для решения задачи воспользуемся формулой

$$g_B = G \cdot \frac{M_B}{R_B^2}.$$

M_B — масса Венеры, её можно представить как $M_B = V \cdot \bar{\rho}$, где V — объём планеты.

Считая форму планеты близкой к шару, объём $V = \frac{4}{3}\pi R_B^3$, таким об-

разом, $g_B = \frac{4}{3}\pi G \cdot \bar{\rho} \cdot R_B$. Вычисления дают $g_B = 8,8 \text{ м/с}^2$.

Ответ: $8,8 \text{ м/с}^2$.

Задача 29

Каково ускорение свободного падения на высоте, равной половине радиуса Земли?

Решение. Зависимость ускорения свободного падения от высоты над земной поверхностью есть

$$g_h = g_0 \left(\frac{R_3}{R_3 + h} \right)^2 = g_0 \left(\frac{R_3}{R_3 + 0,5R_3} \right)^2 = g_0 \left(\frac{1}{1,5} \right)^2 = 4,4 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right).$$

Ответ: $4,4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Задача 30

С какой скоростью автомобиль должен проходить середину выпуклого моста радиусом $R = 40 \text{ м}$, чтобы пассажир на мгновение оказался в состоянии невесомости?

Решение. Условие невесомости есть $\vec{a} = \vec{g}$. В нашем случае \vec{a} — это центростремительное ускорение. В высшей точке моста направления

\vec{a} и \vec{g} совпадают, поэтому можно записать: $\frac{v^2}{R} = g$; $v = \sqrt{Rg}$. Сделав вычисления, получим: $v = 20$ м/с.

Ответ: 20 м/с.

Задача 31

Жёсткость одной пружины равна k_1 , а другой — k_2 (см. рис. 40). Какова жёсткость пружины k , составленной из этих пружин, соединённых а) параллельно; б) последовательно?

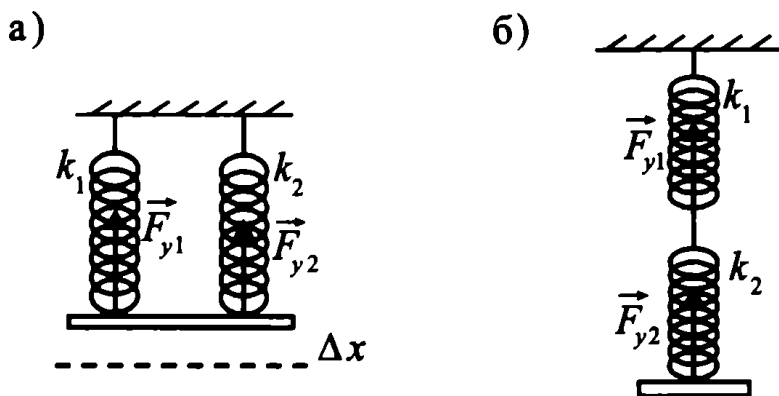


Рис. 40

Решение. а) *Параллельное соединение пружин.*

При растяжении системы, состоящей из двух пружин (см. рис. 40а), соединённых параллельно, на величину Δx в системе возникает сила упругости $\vec{F}_y = \vec{F}_{y1} + \vec{F}_{y2}$ или $F_y = F_{y1} + F_{y2}$, т.к. система и обе пружины растягиваются на одну и ту же величину $\Delta x = \Delta x_1 = \Delta x_2$, то: $k\Delta x = k_1\Delta x_1 + k_2\Delta x_2$, и окончательно

$$k = k_1 + k_2.$$

б) *Последовательное соединение пружин.*

При растяжении системы, состоящей из двух пружин, соединённых последовательно, на величину Δx каждая пружина растянется: на величину Δx_2 — первая, на величину Δx_1 — вторая.

Причём $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$. При этом сила упругости системы \vec{F}_y и силы упругости, возникающие в каждой пружине, будут равны по модулю:

$$F_y = F_{y1} = F_{y2}, \text{ т.к. } \Delta x = \frac{F_y}{k}, \Delta x_1 = \frac{F_{y1}}{k_1}, \Delta x_2 = \frac{F_{y2}}{k_2}, \text{ то}$$

$$\frac{F_y}{k} = \frac{F_{y1}}{k_1} + \frac{F_{y12}}{k_2},$$

и окончательно $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$ или $k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$.

Ответ: $k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$.

Задача 32

Тело A массой m и горизонтальная опора B могут перемещаться вдоль вертикального направления с ускорением \vec{a} . Определите вес тела.

Решение. Делаем рисунок 41.

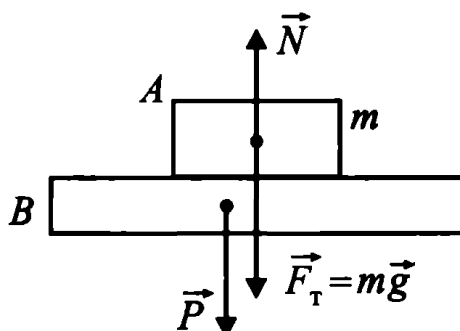


Рис. 41

По второму закону Ньютона $m\vec{a} = \vec{F}_T + \vec{N}$ или $-\vec{N} = m\vec{g} - m\vec{a}$, т. к. $\vec{P} = -\vec{N}$ имеем:

$$\vec{P} = m\vec{g} - m\vec{a}. \quad (1)$$

Таким образом, в рассматриваемом случае вес тела \vec{P} равен векторной разности силы тяжести $\vec{F}_T = m\vec{g}$ и величины $m\vec{a}$.

Рассмотрим некоторые частные случаи.

а) Тело и опора движутся с ускорением \vec{a} , направленным вертикально вверх: $\vec{a} \uparrow$.

Спроецируем уравнение (1) на направление \vec{P} . Получим

$$P = mg - m(-a) = mg + ma.$$

(Проекция \vec{a} на направление \vec{P} отрицательна, т. к. направления \vec{a} и \vec{P} противоположны.)

Таким образом, при движении тела и опоры с ускорением, направленным вертикально вверх, вес тела больше силы тяжести на величину ma

(направления \vec{P} и $\vec{F}_T = m\vec{g}$ при этом совпадают).

Подобное увеличение веса тел наблюдается, например, в лифтах при ускоренном подъёме.

б) Тело и опора движутся с ускорением \vec{a} , направленным вертикально вниз: $\vec{a} \downarrow$.

Спроецируем уравнение (*) на направление \vec{P} . Получим $P = mg - ma$. В этом случае вес тела меньше силы тяжести на величину ma .

Такое уменьшение веса тела имеет место, например, в самолётах при «проваливании» их в воздушные ямы.

в) Тело и опора покоятся относительно Земли или движутся равномерно и прямолинейно, т. е. $\vec{a} = 0$.

Подставив в формулу (*) $\vec{a} = 0$, получим: $\vec{F}_T = \vec{P}$, т. е. в этом случае вес и сила тяжести равны по модулю и совпадают по направлению.

ВНИМАНИЕ!

Не следует смешивать, как это часто бывает, силу тяжести \vec{F}_T и вес тела \vec{P} . Это разные силы, и приложены они к разным телам: \vec{F}_T — к телу, \vec{P} — к опоре, кроме этого, силы \vec{F}_T и \vec{P} могут не только отличаться по модулю (случаи а) и б)), но и не совпадать по направлению. Наконец, силы \vec{F}_T и \vec{P} имеют различную физическую природу: сила \vec{F}_T — гравитационная, \vec{P} — электромагнитная.

г) Тело и опора движутся с ускорением $\vec{a} = \vec{g}$.

Проецируя уравнение (*) на направление \vec{P} , получим: $P = mg - mg = 0$. Таким образом, если тело и опора движутся с ускорением \vec{g} , то вес тела $\vec{P} = 0$. Это особое состояние, при котором тело не оказывает давления на опору, а опора не действует на тело, называется *невесомостью*.

Задача 33

Мальчик съезжает с горки высотой 3 м на санках. Масса мальчика с санками 30 кг. Каков вес мальчика с санками, если расстояние от вершины горки до её основания равно 5 м?

Решение. Сделаем рисунок и расставим силы, действующие на мальчика (см. рис. 42 на с. 58). По третьему закону Ньютона

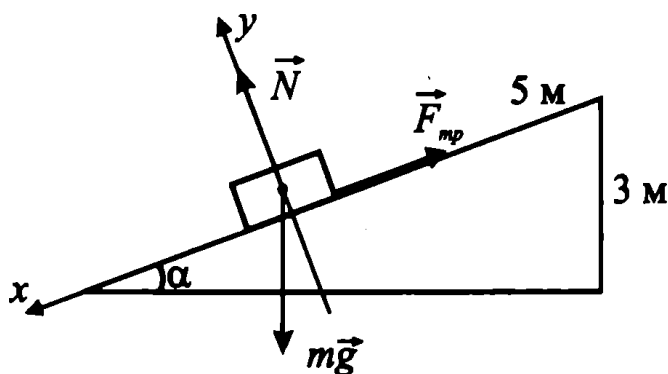


Рис. 42

$$\vec{P} = -\vec{N},$$

$$P = N.$$

По второму закону Ньютона в проекциях на ось Oy

$$N - mg \cos \alpha = 0.$$

Тогда

$$N = mg \cos \alpha,$$

$$P = mg \cos \alpha.$$

Так как $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5^2 - 3^2}}{5} = \frac{4}{5}$, то $P = 30 \cdot 10 \cdot \frac{4}{5} = 240 \text{ (Н)}$.

Ответ: 240 Н.

Задача 34

Мальчик съезжает с горки высотой 3 м на санках. Коэффициент трения полозьев санок о снег равен 0,05. Каково ускорение санок, если расстояние от вершины горки до её основания равно 5 м?

Решение. Сделаем рисунок и расставим силы, действующие на санки с мальчиком (см. рис. 43).

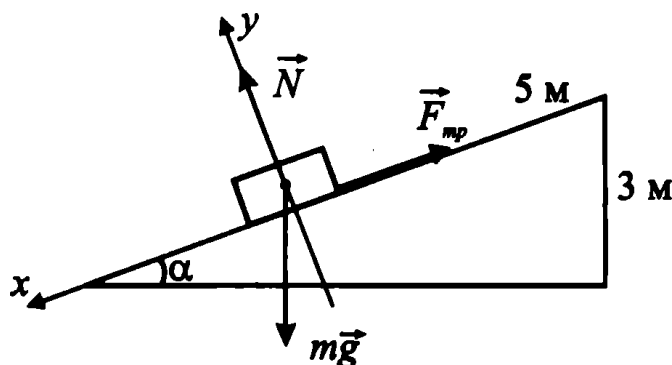


Рис. 43

Запишем второй закон Ньютона в проекциях на оси Ox и Oy :

$$Ox: mg \sin \alpha - F_{\text{тр.}} = ma,$$

$$Oy: N - mg \cos \alpha = 0.$$

Так как $F_{\text{тр.}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$, то $mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = ma$, откуда

$$a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha).$$

Поскольку $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, а $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5^2 - 3^2}}{5} = \frac{4}{5}$, то

$$a = 10 \left(\frac{3}{5} - 0,05 \cdot \frac{4}{5} \right) = 5,6 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

Ответ: 5,6 м/с².

Задача 35

Тело массой 0,2 кг, подвешенное на нити длиной 0,5 м, совершает колебания. Найдите вес тела при прохождении им среднего положения со скоростью 1 м/с.

Решение. Делаем рисунок 44.

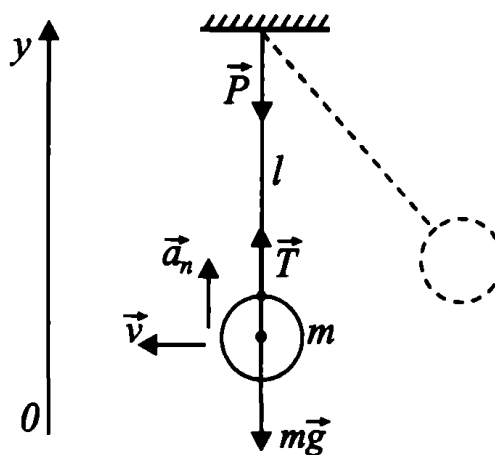


Рис. 44

В данном случае, согласно определению веса тела, можно записать: $\vec{P} = -\vec{T}$; $P = T$, здесь T — сила натяжения нити.

Движение тела можно рассматривать как движение по дуге окружности радиусом l с ускорением $a_n = \frac{v^2}{l}$.

Запишем уравнение движения (второй закон Ньютона) для тела:

$$m\vec{a}_n = \vec{T} + m\vec{g}.$$

Спроецируем на направление ускорения \vec{a}_n : $ma_n = T - mg$.

Окончательно имеем

$$P = T = mg + m \frac{v^2}{l} = 0,2 \cdot 10 + 0,2 \frac{1^2}{0,5} = 2,4 \text{ Н.}$$

Ответ: 2,4 Н.

Задача 36

Через сколько времени после начала аварийного торможения остановится автомобиль, движущийся со скоростью $v_0 = 12 \text{ м/с}$, если коэффициент трения при аварийном торможении $\mu = 0,4$?

Решение. Делаем рисунок 45.

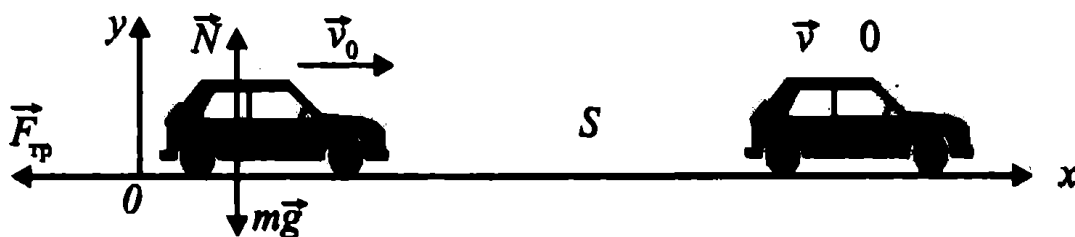


Рис. 45

Выбираем начало отсчёта 0 — место, откуда автомобиль начал аварийное торможение, и систему координат xOy (см. рис. 45).

На автомобиль действуют: сила тяжести $\vec{P} = m\vec{g}$, сила реакции опоры \vec{N} и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$, направленная против движения.

Составляем уравнение движения автомобиля (второй закон Ньютона):

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}}.$$

Спроецируем на ось Oy уравнение на оси:

$$Ox: -ma = -F_{\text{тр}}. \quad (\text{движение равнозамедленное, } a < 0);$$

$$Oy: 0 = N - mg;$$

$$m \frac{v_0}{t} = N\mu = mg\mu, \quad t = \frac{v_0}{\mu g}, \quad t \approx 3 \text{ с.}$$

Ответ: 3 с.

Задача 37

Найдите наименьший радиус дуги для поворота автомашины, движущейся по горизонтальной дороге со скоростью $v_0 = 10 \text{ м/с}$, если коэффициент трения скольжения колёс о дорогу $\mu = 0,25$.

Решение. Делаем рисунок 46.

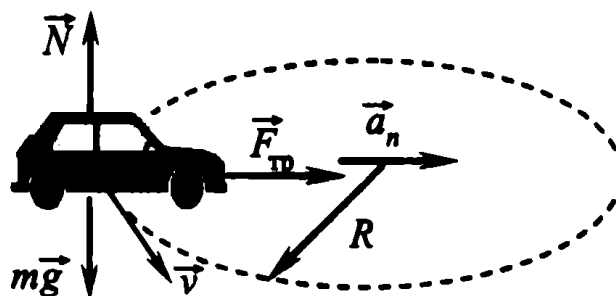


Рис. 46

При движении на автомобиль действуют в вертикальном направлении сила тяжести $m\vec{g}$ и нормальная реакция дороги, при этом $|m\vec{g}| = |\vec{N}|$, т. е. $mg = N$.

В горизонтальном направлении действует сила трения, которая выполняет роль центростремительной силы: $F_{\text{тр.}} = ma_n = m \frac{v^2}{R}$. С другой сто-

роны, $F_{\text{тр.}} = N\mu = \mu mg$, откуда $R = \frac{v^2}{\mu g}$.

Подставляем в полученное выражение числовые значения v_0 , μ , g , имеем $R = 40$ м.

Ответ: 40 м.

Задача 38

Брусек массой 2 кг может двигаться вдоль горизонтальных направляющих (см. рис. 47). Коэффициент трения бруска о направляющие $\mu = 0,1$. Если на брусек действует сила \vec{F} , по модулю равная 24 Н и направленная под углом 30° к горизонту, то с каким ускорением движется брусек?

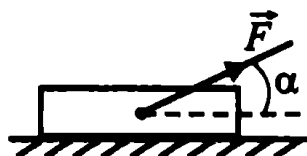


Рис. 47

Решение. На рисунке 48 (см. с. 62) показаны силы, действующие на брусек. Запишем второй закон Ньютона в проекциях по осям:

$$\text{Ох: } F \cos \alpha - F_{\text{тр.}} = ma, \quad F_{\text{тр.}} = \mu N,$$

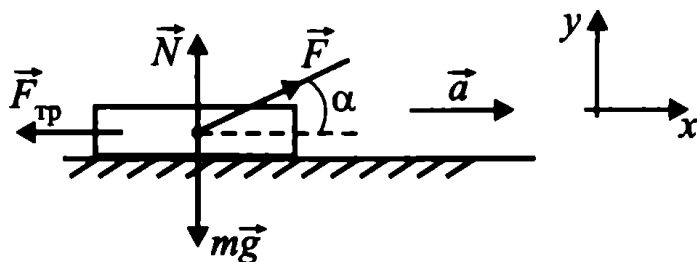


Рис. 48

$$Oy: N + F \sin \alpha - mg = 0.$$

Решая систему уравнений относительно ускорения a , получим

$$a = \frac{F \cos \alpha - \mu mg + \mu F \sin \alpha}{m} = 10 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

Ответ: 10 м/с².

Задача 39

С каким ускорением движутся тела в системе на рисунке 49?

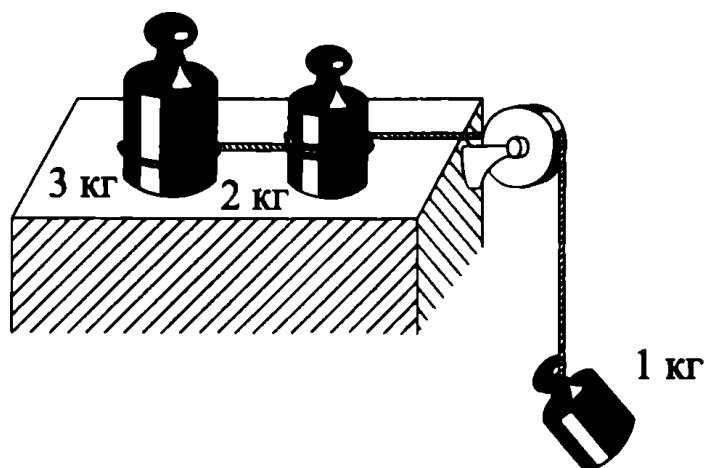


Рис. 49

Решение. Сделаем чертёж (см. рис. 50 на с. 63) к этой задаче и представим силы, действующие на тела.

Запишем уравнение движения тел m_1 и m_2 (как целого) и тела m_3 :

$$\begin{cases} T_2 = (m_1 + m_2)a, \\ m_3g - T_2 = m_3a. \end{cases}$$

Решив эту систему, получим:

$$a = \frac{m_3g}{m_1 + m_2 + m_3} = 1,7 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

Ответ: 1,7 м/с².

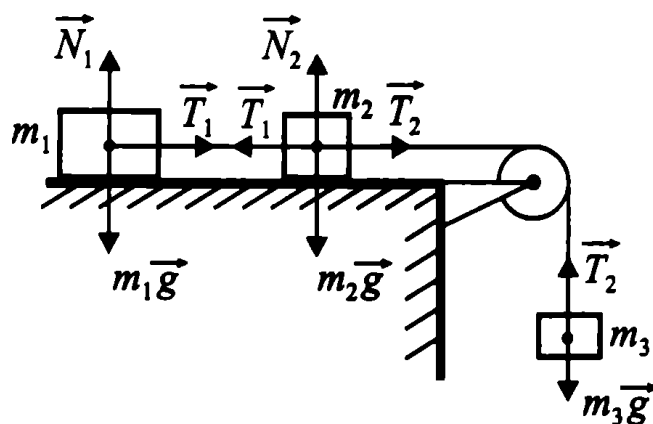


Рис. 50

Задача 40

Велосипедист движется по прямой дороге. На графике (см. рис. 51) представлена зависимость проекции его скорости от времени.

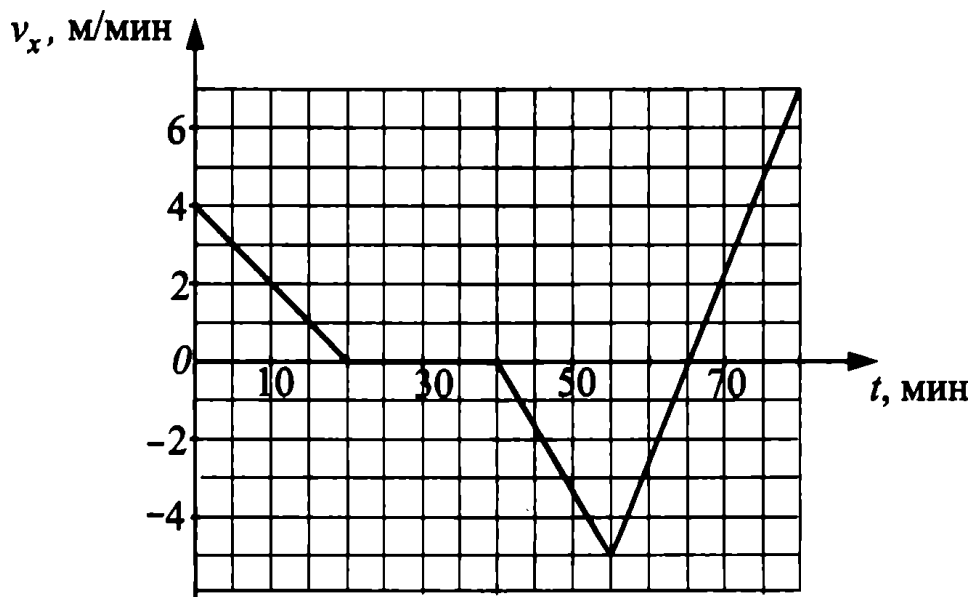


Рис. 51

Из приведённого ниже списка выберите все верные утверждения. Запишите цифры, под которыми они указаны.

- 1) Модуль максимального ускорения велосипедиста за весь период наблюдения равен $0,5 \text{ м/мин}^2$.
- 2) В промежутке времени от 20 мин до 40 мин равнодействующая сил, действующих на велосипедиста, равна нулю.

- 3) В момент времени 55 мин велосипедист замедлился, остановился, а затем, ускоряясь, начал двигаться в обратном направлении.
- 4) Первые 20 минут велосипедист двигался равномерно.
- 5) В промежутке времени от 55 мин до 80 мин равнодействующая сил, действующих на велосипедиста, максимальна.

Решение. Рассмотрим каждое из утверждений.

1) Ускорение велосипедиста будет максимальным по модулю на участке пути, на котором график зависимости его скорости от времени имеет наибольший угол наклона. На рисунке 51 это соответствует участку пути от 55-й до 80-й минуты. Ускорение на этом участке: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{5}{10} = 0,5 \frac{\text{м}}{\text{мин}^2}$.

Первое утверждение верное.

2) С 20-й до 40-й минуты скорость тела равно нулю, то есть тело стоит неподвижно. Следовательно, равнодействующая сил, действующих на велосипедиста, равна нулю. Второе утверждение верное.

3) В момент времени 55 мин проекция скорости велосипедиста на ось Ox равна -5 м/мин . Третье утверждение неверно.

4) Первые 20 минут велосипедист двигался равнозамедленно. Четвёртое утверждение ложно.

5) В промежутке времени от 55 мин до 80 мин тело движется равноускоренно, и так как угол наклона графика скорости на этом участке не самый большой, то и ускорение на нём максимально. Следовательно, и равнодействующая сил, действующих на велосипедиста, тоже максимальна. Пятое утверждение верное.

Ответ: 125.

Задача 41

Ученик провёл эксперимент по изучению выталкивающей силы, действующей на тело, полностью погружённое в жидкость, причём для эксперимента он использовал различные жидкости и сплошные шарики разного объёма, изготовленные из разных материалов.

Результаты экспериментальных измерений объёма цилиндров V и выталкивающей силы $F_{\text{Арх}}$ (с указанием погрешности измерения) для различных цилиндров и жидкостей он представил в таблице.

№ опыта	Материал цилиндра	$V, \text{см}^3$	Жидкость	$F_{\text{Арх}}, \text{Н}$
1	Алюминий	25	Вода	$0,24 \pm 0,05$
2	Железо	25	Вода	$0,24 \pm 0,05$
3	Железо	50	Вода	$0,50 \pm 0,05$
4	Алюминий	75	Керосин	$0,50 \pm 0,05$
5	Железо	75	Вода	$0,74 \pm 0,05$

Выберите из предложенного перечня два утверждения, которые соответствуют результатам проведённых экспериментальных наблюдений. Запишите в ответе их номера.

- 1) Выталкивающая сила зависит от объёма тела.
- 2) Выталкивающая сила, действующая на тело при его полном погружении в керосин, больше выталкивающей силы, действующей на это тело при погружении в воду.
- 3) Выталкивающая сила зависит от плотности материала шарика.
- 4) Выталкивающая сила увеличивается при увеличении объёма тела.
- 5) Выталкивающая сила не зависит от рода жидкости.

Решение. Рассмотрим каждое из утверждений отдельно.

1) Из приведённых в таблице данных об опытах 2, 3 и 5 следует, что выталкивающая сила зависит от объёма тела. Утверждение 1 верное.

2) Выталкивающая сила, действующая на тело при его полном погружении в керосин, меньше выталкивающей силы, действующей на это тело при погружении в воду. Об этом свидетельствуют опыты 4 и 5. Утверждение 2 ошибочное.

3) Выталкивающая сила от плотности материала шарика не зависит. Об этом свидетельствуют опыты 1 и 2. Утверждение 3 ошибочное.

4) Выталкивающая сила при увеличении объёма тела увеличивается. Об этом свидетельствуют опыты 2, 3 и 5. Утверждение 4 верное.

5) Как свидетельствуют опыты 4 и 5, выталкивающая сила от рода жидкости зависит. Утверждение 5 ошибочное.

Ответ: 14.

Примеры решения заданий высокого уровня сложности

Алгоритм решения задач

При решении задач раздела «Динамика» желательно придерживаться следующего алгоритма решения:

1. Сделать рисунок, на котором указать все силы, действующие на тело.
2. Составить уравнение движения (второй закон Ньютона) для рассматриваемого тела в его конкретном векторном виде.
3. Выбрать систему координат и спроецировать полученное уравнение на выбранные оси координат.
4. Расшифровать неизвестные величины, вошедшие в уравнение движения.
5. Решить полученную систему уравнений.

ВНИМАНИЕ!

Если в процессе движения участвует несколько тел, то уравнение движения составляется для каждого тела. При этом направления осей координат могут быть как единственными для всех тел, так и индивидуальными для каждого тела.

Задача 42

Какую скорость относительно поверхности Земли должен иметь искусственный спутник, чтобы лететь по круговой орбите, расположенной в плоскости экватора на высоте $h = 1600$ км над Землёй? Радиус Земли принять равным $R_З = 6400$ км, ускорение свободного падения у поверхности Земли считать равным $9,8$ м/с².

Какой закон вы использовали для описания движения спутника? Обоснуйте его применимость к данному случаю.

Дано: $h = 1600$ км = $1,6 \cdot 10^6$ м; $R_З = 6400$ км = $6,4 \cdot 10^6$ м;
 $g_0 = 9,8$ м/с².

Найти: u .

Обоснование.

Будем считать гелиоцентрическую систему отсчёта (её начало совпадает с центром Солнца, а оси направлены к трем выбранным неподвижным звездам.) инерциальной. При движении спутник можно рассматривать как материальную точку.

Если пренебречь силами притяжения, действующими на спутник со стороны небесных тел, то можно считать, что на спутник при его движении действует только сила земного тяготения \vec{F}_τ . Под действием этой силы спутник равномерно движется по окружности, следовательно, сила притяжения изменяет только направление вектора скорости, т. е. исполняет роль так называемой центростремительной силы. Для описания движения спутника можно использовать второй закон Ньютона для модели материальной точки.

Решение.

Согласно второму закону Ньютона,

$$F_\tau = ma_n = m \frac{v^2}{(R_3 + h)},$$

m — масса спутника; v — скорость спутника относительно центра Земли.

С другой стороны, согласно закону всемирного тяготения,

$$F_\tau = g_0 \frac{mM_3}{(R_3 + h)^2}.$$

Приравнивая друг к другу эти выражения, имеем: $v = \sqrt{g_0 \frac{M_3}{R_3 + h}}$.

Если в задачах подобного типа фигурирует масса Земли, расчёты можно значительно упростить, исключив произведение $g_0 \cdot M_3$ с помощью формулы $g_0 = g_0 \frac{M_3}{R_3^2}$. Выражение для скорости:

$$v = \sqrt{\frac{g_0 R_3^2}{R_3 + h}}.$$

Скорость спутника относительно поверхности Земли $u = v \pm v_0$, где v_0 — линейная скорость точек Земли на экваторе, которую можно найти из соотношения $v_0 = \frac{2\pi R_3}{\tau}$, где $\tau = 24$ ч — период суточного вращения

Земли. Таким образом,

$$u = \sqrt{\frac{g_0 R_3^2}{R_3 + h}} \pm \frac{2\pi R_3}{\tau}.$$

Знак «+» или «−» берётся в зависимости от того, запущен ли спутник с востока на запад или с запада на восток.

Вычисления дают следующий результат: $u_1 \approx 7,6$ км/с; $u_2 \approx 6,6$ км/с. Следовательно, запускать искусственные спутники с Земли легче с запада на восток, чем в противоположном направлении.

Обычно орбиты спутников лежат на высотах $h \approx 200 \div 300$ км, т. е. $h \ll R_3$. Пренебрегая h в формуле для скорости $v = \sqrt{\frac{g_0 R_3^2}{R_3 + h}}$, получим:

$$v = \sqrt{g_0 \cdot R_3}.$$

Скорость $v = \sqrt{g_0 \cdot R_3}$ называют первой космической скоростью,

$$v_1 = 7,9 \text{ км/с}.$$

Ответ: $v_1 = 7,9$ км/с.

Задача 43

С каким ускорением движется брусок вниз по наклонной плоскости длиной $l = 1,0$ м и высотой $h = 0,6$ м? Коэффициент трения бруска о наклонную плоскость $\mu = 0,40$.

Какие законы Вы использовали для описания движения бруска? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

Дано: $l = 1,0$ м; $h = 0,6$ м; $\mu = 0,40$.

Найти: a .

Обоснование.

Будем считать систему отсчёта, связанную с неподвижной наклонной плоскостью, инерциальной. Движение бруска поступательное, его можно считать материальной точкой, поэтому для описания движения бруска можно использовать второй закон Ньютона для модели материальной точки. При движении бруска по наклонной плоскости на него действуют силы тяжести, сила трения и реакции опоры.

Решение.

Сделаем рисунок. На брусок действуют силы: $\vec{F}_T = m\vec{g}$ — тяжести, $F_{тр.}$ — трения, \vec{N} — сила реакции опоры.

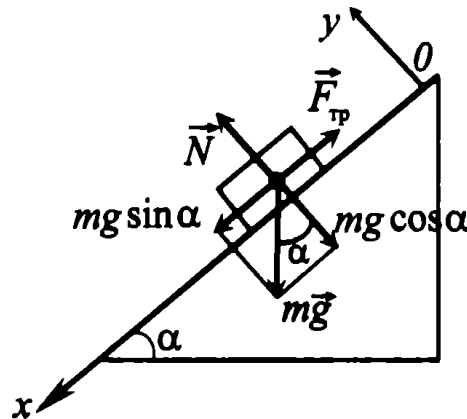


Рис. 52

Выбираем систему координат xOy , как показано на рисунке 52. Запишем уравнение движения (второй закон Ньютона) для бруска:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр.}$$

Спроецируем это уравнение на выбранные оси координат:

$$Ox: ma = mg \sin \alpha - F_{тр.}, \quad F_{тр.} = \mu N,$$

$$Oy: 0 = N - mg \cos \alpha.$$

$$\text{Откуда } a = \frac{mg \sin \alpha - \mu N}{m}, \quad N = mg \cos \alpha, \quad a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha).$$

Из рисунка 52 видно, что $\sin \alpha = \frac{h}{l}$,

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{h^2}{l^2}} = \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l}.$$

Подставляя значения $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$ в выражение для ускорения, получим: $a = g \left[\frac{h}{l} - \mu \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l} \right]$, вычисления дают значение $a = 2,7 \text{ м/с}^2$.

Ответ: $a = 2,7 \text{ м/с}^2$.

Задача 44

На столе лежит деревянный брусок, к которому привязана невесомая, нерастяжимая нить, перекинутая через блок, укрепленный на краю стола

(см. рис. 53). К другому концу нити подвешивают груз массой $m = 1,0$ кг, после чего брусок начинает двигаться равноускоренно и за время $t = 3,0$ с проходит путь $S = 0,81$ м. Масса бруска $M = 2,0$ кг. Определите коэффициент трения μ бруска о поверхность стола.

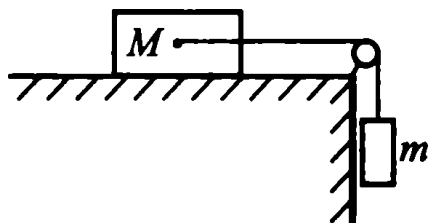


Рис. 53

Какие законы Вы использовали для описания движения системы грузов? Обоснуйте их применимость к данному случаю. Сделайте рисунок с указанием сил, действующих на тела.

Дано: $S = 0,81$ м; $m = 1,0$ кг; $M = 2,0$ кг; $t = 3,0$ с; $g = 10$ м/с².

Найти: μ .

Обоснование.

Будем считать систему отсчёта, связанную со столом, инерциальной. Движение бруска поступательное, его можно считать материальной точкой. Следовательно, для описания движения бруска можно использовать второй закон Ньютона для модели материальной точки. При движении бруска по наклонной плоскости на него действуют силы тяжести, сила трения и реакции опоры.

На рисунке 54 показаны внешние силы, действующие на брусок и на подвешенный к нити груз.

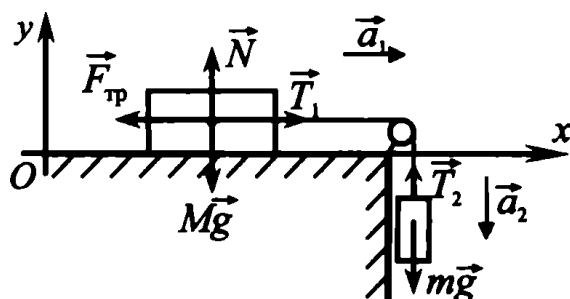


Рис. 54

Так как нить лёгкая и скользит по блоку без трения, то можно считать, что $T_1 = T_2 = T$.

Так как нить нерастяжима, то ускорения тел $a_1 = a_2 = a$.

Решение.

Очевидно, что для нахождения коэффициента трения бруска о поверхность стола необходимо определить силу трения: $F_{\text{тр.}} = \mu N$. С этой целью запишем уравнения движения бруска и тела. На брусок действуют четыре силы: $M\vec{g}$ — сила тяжести, \vec{T} — сила натяжения нити, \vec{N} — нормальная реакция стола, $\vec{F}_{\text{тр.}}$ — сила трения.

Запишем второй закон Ньютона

$$M\vec{a} = M\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр.}} + \vec{T}.$$

Спроецируем силы на выбранные оси координат:

$$Ox: Ma = T - F_{\text{тр.}}, \quad (1)$$

$$Oy: 0 = N - Mg;$$

$$N = Mg.$$

На тело, подвешенное на нить, действуют две силы: \vec{T} — сила натяжения нити, $m\vec{g}$ — сила тяжести.

Запишем второй закон Ньютона $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T}$.

Спроецируем это уравнение на направление ускорения:

$$ma = mg - T. \quad (2)$$

Сложив уравнения (1) и (2), выразим силу трения:

$$F_{\text{тр.}} = mg - (M + m)a.$$

Ускорение найдём из соотношения для перемещения при равномерном движении: $S = \frac{at^2}{2}$ ($v_0 = 0$). Учитывая, что $F_{\text{тр.}} = \mu N = \mu Mg$, получим:

$$\mu = \frac{mg - (M + m)\frac{2S}{t^2}}{Mg}, \quad \mu = 0,47.$$

Ответ: $\mu = 0,47$.

Задача 45

На горизонтально расположенном диске, вращающемся с угловой скоростью ω , помещают небольшой предмет на расстоянии r от оси вращения. Определите коэффициент трения между предметом и диском, при котором предмет ещё может удержаться на диске.

Какие законы Вы использовали для описания движения предмета и диска? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

Дано: r ; g ; ω .

Найти: μ .

Обоснование.

Будем считать систему отсчёта, связанную с Землей, инерциальной. Вращающееся на диске тело можно считать материальной точкой, так как его размерами в данных условиях можно пренебречь. Следовательно, для описания движения тела можно использовать второй закон Ньютона для модели материальной точки.

На тело действуют сила тяжести, сила реакции опоры и сила трения. Под действием этих трёх сил тело приобретает постоянное по модулю ускорение, направленное к центру окружности. Так как диск вращается с постоянной угловой скоростью, то лежащее на нём тело движется по окружности равномерно.

Решение.

Делаем рисунок.

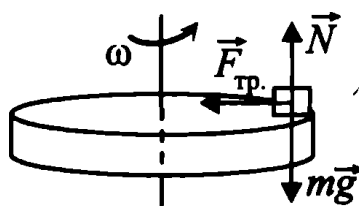


Рис. 55

На тело действуют три силы: $m\vec{g}$ — сила тяжести, $\vec{F}_{\text{тр.}}$ — трения, \vec{N} — нормальная реакция диска.

Из рисунка 55 видно, что $|\vec{N}| = |m\vec{g}|$, т. е. $N = mg$.

В данной задаче сила трения $\vec{F}_{\text{тр.}}$ выполняет роль центростремительной силы, действующей на предмет при его вращении по окружности с постоянной угловой скоростью.

Запишем второй закон Ньютона:

$$F_{\text{тр.}} = m\omega^2 r, \quad F_{\text{тр.}} = \mu N = \mu mg,$$

$$\mu mg = m\omega^2 r, \quad \mu = \frac{\omega^2 r}{g}.$$

Ответ: $\mu = \frac{\omega^2 r}{g}$.

Задача 46

Пружина длиной l_0 одним концом соединена с осью вращения, на другом конце пружины закреплён груз массой m . Пружина с грузом вращается в горизонтальной плоскости. Определите растяжение пружины, если её коэффициент жёсткости равен k , угловая скорость вращения ω .

Какие законы Вы использовали для описания движения системы «пружина—груз»? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

Дано: k ; l_0 ; ω .

Найти: Δx .

Обоснование.

Будем считать систему отсчёта, связанную с Землей, инерциальной. Вращающийся груз можно считать материальной точкой, так как его размерами в данных условиях можно пренебречь. Следовательно, для описания движения тела можно использовать второй закон Ньютона для модели материальной точки.

В горизонтальном направлении на тело действует сила упругости, направленная к оси вращения. Под действием этой силы вращающееся тело приобретает постоянное по модулю ускорение, направленное тоже к центру окружности. Так как угловая скорость вращения пружины постоянная величина, то вращающийся с её помощью груз движется по окружности равномерно.

Решение.

Делаем рисунок 56.

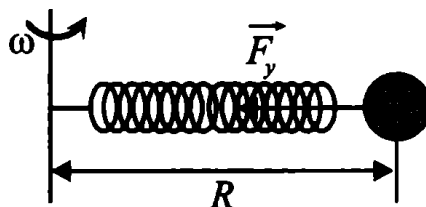


Рис. 56

Запишем второй закон Ньютона:

$$F_y = m\omega^2 R,$$

т. к. сила упругости $F_y = (R - l_0)k$, тогда

$$(R - l_0)k = m\omega^2 R, \quad R = l_0 \frac{k}{k - m\omega^2},$$

$$\Delta x = R - l_0 = l_0 \left(\frac{k}{k - m\omega^2} - 1 \right),$$

$$\Delta x = l_0 \frac{m\omega^2}{k - m\omega^2}.$$

Ответ: $\Delta x = l_0 \frac{m\omega^2}{k - m\omega^2}.$

Задача 47

Шарик подвешен на нити длиной l . Нить равномерно вращается в пространстве, образуя с вертикалью угол α (конический маятник). Сколько оборотов n делает шарик за время t ?

Какие законы Вы использовали для описания движения шарика? Обоснуйте их применимость к данному случаю. Сделайте рисунок с указанием сил, действующих на тела.

Дано: α, l, g, t .

Найти: n .

Обоснование.

Будем считать систему отсчёта, связанную с Землёй, инерциальной. Вращающийся груз можно считать материальной точкой, так как его размерами в данных условиях можно пренебречь. Следовательно, для описания движения тела можно использовать второй закон Ньютона для модели материальной точки.

При вращении нити на шарик действуют две силы: \vec{T} — сила натяжения нити, $m\vec{g}$ — сила тяжести (см. рис. 57 на с. 75).

Под действием приложенных сил шарик движется равномерно в горизонтальной плоскости по окружности радиусом R с центростремительным ускорением, направленным по радиусу этой окружности к её центру. Это возможно лишь при условии, что равнодействующая сил оказывается направленной перпендикулярно скорости к центру окружности, следовательно, выполняет роль центростремительной силы.

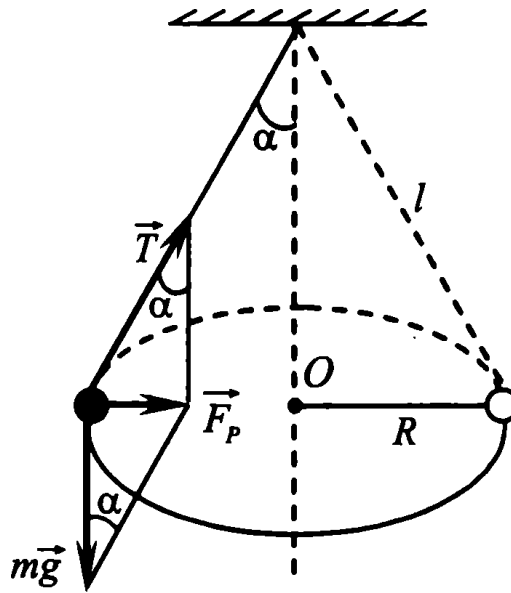


Рис. 57

Решение.

Равнодействующая сил, действующих на груз (см. рис. 57)

$$\vec{F}_R = m\vec{g} + \vec{T}.$$

Запишем второй закон Ньютона

$$m \cdot \vec{a} = m\vec{g} + \vec{T},$$

В проекции на вертикальную ось:

$$0 = mg - T \cos \alpha \Rightarrow T = \frac{mg}{\cos \alpha}.$$

В проекции на горизонтальную ось:

$$ma = T \cdot \sin \alpha.$$

Подставим найденное выше выражение для T :

$$m \cdot \frac{v^2}{R} = mg \cdot \operatorname{tg} \alpha,$$

откуда $v^2 = Rg \cdot \operatorname{tg} \alpha$, с учётом, что $v = \frac{2\pi R \cdot n}{t}$ и $R = l \cdot \sin \alpha$.

$$\text{Находим } n = \frac{t}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l \cdot \cos \alpha}}.$$

$$\text{Ответ: } n = \frac{t}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l \cdot \cos \alpha}}.$$

3. Статика и гидростатика

3.1. Давление

Физическую величину, равную отношению силы F , действующей перпендикулярно поверхности, к площади S этой поверхности, называют **давлением**:

$$P = \frac{F}{S}.$$

За единицу давления в СИ принимают давление, которое оказывает сила в 1 Н на перпендикулярную к ней поверхность площадью 1 м². Эта единица называется *паскалем* (Па):

$$1 \text{ Па} = \frac{1 \text{ Н}}{\text{м}^2} = 1 \text{ Н/м}^2.$$

На практике применяется внесистемная единица давления *атмосфера* и *миллиметр ртутного столба*.

$$1 \text{ атм.} = 760 \text{ мм рт. ст.} \approx 10^5 \text{ Па.}$$

3.2. Момент силы

Моментом силы называется произведение силы на её плечо:

$$M = Fd.$$

Плечом силы d называют кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия силы.

3.3. Условия равновесия твёрдого тела

Условие равновесия рычага: алгебраическая сумма моментов всех вращающих тело сил равна нулю.

Центр тяжести тела — это точка, через которую должна проходить линия действия силы, чтобы тело двигалось поступательно. В центре тяжести приложена равнодействующая всех сил тяжести, действующих на частицы, из которых состоит тело.

Часто в задачах на статику требуется две параллельные силы \vec{F}_1 и \vec{F}_2 , приложенные к телу, уравновешивать одной силой. Уравновешивающая сила \vec{F} параллельна им и по величине равна их алгебраической сумме:

$$F = F_1 \pm F_2.$$

Линия действия уравнивающей силы \vec{F} отстоит от линии действия силы $F_1 > F_2$ на расстоянии

$$x = \frac{F_2}{F_1 \pm F_2} \cdot l,$$

где l — расстояние между линиями действия сил \vec{F}_1 и \vec{F}_2 .

Знак «плюс» ставят, когда силы \vec{F}_1 и \vec{F}_2 направлены в одну сторону, знак «минус» — в противоположные.

1) Тело находится в равновесии, если равнодействующая всех сил, приложенных к нему, равна нулю:

$$\Sigma \vec{F}_i = 0.$$

2) Тело, имеющее неподвижную ось вращения, находится в равновесии, если алгебраическая сумма моментов сил, действующих на него, равна нулю:

$$\Sigma M = 0.$$

3.4. Давление жидкости

Гидростатическое давление жидкости на глубине h

$$p = \rho gh,$$

где ρ — плотность жидкости.

3.5. Закон Паскаля

Закон Паскаля для жидкостей и газов:

давление, производимое на жидкость или газ, передаётся по всем направлениям без изменения.

Сообщающимися сосудами называют сосуды, соединённые друг с другом так, чтобы жидкость могла свободно перетекать из одного сосуда в другой.

Закон сообщающихся сосудов:

в открытых сообщающихся сосудах при равновесии жидкости давление на любом горизонтальном уровне одинаково.

Гидравлический пресс представляет собой сообщающиеся сосуды цилиндрической формы разного сечения с поршнями, под которыми находится жидкость (см. рис. 58). Действие гидравлического пресса основано на законе Паскаля.

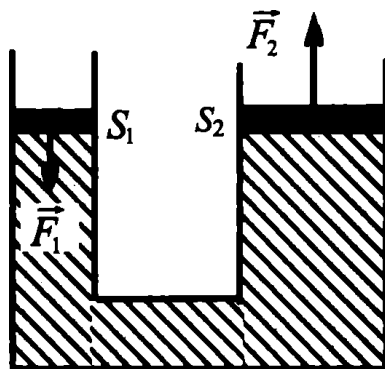


Рис. 58

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{S_2}{S_1}.$$

Гидравлический пресс даёт выигрыш в силе во столько раз, во сколько площадь большего поршня больше площади меньшего поршня.

Атмосферное давление — это давление столба воздуха на нижние его слои вследствие действия земного тяготения на атмосферный воздух.

Нормальным атмосферным давлением называют давление атмосферы, численно равное давлению столбика ртути высотой 760 мм. Это давление также называют физической атмосферой (атм).

$$1 \text{ атм.} = 760 \text{ мм рт. ст.} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

С увеличением высоты над уровнем моря атмосферное давление убывает из-за уменьшения веса вышележащих слоёв воздуха, т. к. ослабляется сила земного тяготения.

3.6. Закон Архимеда

Архимедовой силой называется сила F_A , действующая на всякое тело, погружённое в жидкость или газ.

Величину выталкивающей силы устанавливает *закон Архимеда*: на тело, погружённое в жидкость или газ, действует выталкивающая сила, направленная вертикально вверх и равная весу жидкости или газа, вытесненного телом:

$$F_A = \rho_{\text{жидк.}} g V_{\text{погр.}},$$

где $\rho_{\text{жидк.}}$ — плотность жидкости, в которую погружено тело, $V_{\text{погр.}}$ — объём погружённой части тела.

3.7. Условие плавания тела

Тело плавает в жидкости или газе, когда выталкивающая сила, действующая на тело, равна силе тяжести, действующей на тело.

Примеры решения заданий базового уровня сложности

Задача 48

На одной чашке неравноплечных весов (см. рис. 59) находится гиря массой 100 г. Гирю какой массы нужно положить на вторую чашку, чтобы уравновесить весы?

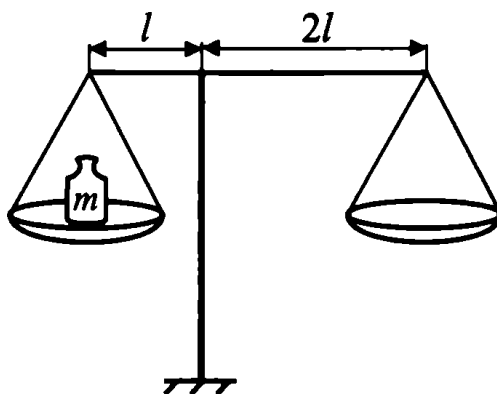


Рис. 59

Решение. По правилу рычага $m_1 l = m_2 \cdot 2l$, откуда

$$m_2 = \frac{m_1}{2} = 50 \text{ (г)}.$$

Ответ: 50 г.

Задача 49

На рисунке 60 (см. с. 80) изображена система, состоящая из рычага и блока. Масса груза 600 г. Какую силу F нужно приложить к рычагу в точке, как показано на рисунке, чтобы система находилась в равновесии?

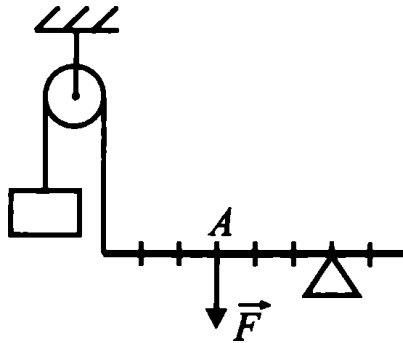


Рис. 60

Решение. Равновесие достигается, если момент силы натяжения равен моменту силы F . Как легко видеть, сила натяжения

$$mg = 0,6 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2 = 6 \text{ Н}.$$

Если за единицу измерения длины плеча выбрать размер одного сегмента плеча — l , рычага, приведённого на рисунке, то правило моментов запишется так:

$$6 \text{ Н} \cdot 6l = F \cdot 3l,$$

откуда следует, что $F = 12 \text{ Н}$.

Ответ: 12 Н.

Задача 50

Невесомый стержень опирается на две опоры в точках A и C (см. рис. 61). На стержне в точке B закреплён груз массой $M = 600 \text{ кг}$. Расстояние от левой опоры до груза $AB = 1 \text{ м}$, расстояние от правой опоры до груза $BC = 4 \text{ м}$. Найдите силу, действующую на стержень в точке C .

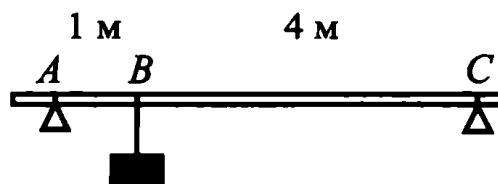


Рис. 61

Решение. Запишем момент сил относительно оси, проходящей через точку A :

$$\begin{aligned} F \cdot |AC| - Mg \cdot |AB| &= 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow F &= \frac{Mg \cdot |AB|}{|AC|} = \frac{600 \cdot 10 \cdot 1}{5} = 1200 \text{ (Н)}. \end{aligned}$$

Ответ: 1200 Н.

Задача 51

Вес груза в воздухе равен 2 Н. При опускании груза в воду на него действует сила Архимеда, равная 0,5 Н. Каков вес груза в воде?

Решение. Вес груза в воде $P = mg - F_A$, тогда $P = 2 - 0,5 = 1,5$ (Н).

Ответ: 1,5 Н.

Задача 52

Тело погружено на половину своего объёма в воду и плавает в ней. Чему равна плотность тела?

Решение. Условие плавания $F_A = F_{\text{тяж.}}$, т. е. $\frac{V}{2} \rho_{\text{в}} g = \rho_{\text{т}} g V$. Отсюда

$$\rho_{\text{т}} = \frac{\rho_{\text{в}}}{2} = 500 \text{ (кг/м}^3\text{)}.$$

Ответ: 500 кг/м³.

Задача 53

Тело массой 300 г и плотностью 1500 кг/м³ прикрепили к нити и опустили в ёмкость с водой (см. рис. 62). Найдите силу натяжения нити.

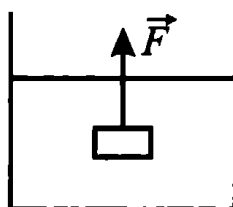


Рис. 62

Решение. На тело, погружённое в жидкость, действует сила тяжести, направленная вниз, и сила Архимеда, направленная вверх.

$$F + F_a - mg = 0, \quad F_a = g \rho_{\text{в}} V = g \rho_{\text{в}} \frac{m}{\rho_{\text{т}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F = mg - F_a = mg - mg \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{т}}}.$$

$$\text{Считаем } F = 0,3 \cdot 10 - 0,3 \cdot 10 \cdot \frac{1000}{1500} = 1 \text{ (Н)}.$$

Ответ: 1 Н.

Задача 54

Учеником с помощью барометра проводились измерения атмосферного давления. Верхняя шкала барометра проградуирована в гПа, а нижняя шкала — в мм рт. ст. (см. рис. 63). Погрешность измерений давления равна половине цены деления шкалы барометра. Запишите в ответ показания барометра в гПа с учётом погрешности измерений.

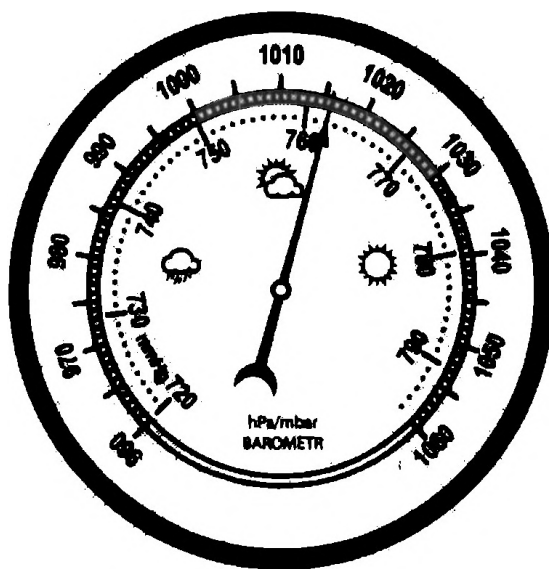


Рис. 63

Решение. В гПа градуирована верхняя шкала барометра. Стрелка на ней указывает на 1016 гПа. Для расчёта погрешности измерения прибора нужно цену его деления поделить пополам (по условию задачи). Получаем 0,5 гПа. Таким образом, барометр показывает $1016,0 \pm 0,5$ гПа.

Ответ: $1016,0 \pm 0,5$ гПа.

Примеры решения заданий повышенного уровня сложности**Задача 55**

Железная гири висит на невесомой нити, прикреплённой к невесомому рычагу AB , способному вращаться вокруг точки O (см. рис. 64 на с. 83). Гирю полностью поместили в сосуд с водой. Какую силу надо приложить к точке B , чтобы рычаг AB остался в горизонтальном положении, если $AB = 3 \cdot AO$, а объём гири $V = 1,5 \text{ дм}^3$?

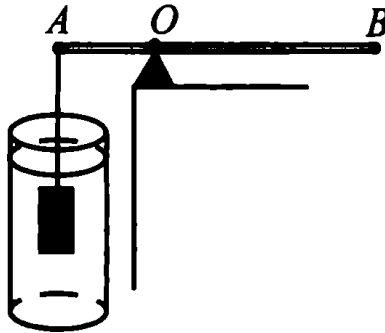


Рис. 64

Решение. Чтобы рычаг оставался в горизонтальном положении, надо, чтобы сила натяжения нити, на которой висит гиря, была равна

$$T = mg - F_A; m = \rho V; F_A = \rho_{\text{ж}} V g,$$

т. е. $T = (\rho - \rho_{\text{ж}}) V g$. Силу F , которую надо приложить к точке B , найдём из равенства моментов сил T и F относительно точки O : $T \cdot AO = F \cdot OB$, откуда

$$F = T \cdot \frac{AO}{OB} = \frac{(\rho - \rho_{\text{ж}}) V g}{2} = \frac{6,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 \cdot 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \cdot 10 \text{ м/с}^2}{2} = 51 \text{ Н}.$$

Ответ: 51 Н.

Задача 56

Каков объём полости внутри медного шара массой 2,67 кг, если он плавает в воде, погрузившись наполовину?

Решение. Сделаем рисунок к этой задаче (см. рис. 65).

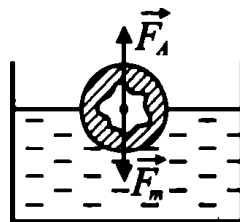


Рис. 65

Условие плавания шара выглядит как равенство силы тяжести и силы Архимеда:

$$F_A = F_T.$$

Или по определению можем записать $mg = \rho g V$, здесь m — масса шара, V — объём погруженной части шара, ρ — плотность воды. С другой стороны, $2V = V_{\text{м}} + V_{\text{п}}$, здесь $V_{\text{м}}$ — объём меди, $V_{\text{п}}$ — объём полости.

$$V_M = \frac{m}{\rho_M}.$$

Получим $V_{\Pi} = \frac{2(\rho_M - \rho) \cdot m}{\rho_M \cdot \rho} = 0,005 \text{ (м}^3\text{)}.$

Ответ: 0,005 м³.

Задача 57

Чему равна сила, которую надо приложить к рычагу в точке *A*, чтобы груз находился в равновесии (см. рис. 66)? Масса рычага равна 3 кг.

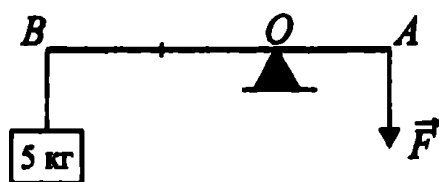


Рис. 66

Решение. Запишем условие равновесия для рычага

$$Mg \cdot 2l + m_1gl = Fl + m_2g\frac{l}{2},$$

где *M* — масса груза, *l* — третья часть длины рычага, *m*₁ и *m*₂ — массы левой и правой частей рычага, *m*₁ + *m*₂ = *m* и *m*₁ : *m*₂ = 2 : 1. Тогда

$$m_1 = 2 \text{ кг}, m_2 = 1 \text{ кг} \text{ и } F = g\left(2M + m_1 - \frac{m_2}{2}\right).$$

$$F = 10\left(2 \cdot 5 + 2 - \frac{1}{2}\right) = 115 \text{ (Н)}.$$

Ответ: 115 Н.

Задача 58

Два одинаковых бруска массой 500 г каждый, связанные друг с другом, плавают в воде так, что уровень воды приходится на границу между ними (см. рис. 67 на с. 85). Из приведённого ниже списка выберите все правильные утверждения.

- 1) Плотность материала, из которого изготовлены бруски, равна 1000 кг/м³.
- 2) Если на верхний брусок поставить гирию массой 1,5 кг, то бруски не утонут.
- 3) Сила Архимеда, действующая на бруски, равна 10 Н.

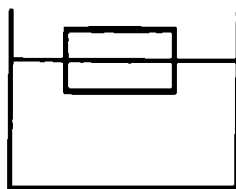


Рис. 67

- 4) Если воду заменить на керосин, то глубина погружения брусков увеличится.
- 5) Если в стопку добавить ещё три таких же бруска, то глубина её погружения увеличится.

Решение. Рассмотрим каждый из вариантов ответа:

1) Выталкивающая сила, действующая на бруски, равна силе тяжести $2mg = \rho_{\text{в}} g V_{\text{бр.}}, 2\rho_{\text{бр.}} V_{\text{бр.}} g = \rho_{\text{в}} g V_{\text{бр.}}$. Отсюда следует, что $\rho_{\text{бр.}} = 0,5 \cdot \rho_{\text{в}} = 500 \text{ кг/м}^3$. Первое утверждение ложное.

2) Максимальная сила Архимеда, действующая на два бруска при их полном погружении в воду, будет равна

$$2V_{\text{бр.}} \cdot \rho_{\text{в}} g = 2 \cdot \frac{m}{\rho_{\text{бр.}}} \cdot \rho_{\text{в}} g = 2 \cdot \frac{0,5}{500} \cdot 1000 \cdot 10 = 20 \text{ (Н)}.$$

Если на бруски поставить гирю массой 1,5 кг, то в дополнение действующей на них силе тяжести добавится вес груза (еще 15 Н). В сумме эти две силы превысят максимальную выталкивающую силу, и бруски утонут. Второе утверждение ложное.

3) Сила Архимеда, действующая на бруски, уравнивается силой тяжести, следовательно $F_A = 2mg = 2 \cdot 0,5 \cdot 10 = 10 \text{ (Н)}$. Третье утверждение верное.

4) Если воду заменить на керосин, плотность которого меньше плотности воды, бруски всё равно будут плавать на поверхности жидкости и выталкивающая сила не изменится. Но так как плотность жидкости уменьшилась, то глубина погружения брусков увеличится. Четвёртое утверждение верное.

5) Плотность брусков в два раза меньше плотности воды, так что при добавлении трёх дополнительных брусков под водой окажется 2,5 бруска, то есть глубина их погружения увеличится. Пятое утверждение верное.

Ответ: 345.

Примеры решения заданий высокого уровня сложности

Статика

Часто в задачах на статику требуется две параллельные силы \vec{F}_1 и \vec{F}_2 , приложенные к телу, уравнивать одной силой. Уравнивающая сила \vec{F} параллельна им и по величине равна их алгебраической сумме:

$$F = F_1 \pm F_2.$$

Линия действия уравнивающей силы \vec{F} отстоит от линии действия силы $F_1 > F_2$ на расстояние

$$x = \frac{F_2}{F_1 \pm F_2} \cdot l,$$

где l — расстояние между линиями действия сил \vec{F}_1 и \vec{F}_2 .

Знак «плюс» ставят, когда силы \vec{F}_1 и \vec{F}_2 направлены в одну сторону, знак «минус» — в противоположные.

Алгоритм решения задач

1. Выяснить, по отношению к какой инерциальной системе отсчёта находится тело в состоянии равновесия.
2. Сделать рисунок, на котором изобразить все силы, действующие на тело.
3. Выяснить, как может двигаться тело в рассматриваемой системе отсчёта (поступательно или может вращаться).

3.1. Если тело может двигаться только поступательно, то необходимо записать условие равновесия этого тела в конкретном векторном виде.

3.2. Если тело может только вращаться (т. е. имеет закреплённую ось вращения), то необходимо записать сумму моментов относительно оси вращения.

3.3. Если тело может участвовать как в поступательном, так и во вращательном движении, то необходимо записать оба уравнения равновесия тел.

4. При наличии векторного уравнения выбрать систему координат и спроецировать его на эти оси.
5. Решить полученную систему уравнений (уравнение) относительно неизвестных величин.

Задача 59

Лестница длиной $l = 4,0$ м приставлена к идеально гладкой стене под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. Коэффициент трения между лестницей и полом $\mu = 0,33$. На какое расстояние S вдоль лестницы может подняться человек, прежде чем лестница начнёт скользить? Массу лестницы не учитывать.

Какие законы Вы использовали для описания скольжения лестницы? Обоснуйте их применимость к данному случаю. Сделайте рисунок с указанием сил, действующих на лестницу.

Дано: $l = 4,0$ м, $\alpha = 60^\circ$, $\mu = 0,33$.

Найти: S .

Обоснование.

Инерциальную систему отсчёта, относительно которой лестница находится в равновесии, удобно связать с поверхностью Земли.

Расставим силы, действующие на лестницу и направим оси декартовой системы координат, как показано на рисунке (см. рис. 68 на с. 88).

На лестницу действуют четыре силы:

\vec{F} — сила давления человека;

\vec{N}_1 и \vec{N}_2 — силы нормальной реакции стены и пола;

$\vec{F}_{\text{тр.}}$ — сила трения лестницы о пол.

Описываем стержень AB моделью твёрдого тела (форма и размеры тела неизменны, расстояние между любыми двумя точками тела остаётся неизменным). В случае скольжения лестница будет участвовать в сложном движении: поступательном (вдоль оси Ox) и вращательном (вокруг оси в точке A , проходящей через нижний конец лестницы). Следовательно, для решения задачи необходимо использовать оба условия равновесия тела. Первое для поступательного движения (сумма внешних сил равна нулю);

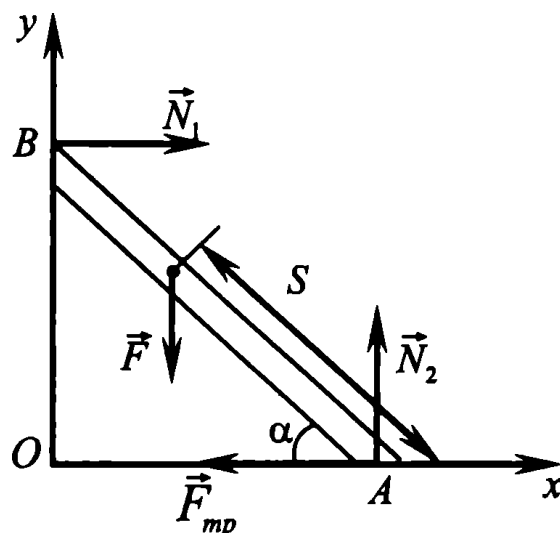


Рис. 68

второе — для вращательного движения (сумма моментов внешних сил относительно оси вращения равна нулю).

Решение.

Первое условие равновесия лестницы имеет вид:

$$\vec{F}_{\text{тр.}} + \vec{F} + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 = 0.$$

Спроецируем это уравнение на выбранные оси координат (см. рис. 68).

$$Ox: N_1 - F_{\text{тр.}} = 0, \quad N_1 = F_{\text{тр.}} = N_2 \mu;$$

$$Oy: N_2 - F = 0, \quad N_2 = F.$$

Найдём моменты сил, действующих на лестницу относительно оси, проходящей через точку A . Моменты сил \vec{N}_2 и $\vec{F}_{\text{тр.}}$ равны нулю (их плечи равны нулю). Плечо силы $\vec{F}_{\text{тр.}}$ равно $S \cdot \cos \alpha$; плечо силы $\vec{N}_1 = OB = l \sin \alpha$. Пусть момент силы \vec{N}_1 — отрицательный, тогда момент силы \vec{F} — положительный.

Уравнение моментов для лестницы есть

$$-N_1 l \sin \alpha + F S \cos \alpha = 0 \quad \text{или} \quad -\mu N_2 l \sin \alpha + N_2 S \cos \alpha = 0;$$

$$S \cos \alpha = \mu \cdot l \sin \alpha, \quad \text{откуда} \quad S = \mu \cdot l \operatorname{tg} \alpha, \quad S = 2,3 \text{ м.}$$

Ответ: $S = 2,3 \text{ м.}$

Задача 60

К однородному стержню, который может поворачиваться вокруг горизонтальной оси, проходящей через точку O (см. рис. 69 на с. 89), прикреп-

лён в точке A груз массой $m = 0,8$ кг. Груз какой массы должен быть подвешен в точке B , чтобы стержень был в равновесии, если расстояние $AO = \frac{1}{4}l$, $BO = \frac{1}{2}l$, где l — длина стержня, а масса стержня $M = 0,4$ кг?

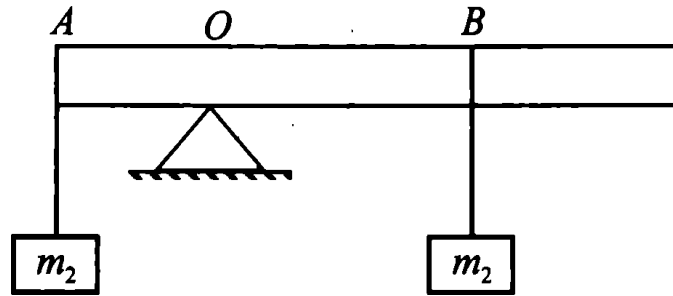


Рис. 69

Какие законы Вы использовали для описания условия неподвижности стержня? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

Дано: $m_1 = 0,8$ кг, $M = 0,4$ кг.

Найти: m_2 .

Обоснование.

Описываем стержень AB моделью твёрдого тела (форма и размеры тела неизменны, расстояние между любыми двумя точками тела остаётся неизменным).

Инерциальную систему отсчёта, относительно которой стержень находится в равновесии, можно связать с его осью вращения. После того как к стержню подвешат груз в точке B , на него будут действовать четыре силы:

$\vec{F}_1 = m_1\vec{g}$ — вес первого груза;

$\vec{F}_2 = m_2\vec{g}$ — вес второго груза;

$M\vec{g}$ — сила тяжести стержня;

\vec{N} — реакция опоры.

Стержень не может двигаться поступательно, поэтому для решения задачи нужно записать условие равновесия тела только для случая вращательного движения — сумма моментов внешних сил относительно оси вращения (в данном случае точки O) равна нулю.

Решение.

Делаем рисунок 70.

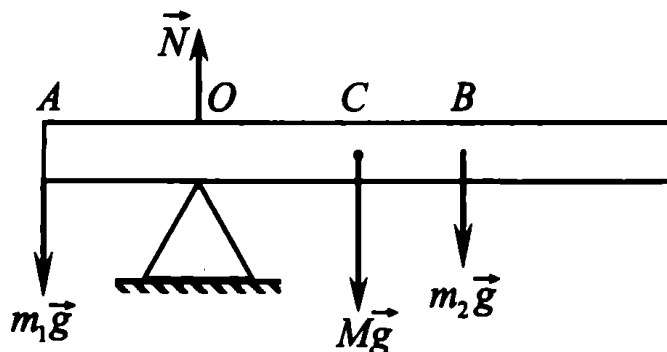


Рис. 70

Плечи сил соответственно равны:

$$AO = \frac{1}{4}l, \quad BO = \frac{1}{2}l, \quad OC = \frac{1}{4}l.$$

Запишем уравнение моментов относительно точки O и тем самым избавимся от момента неизвестной нам силы \vec{N} (её момент равен нулю).

Момент сил \vec{F}_2 — положительный, момент силы \vec{F}_1 — отрицательный.

Условие равновесия стержня запишем в виде:

$$-m_1g\frac{1}{4}l + Mg\frac{1}{4}l + m_2g\frac{1}{2}l = 0.$$

Откуда

$$m_2 = \frac{m_1 - M}{2} = 0,2 \text{ (кг)}.$$

Ответ: $m_2 = 0,2$ кг.

Задача 61

Определите силы \vec{F}_1 и \vec{F}_2 , действующие на опоры горизонтального стержня длиной $L = 5$ м, к которому подвешен груз массой $m = 10$ кг на расстоянии $l = 2$ м от одного из концов (см. рис. 71 на с. 91). Массу стержня не учитывать.

Какие законы Вы использовали для описания условия неподвижности стержня? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

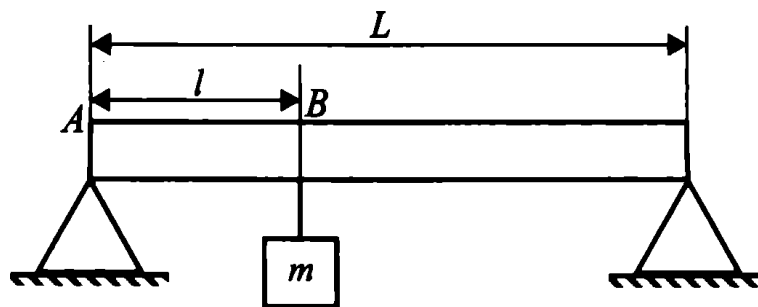


Рис. 71

Дано: $m = 10$ кг, $AB = l = 2$ м, $AC = L = 5$ м.

Найти: F_1 и F_2 .

Обоснование.

Описываем стержень AB моделью твёрдого тела (форма и размеры тела неизменны, расстояние между любыми двумя точками тела остаётся неизменным).

Инерциальную систему отсчёта, относительно которой стержень находится в равновесии, можно связать с одной из его опор. После того как к стержню подвешат груз в точке B , на него будут действовать три силы:

$\vec{F} = m\vec{g}$ — вес груза;

\vec{N}_1, \vec{N}_2 — сила реакции каждой из опор.

Стержень не может двигаться поступательно, поэтому для решения задачи нужно записать условие равновесия тела только для случая вращательного движения — сумма моментов внешних сил относительно оси вращения равна нулю.

Решение.

Делаем рисунок 72.

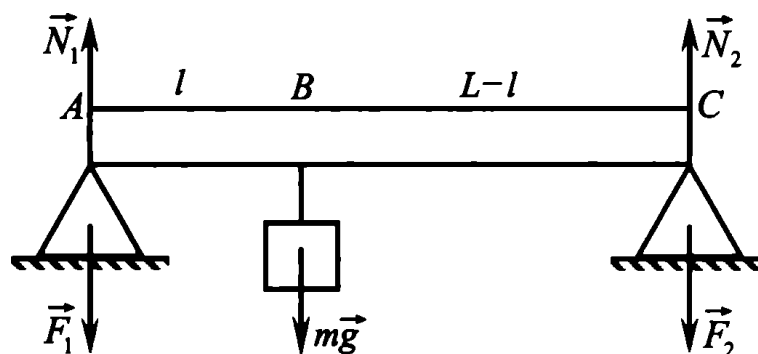


Рис. 72

Данная задача решается аналогично задаче 60, исключение состоит в том, что нам необходимо определить силы F_1 и F_2 , которые приложены к опорам, поэтому в уравнении моментов для стержня их использовать нельзя. Но согласно третьему закону Ньютона,

$$|\vec{F}_1| = |\vec{N}_1|, \quad |\vec{F}_2| = |\vec{N}_2|.$$

Для того чтобы определить реакцию опоры \vec{N}_1 , за ось вращения стержня возьмём ось, проходящую через точку C :

$$N_1 L = mg(L - l).$$

Для определения реакции опоры \vec{N}_2 за ось вращения стержня возьмём ось, проходящую через точку A :

$$N_2 L = mgl.$$

После вычислений получим: $F_1 = 60 \text{ Н}$, $F_2 = 40 \text{ Н}$.

Ответ: $F_1 = 60 \text{ Н}$, $F_2 = 40 \text{ Н}$.

Задача 62

Шар висит на нити, опираясь на стену. Точка, в которой закреплена нить, находится на стене на одной вертикали с точкой опоры шара. При каком минимальном коэффициенте трения μ между шаром и стеной точка, где нить прикреплена к шару, будет находиться на одной вертикали с его центром тяжести (см. рис. 73)?

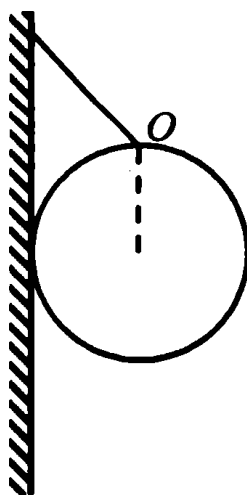


Рис. 73

Какие законы Вы использовали для описания условия неподвижности шара? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

Найти: μ .

Обоснование.

Описываем шар моделью твёрдого тела (форма и размеры тела неизменны, расстояние между любыми двумя точками тела остаётся неизменным).

Инерциальную систему отсчёта, относительно которой шар находится в равновесии, можно связать со стеной.

Шар поступательно двигаться не может, поэтому для решения задачи нужно записать условие равновесия тела только для случая вращательного движения — сумма моментов внешних сил относительно оси вращения (точки O) равна нулю.

Решение.

Делаем рисунок 74.

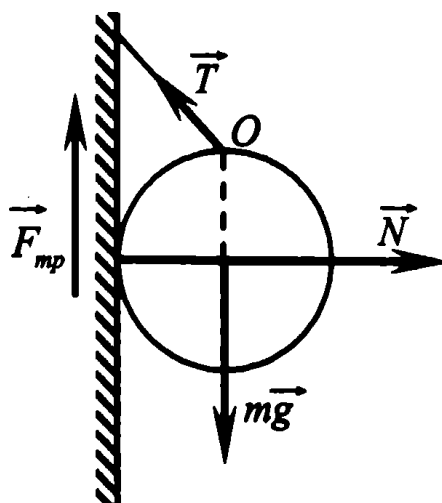


Рис. 74

Запишем уравнение моментов относительно точки O . Так как через эту точку проходят линии действия силы натяжения нити \vec{T} и силы тяжести $m\vec{g}$, то моменты этих сил равны нулю. Из рисунка видно, что шар (пусть его радиус будет равен R) будет находиться в равновесии, когда момент силы трения $\vec{F}_{\text{тр}}$ будет равен моменту реакции опоры \vec{N} (относительно точки O).

$$F_{\text{тр}} \cdot R = N \cdot R,$$

$$\mu \cdot N = N, \quad \mu = 1.$$

Ответ: $\mu = 1$.

Задача 63

В центре катка радиусом R приложена сила, равная его силе тяжести. Какой максимальной должна быть высота порожка h_{\max} (см. рис. 75), чтобы каток можно было закатить на порожек?

Какие законы Вы использовали для описания движения катка? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

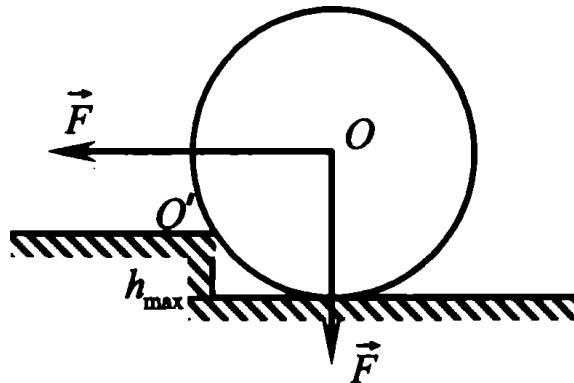


Рис. 75

Дано: R .

Найти: h_{\max} .

Обоснование.

Описываем каток моделью твёрдого тела (форма и размеры тела неизменны, расстояние между любыми двумя точками тела остаётся неизменным).

Инерциальную систему отсчёта, относительно которой каток находится в равновесии, можно связать горизонтальной поверхностью.

Если высота порожка меньше h_{\max} , то каток находится в равновесии. На каток действуют две одинаковые по модулю силы. Поступательно он двигаться не может, поэтому для решения задачи нужно записать условие равновесия тела только для случая вращательного движения — сумма моментов внешних сил относительно оси вращения (точки O') равна нулю.

Решение.

Делаем рисунок 76 (см. рис. 95).

Запишем уравнение моментов относительно точки O' : $Fl_1 - Fl_2 = 0$, $l_1 = l_2$, $l_1 = (R - h)$, $l_2 = \sqrt{R^2 - (R - h)^2}$ или $(R - h)^2 = R^2 - (R - h)^2$,

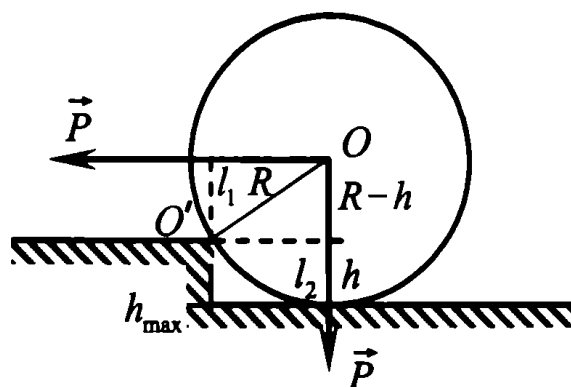


Рис. 76

откуда

$$h = R \left(1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \right).$$

Корень $h = R \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$ не имеет физического смысла, т. е.

$$h_{\max} = R \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 0,3R.$$

Ответ: $h_{\max} = 0,3R$.

Задача 64

Фонарь массой $m = 20$ кг подвешен на двух одинаковых тросах (см. рис. 77), образующих угол $\alpha = 120^\circ$. Найдите силу натяжения каждого из тросов.

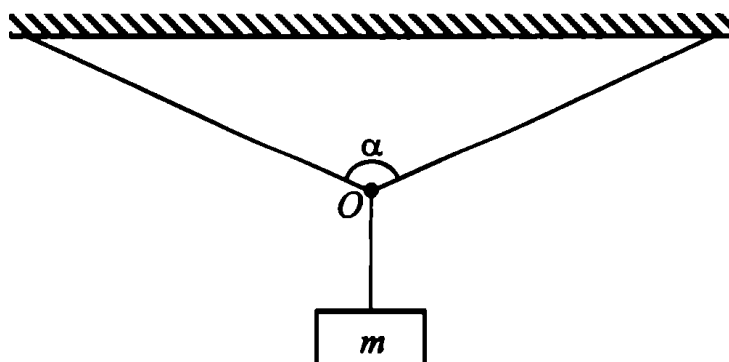


Рис. 77

Какие законы Вы использовали для описания условия неподвижности фонаря? Обоснуйте их применимость к данному случаю. Сделайте рисунок с указанием сил, действующих на фонарь.

Дано: $m = 20$ кг, $\alpha = 120^\circ$, $g = 10$ м/с².

Найти: \vec{T} .

Обоснование.

Инерциальную систему отсчёта, относительно которой фонарь находится в равновесии, удобно связать с поверхностью Земли.

На фонарь действуют три силы:

\vec{F} — сила тяжести;

\vec{T}_1 и \vec{T}_2 — силы натяжения каждого из тросов.

Так как тросы совершенно одинаковые, то силы натяжения тросов будут равны по модулю $T_1 = T_2 = T$ (см. рис. 78). Кроме того, так как длина тросов одинаковая, то точка O находится ровно посередине между точками подвеса тросов и угол $\beta_1 = \beta_2 = \frac{\alpha}{2}$.

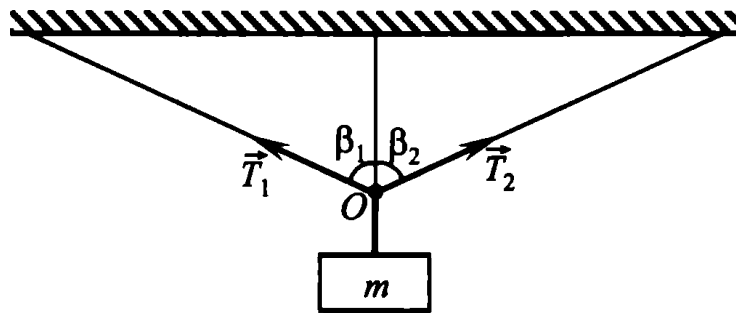


Рис. 78

Фонарь вращаться не может, но может двигаться поступательно вдоль вертикальной оси. Следовательно, для решения задачи нужно использовать условие равновесия тела при поступательном движении — сумма внешних сил, действующих на тело, равна нулю.

Решение.

Делаем рисунок 79 (см. рис. 97).

Векторная сумма всех внешних сил равна нулю.

$$\vec{T} + \vec{T} + m\vec{g} = 0,$$

То есть векторная сумма сил натяжения должна дать результирующую силу \vec{F}_R , равную по модулю силе тяжести груза $m\vec{g}_0$, потому что только в этом случае узел O будет находиться в равновесии.

Из рисунка видно, что

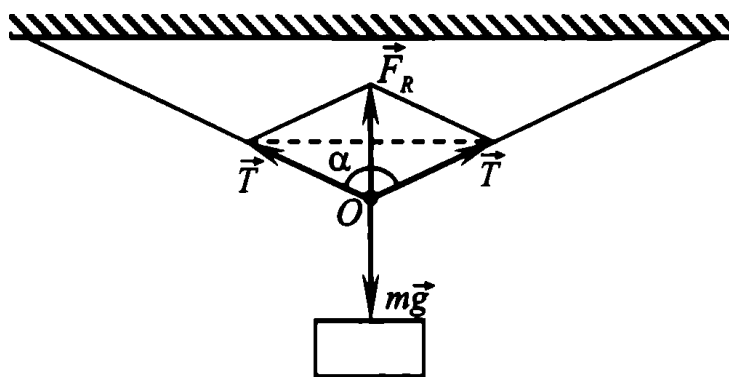


Рис. 79

$$\frac{F_R}{2} = T \cos \frac{\alpha}{2}, \quad \left(\frac{\alpha}{2} = 60^\circ, \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \right),$$

$$\frac{1}{2}mg = \frac{1}{2}T, \quad T = 200 \text{ Н.}$$

Ответ: $T = 200 \text{ Н.}$

Гидростатика

Алгоритм решения задач

1. При решении задач этого раздела рекомендуется сделать рисунок, на котором отметить положения уровней жидкости.
2. При решении задач, в которых рассматривается движение тел в жидкости (газе), следует придерживаться алгоритма решения задач по динамике. Если движущимся телом является сам слой жидкости, то в этих задачах приходится учитывать не силы, действующие между телами, а производимые ими давления. Тогда уравнение второго закона Ньютона можно записать так: $\sum \vec{F} = m\vec{a} = \rho S l \vec{a}$, откуда $\sum P = \rho l a$ — здесь в левой части стоит сумма давлений, производимых на движущийся слой жидкости, l — толщина слоя, ρ — плотность жидкости, a — ускорение.
3. В случае равновесия тел в жидкости (газе) алгоритм решения задач такой же, как и задач на равновесие тел с учётом закона Паскаля и вытекающих из него следствий.

Задача 65

Льдина, имеющая форму прямоугольного параллелепипеда, плавает в воде, высовываясь из неё наружу на $l = 2 \text{ см.}$ Определите мас-

су m льдины, если площадь её основания $S = 200 \text{ см}^2$. Плотность льда $\rho_{\text{л}} = 0,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, плотность воды $\rho_{\text{в}} = 10^3 \text{ кг/м}^3$.

Какие законы Вы использовали для описания плаванья льдины? Обоснуйте их применимость к данному случаю. Сделайте рисунок с указанием сил, действующих на льдину.

Дано: $l = 2 \text{ см} = 0,02 \text{ м}$, $S = 200 \text{ см}^2 = 0,020 \text{ м}^2$, $\rho_{\text{л}} = 0,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $\rho_{\text{в}} = 10^3 \text{ кг/м}^3$.

Найти: m .

Обоснование.

Система отсчёта, относительно которой льдина находится в состоянии покоя, может быть связана с поверхностью воды. На льдину действуют две силы: $m\vec{g}_0$ — сила тяжести и \vec{F}_A — сила Архимеда, направленные в противоположные стороны.

Запишем условие равновесия тела, для которого возможно поступательное движение — сумма действующих на него внешних сил равна нулю:

$$\vec{F}_A + m\vec{g} = 0.$$

Решение.

Делаем рисунок 80.

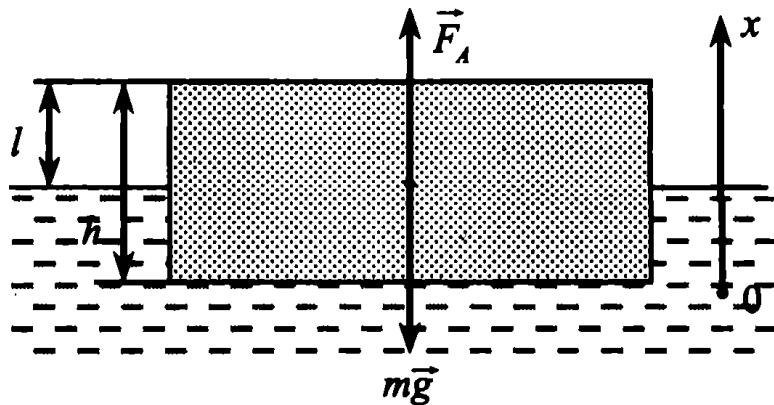


Рис. 80

Спроецируем условия равновесия льдины на выбранную ось Ox (см. рис. 80).

$$F_A - mg = 0. \quad (1)$$

Сила Архимеда $F_A = \rho_{\text{в}} g V_1$, где V_1 — объём погружённой части

льдины. Учитывая, что $m = \rho_{\text{л}}Sh$, уравнение (1) можно переписать в виде

$$\rho_{\text{в}}S(h - l) = \rho_{\text{л}}Shg, \text{ откуда } h = \frac{\rho_{\text{в}}l}{\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}}}, \text{ таким образом,}$$

$$m = \rho_{\text{л}}Sh = \frac{\rho_{\text{л}}\rho_{\text{в}}l}{\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}}} = 3,6 \text{ (кг)}.$$

Ответ: $m = 3,6$ кг.

Задача 66

Прямой деревянный цилиндр плавает на поверхности воды так, что в воде находится $n = 0,9$ его высоты. Какая часть высоты цилиндра будет погружена в воду, если на воду налить слой масла, полностью закрывающий цилиндр? Плотность воды $\rho_{\text{в}} = 10^3 \text{ кг/м}^3$, плотность масла $\rho_{\text{м}} = 0,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. Выталкивающей силой со стороны воздуха пренебречь.

Какие законы Вы использовали для описания плавания цилиндра? Обоснуйте их применимость к данному случаю. Сделайте рисунок с указанием сил, действующих на цилиндр.

Дано: $n = 0,9$, $\rho_{\text{в}} = 10^3 \text{ кг/м}^3$, $\rho_{\text{м}} = 0,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

Найти: x .

Обоснование.

Система отсчёта, относительно которой цилиндр находится в состоянии покоя, может быть связана с поверхностью воды.

Делаем рисунок, на котором изображаем два положения цилиндра: до (а) и после (б) того, как было налито масло (см. рис. 81).

Обозначим площадь цилиндра S , части высоты цилиндра, находящиеся в воздухе и в воде, через h_1 и h_2 (случай а), в масле и в воде через h_3 и h_4 (случай б).

В случае а) на цилиндр действуют силы: тяжести $\vec{F}_{\text{Т}}$, Архимеда со стороны воды $\vec{F}_{\text{Ав}}$.

В случае б) на цилиндр действуют силы: тяжести $\vec{F}_{\text{Т1}}$, Архимеда со стороны воды $\vec{F}'_{\text{Ав}}$ и со стороны масла $\vec{F}_{\text{Ам}}$.

В обоих случаях цилиндр находится в равновесии. Следовательно, мы можем записать условия его равновесия для поступательного движения,

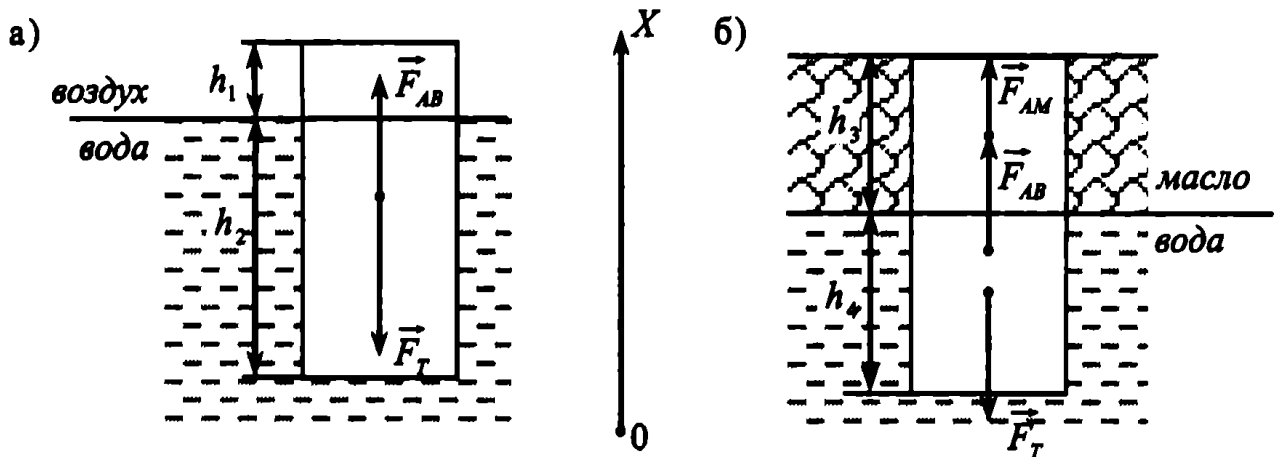


Рис. 81

а именно то, что сумма действующих на него внешних сил в каждом из случаев равна нулю.

$$\text{а) } \vec{F}_{AB} + \vec{F}_T = 0;$$

$$\text{б) } \vec{F}'_{AB} + \vec{F}_{AM} + \vec{F}_T = 0.$$

Решение.

Спроецируем эти уравнения на выбранную нами ось Ox (см. рис. 81):

$$\text{а) } F_{AB} - P = 0;$$

$$\text{б) } F'_{AB} + F_{AM} - P = 0.$$

Учитывая, что $P = mg = \rho_T g S (h_1 + h_2)$, где ρ_T — плотность тела (цилиндра), $F_{AB} = \rho_B g h_2 S$, $F'_{AB} = \rho_B g h_4 S$, $F_{AM} = \rho_M g h_3 S$.

Следовательно, уравнения переписутся в следующем виде:

$$\text{а) } \rho_B h_2 - \rho_T (h_1 + h_2) = 0;$$

$$\text{б) } \rho_B h_4 - \rho_M h_3 - \rho_T (h_1 + h_2) = 0, \text{ кроме того,}$$

$$\text{в) } h_1 + h_2 = h_3 + h_4, \text{ и по условию задачи } \frac{h_2}{h_1 + h_2} = n.$$

Из составленных уравнений требуется определить $x = \frac{h_4}{h_3 + h_4}$.

Из уравнений а) и б) определим плотность тела $\rho_T = \rho_B \frac{h_2}{h_1 + h_2} = \rho_B n$.

Из уравнений а) и в) следует: $\rho_B \frac{h_4}{h_3 + h_4} + \rho_M \frac{h_3}{h_3 + h_4} - \rho_T = 0$.

$$\text{Откуда } x = \frac{h_4}{h_3 + h_4} = \frac{\rho_{\text{г}} - \rho_{\text{м}}}{\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{м}}} = \frac{n\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{м}}}{\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{м}}}.$$

Подставляя значения плотностей и n , имеем: $x = 0,5$.

Ответ: $x = 0,5$.

Задача 67

В сообщающихся сосудах находится ртуть. Диаметр одного сосуда в 4 раза больше диаметра другого. В узкий сосуд наливают столб воды h_0 . На сколько изменится уровень ртути в одном сосуде и в другом? Плотность воды $\rho_{\text{в}}$, плотность ртути $\rho_{\text{рт}}$.

Какие законы Вы использовали для решения этой задачи? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

Дано: h_0 , $\rho_{\text{в}}$, $\rho_{\text{рт}}$, $D = 4d$.

Найти: h_1 и h'_2 .

Обоснование.

Делаем рисунок 82.

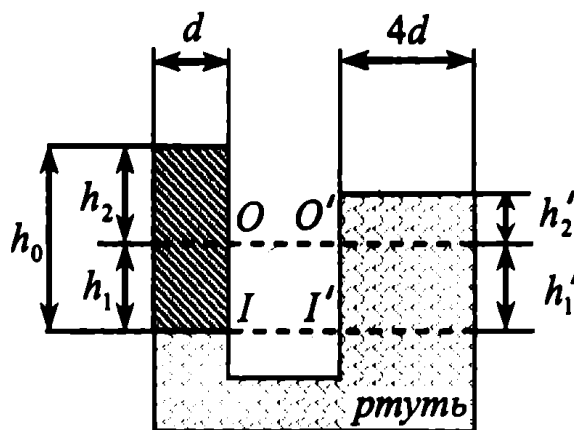


Рис. 82

Отмечаем начальный уровень ртути $O—O'$ и выбираем поверхность нулевого уровня на границе раздела воды и ртути $I—I'$ (см. рис. 82). Разбиваем столбы жидкости над поверхностью $I—I'$ в обоих сосудах на части и обозначаем их высоты: h_1 и h'_2 — понижение и повышение уровней ртути в левом и правом сосудах; h'_1 — расстояние между уровнями $O—O'$ и $I—I'$ в правом сосуде; h_2 — высота столба воды над уровнем $O—O'$.

Записываем условие равновесия жидкости в сообщающихся сосудах: на поверхности $I—I'$ давление в любых точках, находящихся в левом сосуде, равно давлению в точках, находящихся в правом сосуде.

Из условия несжимаемости жидкости следует, что $S_1 h_1 = S_2 h'_2$.

Решение.

Записываем условие равновесия жидкости в сообщающихся сосудах:

$$\rho_{\text{в}} g h_1 + \rho_{\text{рт}} g h_2 = \rho_{\text{рт}} g h'_1 + \rho_{\text{рт}} g h'_2.$$

Условие несжимаемости жидкости и дополнительные условия задачи позволяют составить ещё три уравнения: $S_1 h_1 = S_2 h'_2$ или $d^2 h_1 = 16 d^2 h'_2$, т. е. $h_1 = 16 h'_2$, $h_1 + h_2 = h_0$, $h_1 = h'_1$.

Окончательно имеем: $h'_2 = \frac{\rho_{\text{в}} h_0}{17 \rho_{\text{рт}}}$, $h_1 = \frac{16 \rho_{\text{в}} h_0}{17 \rho_{\text{рт}}}$.

Ответ: $h'_2 = \frac{\rho_{\text{в}} h_0}{17 \rho_{\text{рт}}}$, $h_1 = \frac{16 \rho_{\text{в}} h_0}{17 \rho_{\text{рт}}}$.

Задача 68

На дне сосуда стоит куб с ребром a , сделанный из материала плотностью ρ . Верхняя граница куба находится на глубине h под поверхностью жидкости плотностью ρ_0 . Найдите силу, с которой куб действует на дно, если между ним и дном сосуда жидкость не подтекает.

Какие законы Вы использовали для решения этой задачи? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

Дано: a , ρ , ρ_0 , h .

Найти: Q .

Обоснование.

Выберем систему отсчёта, связанную с поверхностью воды. На куб действуют три силы: сила тяжести $\vec{F}_T = m \vec{g}_0$, реакция опоры \vec{R} и F_A — сила Архимеда, причём из-за того, что вода не подтекает под основание куба, эта сила будет направлена вниз по направлению силы тяжести и равна по модулю силе давления столба жидкости на верхнее основание куба, т. е. $F_A = \rho_0 g h a^2$.

Куб находится в состоянии покоя, следовательно можно записать условие равновесия — сумма действующих на него внешних сил равна нулю.

Решение.

Делаем рисунок 83.

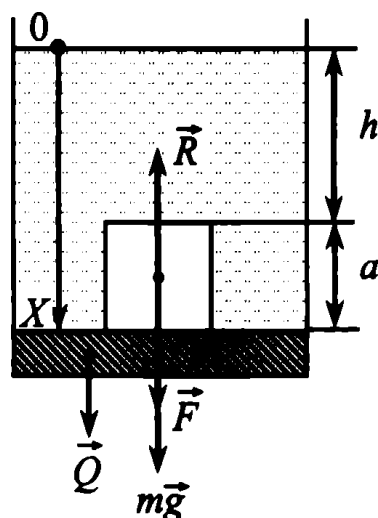


Рис. 83

Куб находится в состоянии покоя, следовательно, $\vec{F}_T + \vec{F}_A + \vec{R} = 0$, $-\vec{R} = \vec{F}_T + \vec{F}_A$.

Сила \vec{Q} , с которой куб будет давить на дно сосуда, согласно третьему закону Ньютона, по направлению реакции опоры \vec{R} : $\vec{Q} = -\vec{R}$. Таким образом, $\vec{Q} = \vec{F}_T + \vec{F}_A$.

Спроецируем это векторное уравнение на выбранную ось Ox :

$$Q = F_T + F_A = mg + \rho_0 g h a^2 = a^3 \rho g + \rho_0 g h a^2.$$

Ответ: $Q = a^3 \rho g + \rho_0 g h a^2$.

Задача 69

Плотность жидкости в n раз больше плотности материала тела. Какая часть объёма тела будет выступать над поверхностью, если тело поместить в жидкость?

Какие законы Вы использовали для описания плавания тела? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

Дано: $\frac{\rho_0}{n}$, ρ_t .

Найти: x .

Обоснование.

Система отсчёта, относительно которой тело находится в состоянии покоя, может быть связана с поверхностью воды. На тело действуют две силы: $m\vec{g}$ — сила тяжести и \vec{F}_A — сила Архимеда, направленные в противоположные стороны.

Запишем условие равновесия тела, для которого возможно поступательное движение — сумма действующих на него внешних сил должна быть равна нулю:

$$\vec{F}_A + m\vec{g} = 0.$$

Решение.

Делаем рисунок 84.

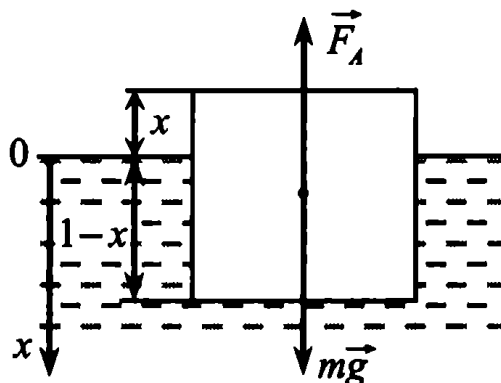


Рис. 84

Запишем условие плавания тела в проекциях на ось Ox (см. рис. 84):

$$F_T = F_A.$$

Объём тела V_T примем равным единице. Тогда пусть x — выступающая часть объёма тела над поверхностью жидкости, а $(1 - x)$ — его погружённая часть, тогда $mg = F_A$ или

$$\begin{aligned} V_T \rho_T g &= (1 - x) V_T \rho_0 g, \\ \rho_T &= (1 - x) \rho_0, \end{aligned}$$

по условию $\rho_0 = n \rho_T$, т. е. $1 = (1 - x)n$, окончательно имеем:

$$x = \frac{n - 1}{n}.$$

Ответ: $x = \frac{n - 1}{n}.$

Задача 70

Стальной цилиндр плотностью ρ_c , диаметром d и высотой h опущен в воду на тонкой цепочке длиной l и массой m . Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы вынуть цилиндр из воды за цепочку?

Какие законы Вы использовали для решения этой задачи? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

Дано: ρ_c, d, h, l, m_0 .

Найти: A .

Обоснование.

Чтобы совершить минимальную работу при подъёме тела, к нему нужно приложить такую силу, которая увеличивала бы потенциальную энергию тела, не сообщая ему заметной скорости.

Для подъёма цилиндра из воды необходимо совершить работу A_1 по подъёму цепочки и работу A_2 по подъёму самого цилиндра. В обоих случаях преодолевается только действие силы тяжести, поэтому суммарная работа

$$A = A_1 + A_2.$$

Чтобы нижнее основание цилиндра оказалось на уровне поверхности воды, цепочку надо поднять вверх на расстояние $(l + h)$. Выталкивающей силой, действующей со стороны воды на цепочку, можно пренебречь (по условию задачи цепочка тонкая).

При перемещении цилиндра на него, помимо силы тяжести $F_T = mg$ и силы натяжения, действует выталкивающая сила, направленная вверх и как бы уменьшающая силу земного притяжения. Пока цилиндр находится полностью в воде, выталкивающая сила постоянна, когда же цилиндр станет выходить из воды, она станет уменьшаться от максимального значения до нуля.

Решение.

Суммарная работа, которую необходимо совершить

$$A = A_1 + A_2,$$

где $A_1 = m_0 g(l + h)$ — работа по подъёму цепочки, $A_2 =$ — работа по подъёму цилиндра.

Объём погружённой части цилиндра ($V = hS$) пропорционален глубине погружения h (высоте цилиндра) и меняется в зависимости от h по линейному закону. Поэтому выталкивающую силу можно найти как

$$F_{\text{ст}} = \frac{0 + F_A}{2} = \frac{F_A}{2},$$

а её работу —

$$A' = \frac{F_A h}{2}.$$

Учитывая это, всю работу A_2 по подъёму цилиндра можно представить как

$$A_2 = mg(l + h) - F_A l - F_A \frac{h}{2},$$

где $m = \rho_c \frac{\pi d^2}{4} h$, $F_A = \rho_v g \frac{\pi d^2}{4} h$.

И окончательно суммарная работа

$$A = m_0 g(l + h) + [l(\rho_c - \rho_v) + h(\rho_c - 0,5\rho_v)]g \frac{\pi d^2}{4} h.$$

Ответ: $A = m_0 g(l + h) + [l(\rho_c - \rho_v) + h(\rho_c - 0,5\rho_v)]g \frac{\pi d^2}{4} h.$

4. Законы сохранения в механике

4.1. Импульс тела

Векторная физическая величина, равная произведению массы тела на скорость его движения, называется **импульсом тела**:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}.$$

Единицей импульса является *килограмм·метр в секунду* $\left(\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}\right)$.

4.2. Импульс системы тел

Импульс системы тел равен векторной сумме импульсов тел, входящих в эту систему:

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \dots$$

4.3. Закон сохранения импульса

Закон сохранения импульса:

векторная сумма импульсов замкнутой системы взаимодействующих тел не изменяется со временем.

Реактивное движение — движение тела, возникающее в результате выброса им веществ.

Корпус ракеты получает такой же по модулю, но направленный в противоположную сторону импульс, что и вылетевшие из сопла ракеты газы:

$$m_k v_k = -m_r v_r.$$

Отсюда скорость корпуса ракеты

$$v_k = -\frac{m_r}{m_k} v_r,$$

где m_r — масса вылетевших газов, m_k — масса корпуса ракеты, v_r — скорость вылетевших газов.

4.4. Работа силы

Механическая работа — величина, равная скалярному произведению модуля силы на модуль перемещения и на косинус угла между направлением силы и перемещением:

$$A = FS \cos \alpha,$$

где F — модуль вектора силы; S — перемещение; α — угол между векторами силы и перемещения; A — скалярная физическая величина.

$\alpha = 0$; $\cos \alpha = 1$, $A = FS$ — работа положительная;

$\alpha = 90^\circ$; $\cos \alpha = 0$, $A = 0$ — работа равна нулю;

$\alpha = 180^\circ$; $\cos \alpha = -1$, $A = -FS$ — работа отрицательная.

Единица работы — 1 джоуль (Дж).

Работа, совершаемая силой в 1 Н на пути в 1 м

$$1 \text{ Дж} = 1 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Работа силы трения

$$A_{\text{тр.}} = F_{\text{тр.}} S.$$

Работа силы тяжести

$$A = mg(h_1 - h_2) = mgh.$$

При движении тела вверх работа силы тяжести

$$A = -mgh.$$

Работа силы упругости

$$A = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}.$$

4.5. Мощность

Мощность — работа, совершаемая в единицу времени:

$$N = \frac{A}{\Delta t} \text{ [Вт]},$$

где A — совершённая работа; Δt — промежуток времени, за который совершена работа; N — скалярная физическая величина, характеризует скорость совершения работы.

Мощность при равномерном движении ($v = \text{const}$)

$$N = F \cdot v,$$

где F — сила, действующая на тело в направлении его действия; v — скорость тела.

Единица мощности — 1 *ватт* (Вт).

Это мощность, при которой за время 1 с совершается работа в 1 Дж:

$$1 \text{ Вт} = 1 \text{ Дж/с}.$$

4.6. Работа как мера изменения энергии

Если некоторая сила действует на тело, то работа, совершаемая этой силой, равна изменению энергии тела.

Энергия — общая количественная мера движения и взаимодействия всех видов материи. Энергия показывает, какую работу может совершить тело. Существуют разные формы энергии: механическая, внутренняя, ядерная и т. д.

4.7. Кинетическая энергия

Кинетической энергией называется энергия, которой обладает тело вследствие своего движения.

$$E_k = \frac{mv^2}{2}, \quad [E_k] = 1 \text{ Дж.}$$

Изменение кинетической энергии тела равно работе равнодействующей всех сил, приложенных к телу. Это утверждение носит название теоремы об изменении кинетической энергии тела:

$$E_{k2} - E_{k1} = A.$$

4.8. Потенциальная энергия

Потенциальной энергией называется энергия, которая определяется взаимным положением тел или частей одного и того же тела.

Существует два вида потенциальной энергии:

а) потенциальная энергия тела, поднятого на высоту h :

$$E = mgh;$$

б) потенциальная энергия упруго деформированного тела:

$$E = \frac{kx^2}{2}.$$

4.9. Закон сохранения энергии в механике

Полная механическая энергия (сумма потенциальной и кинетической энергии) тела или замкнутой системы тел, взаимодействующих силами гравитационного притяжения или упругости, остаётся постоянной.

Примеры решения заданий базового уровня сложности

Задача 71

Чему станет равен импульс тележки массой 50 кг, движущейся со скоростью 1 м/с, если на неё сверху насыпать 50 кг песка?

Решение. Запишем закон сохранения импульса для нашей задачи:

$$mv = (m + M)u.$$

Здесь m — масса тележки, M — масса песка. Импульс тележки с песком не изменится, но её скорость уменьшится. Следовательно,

$$p = mv = 50 \text{ кг} \cdot 1 \text{ м/с}^2 = 50 (\text{кг} \cdot \text{м/с}^2).$$

Ответ: $50 \text{ кг} \cdot \text{м/с}^2$.

Задача 72

Равнодействующая внешних сил, постоянная по величине и направлению, равна по модулю 8 Н и действует на тело в течение 2 с . Каков модуль изменения импульса тела за это время?

Решение. Модуль изменения импульса тела найдём по формуле

$$\Delta p = F \cdot \Delta t = 8 \cdot 2 = 16 (\text{кг} \cdot \text{м/с}).$$

Ответ: $16 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$.

Задача 73

После пережигания нити, удерживающей пружину (см. рис. 85), левая тележка начала двигаться со скоростью $0,8 \text{ м/с}$. На рисунке указаны массы грузов вместе с тележками. С какой по модулю скоростью будет двигаться правая тележка?



Рис. 85

Решение. Тележки образуют в горизонтальном направлении замкнутую систему, поэтому к ним может быть применён закон сохранения импульса. Импульс системы до пережигания нити равен нулю. После пережигания, считая, что ось направлена вдоль движения левой тележки, импульс левой тележки равен mv_1 , а правой (она движется в противоположную сторону) — $-2mv_2$ (см. рис. 86).

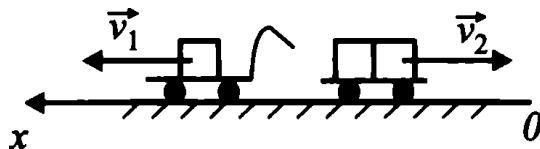


Рис. 86

Закон сохранения импульса в проекциях на ось Ox $0 = mv_1 - 2mv_2$.

Отсюда

$$v_2 = \frac{mv_1}{2m} = \frac{v_1}{2} = 0,4 (\text{м/с}).$$

Ответ: $0,4 \text{ м/с}$.

Задача 74

Какую работу надо совершить, чтобы поставить однородную балку массой 50 кг и длиной 1 м, лежащую на земле горизонтально, в вертикальное положение?

Решение. Если считать, что горизонтально лежащая балка имеет потенциальную энергию, равную нулю, то после подъёма центра её масс на высоту $\frac{l}{2}$ её энергия стала $\frac{mgl}{2}$. На увеличение этой энергии затрачена почти такая же работа.

Ответ: 250 Дж.

Задача 75

Лифт массой 1000 кг равномерно поднимается со скоростью 3 м/с. Какую мощность развивает при этом мотор лифта?

Решение. Мощность $P = F \cdot v$.

$$F = mg.$$

$$P = mgv = 1000 \cdot 10 \cdot 3 = 3 \cdot 10^4 \text{ (Вт)}.$$

Ответ: 30 кВт.

Задача 76

Чему равна кинетическая энергия тела массой 20 кг через 10 с после начала движения, если график зависимости модуля его перемещения от времени представлен на рисунке 87?

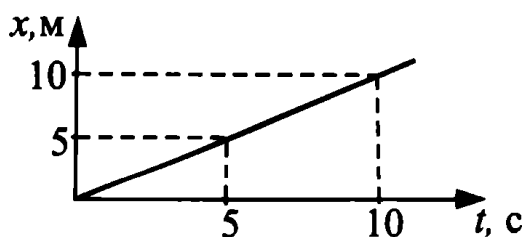


Рис. 87

Решение. По определению кинетическую энергию тела можно рассчитать по формуле

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Скорость определим как тангенс угла наклона графика $x(t) - v = \operatorname{tg} \alpha$. Имеем далее $v = 1$ м/с, тогда окончательно

$$E = \frac{20 \text{ кг} \cdot 1 \text{ м}^2/\text{с}^2}{2} = 10 \text{ Дж.}$$

Ответ: 10 Дж.

Задача 77

Пуля, имеющая скорость 500 м/с и массу 10 г, застряла в стенке. На сколько Дж увеличилась внутренняя энергия стенки и пули?

Решение. Увеличение внутренней энергии стенки и пули произошло за счёт кинетической энергии пули. Эта кинетическая энергия после попадания пули не исчезла бесследно, а перешла во внутреннюю и выделилась в виде тепла, поэтому $\Delta U = \frac{mv^2}{2} = 1250 \text{ (Дж)}$.

Ответ: 1250 Дж.

Задача 78

Мальчик толкнул санки с вершины горки. Сразу после толчка санки имели скорость 2 м/с. Высота горки 7 м. Трение санок о снег пренебрежимо мало. Какова скорость санок у подножия горки?

Решение. Так как трением пренебрегаем, то по закону сохранения энергии сумма кинетической и потенциальной энергий на вершине горки равна кинетической энергии у подножья $\frac{mv_1^2}{2} + mgh = \frac{mv_2^2}{2}$, откуда следует, что $v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2gh} = \sqrt{4 + 140} = 12 \text{ (м/с)}$.

Ответ: 12 м/с.

Задача 79

Тело падает с высоты 20 м с начальной скоростью $v = 0$. На какой высоте его кинетическая энергия ($E_{\text{кин.}}$) будет равна 2/3 от его потенциальной энергии ($E_{\text{пот.}}$)?

Решение. Запишем закон сохранения энергии:

$$E_{\text{полная}} = E_{\text{пот.}} + E_{\text{кин.}} = \text{const.}$$

В верхней точке $E_{\text{полная}} = E_{\text{пот.0}} = mgh$, на искомой высоте h_1

$$E_{\text{полная}} = E_{\text{пот.}} + \frac{2}{3}E_{\text{пот.}} = \frac{5}{3}mgh_1 = mgh, \text{ отсюда } h_1 = \frac{3}{5}h = 12 \text{ (м).}$$

Ответ: 12 м.

Задача 80

Тело летит вверх под углом к горизонту. На высоте 5 м его скорость равна 10 м/с. Какой будет скорость тела на высоте 8,2 м? Сопротивление воздуха считать пренебрежимо малым.

Решение. Поскольку сопротивлением воздуха можно пренебречь, то выполняется закон сохранения полной механической энергии:

$$\frac{mv_1^2}{2} + mgh_1 = \frac{mv_2^2}{2} + mgh_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2g(h_1 - h_2)} = \sqrt{100 + 2 \cdot 10(5 - 8,2)} = 6 \text{ (м/с)}.$$

Ответ: 6 м/с.

Задача 81

Лебёдка поднимает груз массой 500 кг на высоту 20 м за 50 с. Какова мощность двигателя лебёдки?

Решение. Изменение потенциальной энергии груза

$$\Delta E = mg\Delta h = 500 \cdot 10 \cdot 20 = 100\,000 \text{ Дж.}$$

$$\text{Мощность двигателя } N = \frac{\Delta E}{t} = \frac{100\,000}{50} = 2\,000 \text{ (Вт)}.$$

Ответ: 2000 Вт.

Задача 82

Спортсмен, стоя на мостике над рекой, прыгнул в лодку, проплывающую под мостом. Скорость спортсмена была направлена вертикально вниз. Как изменятся при этом скорость системы «спортсмен – лодка» и её кинетическая энергия? Масса спортсмена меньше массы лодки.

Для каждой величины подберите соответствующий характер изменения:

- 1) увеличится
- 2) уменьшится
- 3) не изменится

Запишите в таблицу выбранные цифры для каждой физической величины.

Цифры в ответе могут повторяться.

Скорость	Кинетическая энергия

Решение. Запишем закон сохранения импульса в проекциях на направление движения лодки $Mv_0 = (M + m)v$, где v — новая скорость системы «спортсмен — лодка».

$$v = \frac{Mv_0}{M + m}.$$

Скорость системы уменьшилась. Новая кинетическая энергия системы $\frac{M^2v_0^2}{2(M + m)}$, а старая $\frac{Mv_0^2}{2}$. Кинетическая энергия тоже уменьшится.

Ответ: 22.

Задача 83

Ракета движется с постоянной скоростью. Сопло ракеты повернули так, что оно располагается перпендикулярно к скорости ракеты. Из сопла вылетают продукты сгорания топлива, в результате чего на ракету действует сила, направленная перпендикулярно скорости ракеты. Что произойдёт с кинетической энергией ракеты и модулем ускорения?

Для каждой величины подберите соответствующий характер изменения:

- 1) увеличится
- 2) уменьшится
- 3) не изменится

Запишите в таблицу выбранные цифры для каждой физической величины. Цифры в ответе могут повторяться.

Кинетическая энергия	Модуль ускорения

Решение. Реактивная сила действует из-за ориентации сопла перпендикулярно к скорости, поэтому она не меняет модуль скорости, а следовательно, и кинетическую энергию ракеты. Центроостремительное ускорение при этом тоже не меняется, т. к. ракета движется по окружности с постоянной по модулю скоростью.

Ответ: 33.

Задача 84

Груз движется по наклонной плоскости под действием силы, направленной вдоль плоскости (см. рис. 88). Определите, как изменятся соответствующие физические величины при увеличении угла наклона α и неизменной силе \vec{F} .

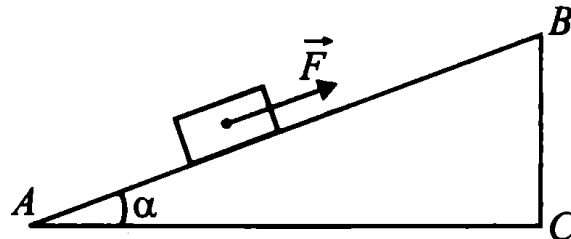


Рис. 88

Для каждой величины подберите соответствующий характер изменения:

- 1) увеличится
- 2) уменьшится
- 3) не изменится

Запишите в таблицу выбранные цифры для каждой физической величины. Цифры в ответе могут повторяться.

Модуль работы силы трения	Скорость в точке B

Решение. 1) Работа силы трения равна

$$A_{\text{тр.}} = F_{\text{тр.}} \cdot AB,$$

т. к. $F_{\text{тр.}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$ и т. к. при увеличении угла α величина $\cos \alpha$ уменьшается, то $A_{\text{тр.}}$ будет уменьшаться.

2) Скорость в точке B связана с ускорением, с которым тело движется по наклонной плоскости. Ускорение тела при движении по наклонной плоскости можно посчитать из уравнения: $F - F_{\text{тр.}} - F_T \sin \alpha = ma$ или

$$F - mg(\mu \cos \alpha + \sin \alpha) = ma. \text{ При } \alpha, \text{ удовлетворяющих условию } \tan \alpha < \frac{1}{\mu},$$

скобка является возрастающей функцией от α , и, следовательно, a уменьшается. Таким образом, скорость в точке B также уменьшается.

Ответ: 22.

Примеры решения заданий повышенного уровня сложности

Задача 85

Два неупругих тела массами $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 6$ кг движутся навстречу друг другу со скоростью $v = 2$ м/с каждое. Определите модуль и направление скорости каждого из этих тел после удара.

Решение. Делаем рисунок.

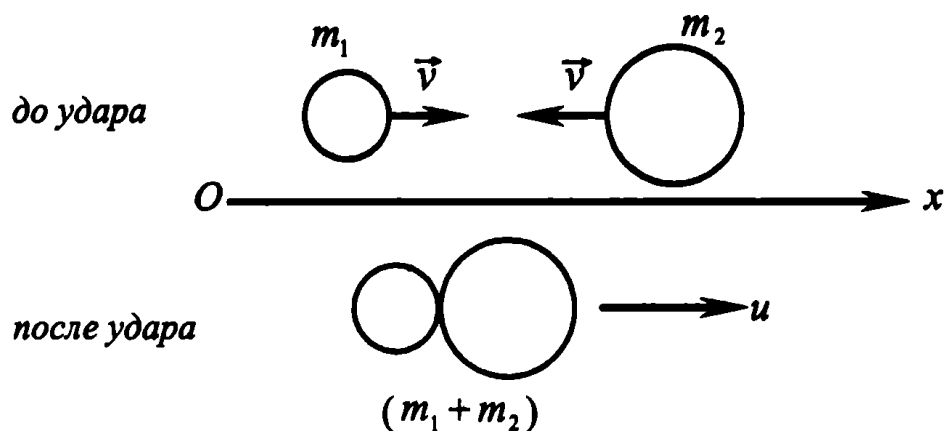


Рис. 89

Систему отсчёта, относительно которой удобно рассматривать движение тел, можно связать с горизонтальной поверхностью, по которой они движутся. Систему из этих двух тел можно считать замкнутой. Так как направление суммарного импульса тел после взаимодействия неизвестно, то его выбирают произвольно. Предположим, что оба тела будут двигаться в направлениях оси Ox (см. рис. 89). Запишем закон сохранения импульса для указанной системы тел в векторном виде:

$$m_1 \vec{v} + m_2 \vec{v} = (m_1 + m_2) \vec{u}.$$

Спроецируем это уравнение на ось Ox :

$$m_1 v - m_2 v = (m_1 + m_2) u, \quad u = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v.$$

После вычислений получим: $u = -1,0$ м/с.

Знак «минус» означает, что тела после удара будут двигаться в отрицательном направлении оси Ox .

Ответ: $u = -1$ м/с.

Задача 86

Два шара, массы которых $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 6$ кг, движутся по гладкой горизонтальной поверхности навстречу друг другу со скоростями $v_1 = 5$ м/с и $v_2 = 2$ м/с. После абсолютно упругого удара шары разлетаются в противоположные стороны. Скорость первого шара после удара $u_1 = 4$ м/с. Определите u_2 — скорость второго шара.

Решение. Систему отсчёта свяжем с горизонтальной поверхностью, по которой движутся шары. Система, состоящая из двух шаров, — незамкнутая, но внешние силы компенсируются (силы тяжести компенсируются реакциями опоры). Следовательно, для решения задачи можно применить закон сохранения импульса.

Сделаем рисунок 90, на котором изобразим графически векторы скоростей шаров до и после их взаимодействия.

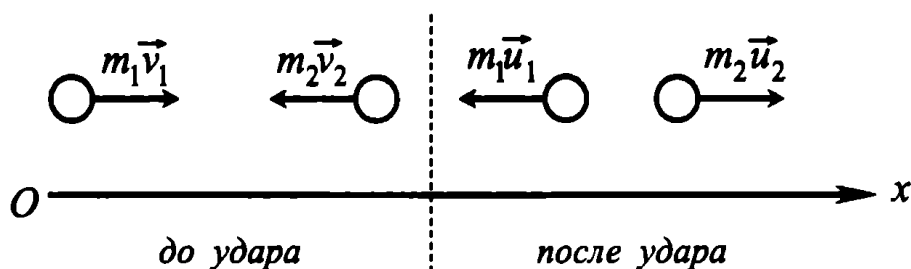


Рис. 90

Закон сохранения импульса в векторном виде:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2.$$

Спроецируем уравнение на ось Ox : $m_1 v_1 - m_2 v_2 = -m_1 u_1 + m_2 u_2$,

$$u_2 = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2 + m_1 u_1}{m_2}.$$

После вычислений получим $u_2 = 1$ м/с.

Ответ: $u_2 = 1$ м/с.

Задача 87

Тело массой 10 кг вертикально падает с высоты $h = 6$ м. Чему равен импульс тела во время удара о землю, если работа силы сопротивления воздуха равна 100 Дж?

Решение. Запишем закон сохранения энергии $mgh = \frac{mv^2}{2} + A_{\text{сопр.}}$, откуда

$$v = \sqrt{2\left(gh - \frac{A_{\text{сопр.}}}{m}\right)} = \sqrt{2\left(10 \cdot 6 - \frac{100}{10}\right)} = 10 \text{ м/с.}$$

Импульс $p = mv = 100 \text{ (кг} \cdot \text{м/с)}$.

Ответ: 100 кг · м/с.

Задача 88

На шероховатом столе лежит доска длиной $l = 0,40 \text{ м}$. На доске у её левого торца лежит небольшой брусок массой $m = 100 \text{ г}$. Коэффициент трения скольжения бруска о доску $\mu = 0,50$. Какую минимальную скорость v_0 нужно сообщить бруску, чтобы он соскользнул с правого торца доски?

Решение. Брусок приобретает кинетическую энергию $E_1 = \frac{mv_0^2}{2}$.

Эта энергия тратится на работу против сил трения $A_{\text{тр.}} = -\mu mgl$.

Из закона сохранения энергии $E_1 - A_{\text{тр.}} = 0$. Отсюда

$$\frac{mv_0^2}{2} = \mu mgl.$$

$$v_0 = \sqrt{2\mu gl} = \sqrt{2 \cdot 0,5 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 0,4 \text{ м}} = 2 \text{ м/с.}$$

Ответ: 2 м/с.

Задача 89

На какой высоте кинетическая энергия свободно падающего тела равна его потенциальной энергии, если на высоте 10 м скорость тела равна 8 м/с?

Решение. На высоте h кинетическая энергия тела равна потенциальной:

$$mgh = \frac{mV^2}{2}.$$

Известно, что на высоте $h_1 = 10 \text{ м}$ скорость тела $V_1 = 8 \text{ м/с}$. Из закона сохранения энергии можно записать

$$\frac{mV_1^2}{2} + mgh_1 = 2mgh \Rightarrow h = \left(\frac{V_1^2}{2} + gh_1 \right) \frac{1}{2g},$$

$$h = \left(\frac{64}{2} + 100 \right) \frac{1}{20} = 6,6 \text{ (м)}.$$

Ответ: 6,6 м.

Задача 90

При подготовке игрушечного пистолета к выстрелу пружину жёсткостью $k = 800 \text{ Н/м}$ сжали на $\Delta x = 5 \text{ см}$. Какую скорость v приобретёт пуля массой $m = 20 \text{ г}$ при выстреле в горизонтальном направлении?

Решение. Пружина и пуля составляют систему тел, которая является замкнутой. Следовательно, для неё выполняется закон сохранения механической энергии: $E_1 = E_2$. За начальное положение 1 системы тел примем положение, при котором пружина сжата, за конечное 2 — при котором пружина находится в положении равновесия.

Механическая энергия системы в положении 1 равна потенциальной энергии сжатой пружины ($E_k = 0$): $E_p = \frac{k\Delta x^2}{2}$. В конечном положении 2 механическая энергия системы равна кинетической энергии пули ($E_p = 0$):

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Из закона сохранения механической энергии имеем: $\frac{k\Delta x^2}{2} = \frac{mv^2}{2}$, от-

куда $v = \Delta x \sqrt{\frac{k}{m}}$.

После вычислений получим $v = 10 \text{ м/с}$.

Ответ: $v = 10 \text{ м/с}$.

Задача 91

Два одинаковых тела движутся с одинаковыми скоростями под углом 90° друг к другу. Какая доля кинетической энергии тел переходит в теплоту после их неупругого столкновения?

Решение. До соударения полная кинетическая энергия двух тел

$$E_0 = 2 \frac{mv^2}{2}.$$

Выберем ось x , как показано на рисунке 91, и используем закон сохранения импульса:

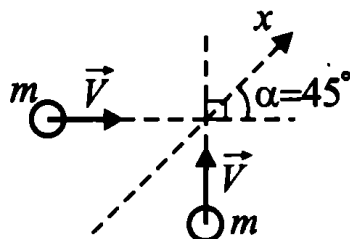


Рис. 91

$$2mv \cos \alpha = 2mv_1,$$

где v_1 — скорость движения тел после соударения.

Отсюда $v_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}v$, так что кинетическая энергия тел $E_1 = \frac{2mv_1^2}{2} = \frac{mv^2}{2}$;

следовательно, $\Delta E = Q = E_0 - E_1 = \frac{1}{2}mv^2$, а отношение $\frac{Q}{E_0} = 0,5$.

Ответ: 0,5.

Задача 92

Какой мощностью обладает двигатель подъёмника, если он поднимает груз массой 50 кг на высоту 15 м за 10 с?

Решение. Работа, затраченная на подъём груза

$$A = mgh,$$

тогда мощность двигателя подъёмника

$$N = \frac{A}{t} = \frac{mgh}{t}.$$

Считаем

$$N = \frac{50 \cdot 10 \cdot 15}{10} = 750 \text{ (Вт)}.$$

Ответ: 750 Вт.

Задача 93

Пружина сжата силой 10 Н. Определите работу, которую надо совершить, чтобы дополнительно сжать пружину на 1 см, если жёсткость пружины 250 Н/м.

Решение. Работа равна разности потенциальных энергий пружины

$$A = \frac{k(\Delta x + \Delta l)^2}{2} - \frac{k\Delta l^2}{2}.$$

После некоторых преобразований получим

$$A = \frac{k}{2}(\Delta x^2 + 2\Delta x\Delta l + \Delta l^2 - \Delta l^2),$$

$$A = \frac{k}{2}(\Delta x^2 + 2\Delta x\Delta l) = \frac{k\Delta x}{2}(\Delta x + 2\Delta l).$$

Используем закон Гука

$$F = k \cdot \Delta l, \quad \Delta l = \frac{F}{k},$$

$$A = \frac{k\Delta x}{2} \left(\Delta x + \frac{2F}{k} \right) = \Delta x \left(\frac{k\Delta x}{2} + F \right).$$

Расчёт даёт $A = 1 \cdot 10^{-2} \left(\frac{250 \cdot 1 \cdot 10^{-2}}{2} + 10 \right) \approx 0,11$ (Дж).

Ответ: 0,11 Дж.

Задача 94

Шары массами 2 кг и 3 кг, движущиеся со скоростями 1 м/с навстречу друг другу, испытывают неупругий удар. Какова кинетическая энергия системы шаров после удара?

Решение. Согласно закону сохранения импульса $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}$. Сделаем поясняющий рисунок 92.

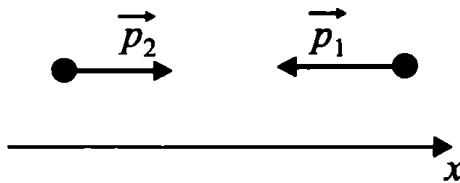


Рис. 92

Тогда в проекциях на ось x :

$$-p_1 + p_2 = p$$

или

$$m_2 v_2 - m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v,$$

где v — скорость шаров после удара. Получаем

$$v = \frac{m_2 v_2 - m_1 v_1}{m_1 + m_2}.$$

Кинетическая энергия системы шаров после удара

$$E_k = \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2}$$

или

$$E_k = \frac{(m_2 v_2 - m_1 v_1)^2}{2(m_1 + m_2)}.$$

Считаем

$$E_k = \frac{(3 \cdot 1 - 2 \cdot 1)^2}{2(2 + 3)} = 0,1 \text{ (Дж)}.$$

Ответ: 0,1 Дж.

Задача 95

Груз массой 5 кг вращается на нити в вертикальной плоскости. Найдите, на сколько ньютонов сила натяжения нити в нижней точке больше, чем в верхней.

Решение. На рисунке 93 отметим действующие на тело силы в верхнем (1) и нижнем (2) положениях тела: F_H — сила натяжения нити, $\frac{mv^2}{l}$ — центростремительная сила, mg — сила тяжести.

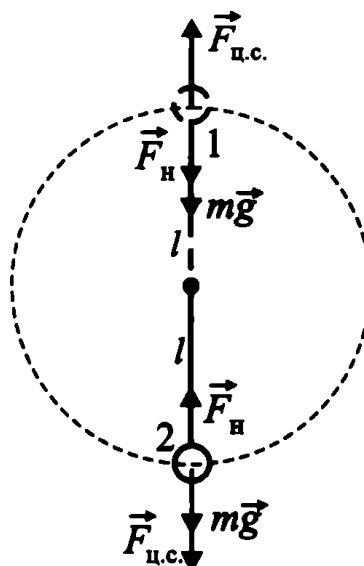


Рис. 93

$$F_{H1} = -mg + \frac{mv_1^2}{l}, \quad (1)$$

$$F_{H2} = mg + \frac{mv_2^2}{l}. \quad (2)$$

Запишем закон сохранения энергии:

$$\frac{mv_1^2}{2} + 2mgl = \frac{mv_2^2}{2},$$

$$v_1^2 = v_2^2 - 4gl.$$

Подставим найденное выражение для v_1^2 в уравнение (1):

$$F_{H1} = -mg + \frac{m}{l}(v_2^2 - 4gl) = -5mg + \frac{mv_2^2}{l}.$$

Учитывая выражение для силы натяжения нити в положении 2:

$$F_{H2} - F_{H1} = mg + \frac{mv_2^2}{l} - (-5mg + \frac{mv_2^2}{l}) = 6mg = 300 \text{ (Н)}.$$

Ответ: 300 Н.

Задача 96

Шарик, прикрепленный к пружине и насаженный на горизонтальную направляющую, совершает гармонические колебания. Зависимость проекции силы упругости пружины на ось Ox от координаты шарика представлена на графике (см. рис. 94). Работа силы упругости на этапе 2–1–0 составляет ...

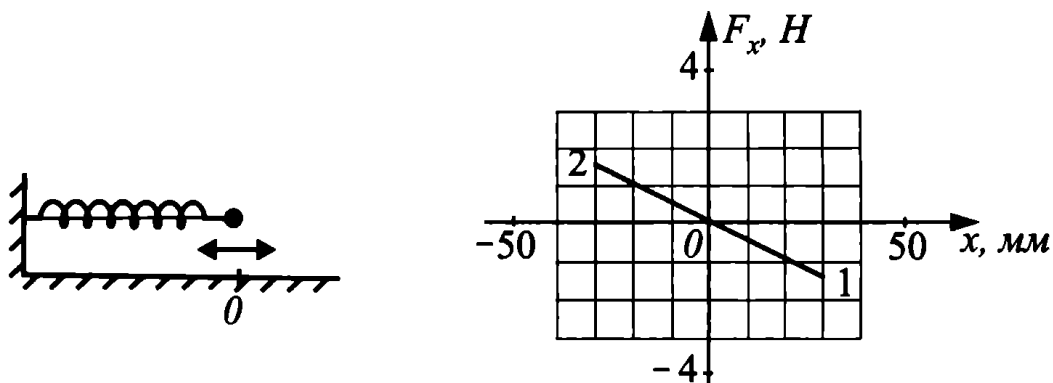


Рис. 94

Решение. Работа любой потенциальной силы (в частности, силы упругости) совершается за счёт убыли потенциальной энергии:

$$A = -\Delta W_p = W_{p1} - W_{p2},$$

где $W_{p1} = \frac{kx_1^2}{2}$ — потенциальная энергия упругой деформации пружины в начальном состоянии, $W_{p2} = \frac{kx_2^2}{2}$ — потенциальная энергия упругой деформации пружины в конечном состоянии.

Определим (исходя из закона Гука) жёсткость пружины. Возьмём, допустим, точку с координатами $x = 20$ мм, $F_x = -1$ Н (см. рис. 94 на с. 123).

Тогда $F_x = -kx$; $k = -\frac{F_x}{x} = -\frac{-1 \text{ Н}}{0,02 \text{ м}} = 50 \text{ Н/м}$ — жёсткость пружины.

Рассмотрим участок движения 2–1.

$x_1 = -30$ мм — деформация пружины в начальном состоянии 2;

$x_2 = 30$ мм — деформация пружины в конечном состоянии 1.

$A_{2,1} = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2} = \frac{k}{2}(x_1^2 - x_2^2) = 0$ — работа силы упругости на участке 2 – 1 ($x_1^2 = x_2^2$).

Рассмотрим участок движения 1–0.

$x_1 = 30$ мм — деформация пружины в начальном состоянии 1;

$x_2 = 0$ — деформация пружины в конечном состоянии 0.

Работа силы упругости на участке 1–0

$$A_{10} = \frac{kx_1^2}{2} = \frac{50 \text{ Н/м} \cdot (0,03 \text{ м})^2}{2} = 0,0225 \text{ Дж.}$$

Итак, работа на всём участке движения 2–1–0 равна работе на участке 1–0 и составляет 0,0225 Дж.

Ответ: 22,5 мДж.

Примеры решения заданий высокого уровня сложности

Закон сохранения импульса

Алгоритм решения задач

1. Выбрать инерциальную систему отсчёта, относительно которой должны быть определены скорости и импульсы всех тел рассматриваемой системы.
2. Выяснить, является ли замкнутой рассматриваемая система тел.
3. Изобразить графически векторы импульсов всех тел системы до и после взаимодействия. Направления неизвестных векторов при этом указать произвольно.
4. Записать закон сохранения импульса системы (в случае его сохранения) или его составляющих в векторном виде.
5. Выбрать систему координат (или некоторое направление) и записать векторное уравнение в проекциях.
6. Решить полученную систему уравнений относительно неизвестных величин.

Задача 97

Шарик массой m налетает со скоростью \vec{v} на вертикальную стену под углом α к нормали стены. Найдите приращение импульса шарика при абсолютно упругом и абсолютно неупругом ударе.

Какие законы Вы использовали для описания удара шарика о стену? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

Дано: α , m , v .

Найти: Δp .

Обоснование.

Система тел, состоящая из шарика и стены, является замкнутой.

Для описания удара шарика о вертикальную стену будем использовать закон сохранения импульса системы тел. Он выполняется в инерциальной системе отсчёта, если сумма внешних сил, приложенных к телам системы,

равна нулю. Если проекция суммы внешних сил на какое-либо направление или координатную ось равна нулю, то в этом случае говорят о законе сохранения проекции импульса на данное направление или координатную ось.

В данном случае из-за отсутствия сопротивления воздуха внешней силой является только сила тяжести $m\vec{g}$, которая не равна нулю и направлена вертикально вниз. В проекции на горизонтальную ось никакие силы на шарик не действуют и на это направление проекция импульса системы после удара сохраняется.

При абсолютно упругом ударе телá после взаимодействия полностью восстанавливают свою форму, и полная механическая энергия тел сохраняется. Следовательно, шарик после отскока от стены будет иметь такую же по модулю скорость, что и до соударения со стеной.

При абсолютно неупругом ударе телá после взаимодействия движутся как одно целое; часть механической энергии переходит во внутреннюю энергию тел. Следовательно, шарик после удара прилипнет к стене, и его изменение импульса будет равно первоначальному импульсу $\Delta\vec{p} = 0 - \vec{p}_1$.

Решение.

Делаем рисунок 95.

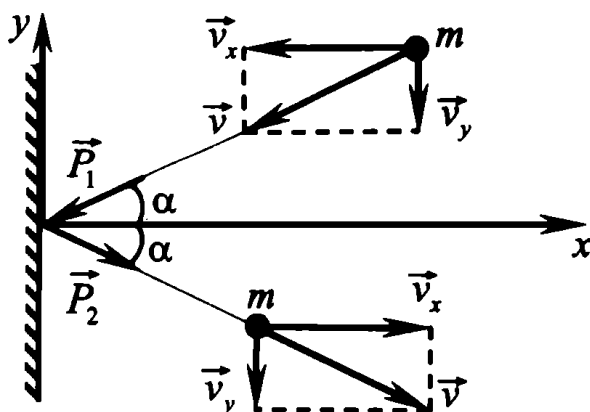


Рис. 95

1. Удар абсолютно упругий.

Выбираем систему координат (см. рис. 95). Записываем приращение импульса шарика $\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$ и проецируем его на ось Ox :

$$\Delta p = p_2 \cos \alpha - (-p_1 \cos \alpha) = p_2 \cos \alpha + p_1 \cos \alpha,$$

но $|\vec{p}_1| = |\vec{p}_2|$, т. к. $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2|$, окончательно имеем:

$$\Delta p = mv \cos \alpha + mv \cos \alpha = 2mv \cos \alpha. \quad (1)$$

Такой же импульс получает стена.

Составляющая скорости по оси Oy — касательная к стене и импульса стене не передаёт. Из соотношения (1) видно, что после абсолютно упругого взаимодействия шарика со стеной его импульс удваивается, если угол соударения $\alpha = 0$, $\Delta p = 2mv_0$.

2. Удар абсолютно неупругий.

В проекции на ось Ox :

$$\Delta p = -(-p_1) \cos \alpha = p_1 \cos \alpha, \quad \Delta p = mv \cos \alpha.$$

Задача 98

Снаряд, летевший со скоростью $v_0 = 15$ м/с, разорвался на два осколка. Большой осколок, масса которого составляет $0,6m$ (m — масса всего снаряда), стал двигаться под углом $\alpha = 30^\circ$ к прежнему направлению снаряда со скоростью $v_1 = 25$ м/с. Найдите скорость v_2 меньшего осколка.

Какие законы Вы использовали для описания разрыва снаряда? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

Дано: $v_0 = 15$ м/с, $v_1 = 25$ м/с, $m_1 = 0,6m$, $m_2 = 0,4m$, $\alpha = 30^\circ$.

Найти: v_2 .

Обоснование.

Система тел, состоящая из снаряда, а затем из его осколков, является замкнутой. Систему отсчёта, относительно которой мы будем рассматривать движение снаряда и его осколков, свяжем с поверхностью Земли и направим ось Ox системы координат в направлении начальной скорости движения снаряда. При описании движения снаряда и осколков используем модель материальной точки.

Для описания разрыва снаряда использован закон сохранения импульса системы тел. Он выполняется в инерциальной системе отсчёта, если сумма внешних сил, приложенных к телам системы, равна нулю. В данном случае из-за отсутствия сопротивления воздуха внешней силой является только сила тяжести $m\vec{g}$, которая не равна нулю. Но этим можно

пренебречь, считая время разрыва снаряда малым. За малое время разрыва импульс каждого из осколков меняется на конечную величину за счёт больших внутренних сил, разрывающих снаряд при взрыве. По сравнению с этими большими силами конечная сила тяжести пренебрежимо мала.

До разрыва снаряда импульс системы был равен импульсу снаряда, после разрыва — сумме импульсов $m_1\vec{v}_1$ и $m_2\vec{v}_2$ его осколков (см. рис. 96).

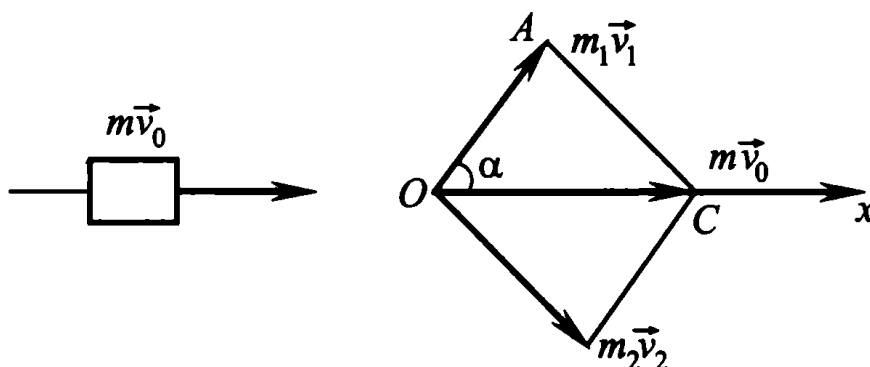


Рис. 96

ВНИМАНИЕ!

Импульс системы тел сохраняется не только по модулю, но и по направлению.

Так как время разрыва снаряда считаем малым, то можно пренебречь и изменением потенциальной энергии снаряда и его осколков в поле тяжести в процессе разрыва. Таким образом, до разрыва снаряда механическая энергия системы была равна кинетической энергии снаряда, после разрыва — сумме кинетических энергий $\frac{m_1\vec{v}_1^2}{2}$ и $\frac{m_2\vec{v}_2^2}{2}$ его осколков (см. рис. 96).

Решение.

Запишем закон сохранения импульса: $m\vec{v}_0 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$.

В данном случае для нахождения скорости меньшего осколка v_2 воспользуемся теоремой косинусов (сторона AC в $\triangle OAC$ — это и есть импульс $m_2\vec{v}_2$).

$$(0,4mv_2)^2 = (mv_0)^2 + (0,6mv_1)^2 - 2mv_0 \cdot 0,6mv_1 \cos 30^\circ,$$

$$v_2 = \frac{1}{0,4} \sqrt{v_0^2 + 0,6^2 v_1^2 - 2v_0 \cdot 0,6v_1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}.$$

После вычислений находим: $v_2 = 20$ м/с.

Ответ: $v_2 = 20$ м/с.

Задача 99

Лодка стоит неподвижно в стоячей воде. Человек, находящийся в лодке, переходит с носа лодки на корму. На какое расстояние сдвинется лодка длиной $l = 3$ м и массой $M = 120$ кг, если масса человека $m = 60$ кг? Сопротивление воды не учитывать.

Какие законы Вы использовали для описания движения лодки? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

Дано: $m = 60$ кг, $M = 120$ кг, $l = 3$ м.

Найти: x .

Обоснование.

Систему отсчёта, относительно которой мы будем рассматривать движения лодки и человека, свяжем с поверхностью воды. В начале все тела находились в состоянии покоя и, следовательно, суммарный импульс системы равнялся нулю. Как только человек начал двигаться (равномерно) со скоростью v относительно лодки, лодка должна двигаться в противоположном направлении относительно воды с такой скоростью u , чтобы их суммарный импульс оставался равным нулю. Так как движение лодки и человека происходит в разные стороны, то закон сохранения импульса запишем сразу в проекциях.

ВНИМАНИЕ!

Записывая закон сохранения импульса, нужно всегда брать абсолютную скорость тел относительно неподвижного тела отсчёта, в нашем случае — воды.

Решение.

Если скорость человека относительно лодки была v , то его скорость относительно воды будет $(v - u)$. Тогда

$$m(v - u) - Mu = 0.$$

Так как человек и лодка двигались одно и то же время t , то $v = \frac{l}{t}$, а $u = \frac{x}{t}$,

имеем: $m \frac{l}{t} - M \frac{x}{t} = M \frac{x}{t}$, или $ml = (M + m)x$, откуда

$$x = \frac{m}{m + M} l.$$

Вычисляя, получим $x = 1$ м.

Ответ: $x = 1$ м.

Закон сохранения механической энергии

Алгоритм решения задач

1. Выделить группу тел, которые целесообразно включить в рассматриваемую систему.
2. Выяснить, является ли эта система замкнутой и консервативной.
3. Определить начальное 1 и конечное 2 положения системы тел. Для потенциальной энергии выбрать нулевой уровень.
4. Если рассматриваемая система тел замкнутая и консервативная, то записать закон сохранения механической энергии: $E_2 = E_1$.

В противном случае записать закон изменения механической энергии: $E_2 - E_1 = A_1 + A_2$, где A_1 — работа внутренних консервативных сил; A_2 — работа внешних сил.

5. Решить полученное уравнение относительно неизвестных величин.

ВНИМАНИЕ!

Все формулы данного параграфа справедливы не только для материальной точки, но и для тел, имеющих форму и размеры. При решении задач по определению потенциальной энергии поднятого над поверхностью Земли тела, имеющего определённые размеры, необходимо считать, что вся масса сосредоточена в центре тяжести тела.

Задача 100

Маятник массой m отклонён на угол α от вертикали. Какова сила натяжения нити при прохождении маятником положения равновесия?

Какие законы Вы использовали для описания движения маятника? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

Дано: m, g, α .

Найти: T .

Обоснование.

Выберем уровень с потенциальной энергией — уровень, когда шарик находится в самом нижнем своём положении.

Пусть длина нити, на которой подвешен шарик, будет l . За начальное состояние 1 шарика примем его положение, когда он находился на высоте h относительно уровня с $E_p = 0$ (см. рис. 97). Конечное состояние 2 — его самое нижнее положение, где $E_p = 0$.

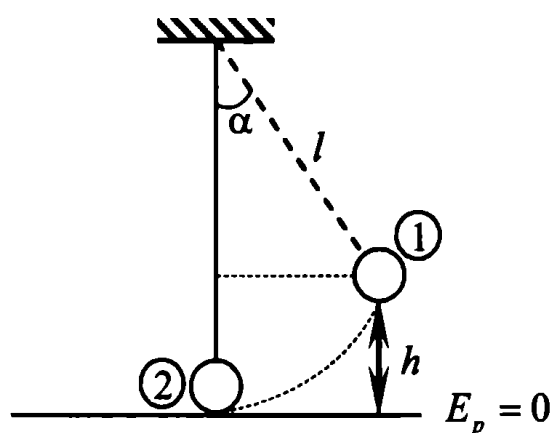


Рис. 97

При движении тела m по окружности от начального положения до положения равновесия на него действуют потенциальная сила тяжести mg и сила натяжения нити T (сопротивлением воздуха пренебрегаем). Сила натяжения нити T направлена по нити (то есть по радиусу окружности), а скорость v шарика направлена по касательной к окружности. Поэтому в любой точке его траектории сила T перпендикулярна скорости v , следовательно работа силы T при движении тела от начального положения до места столкновения шариков равна нулю. Следовательно, при этом движении сохраняется механическая энергия шарика $\frac{mv^2}{2} = mgh$.

Движение бруска поступательное, его можно считать материальной точкой, поэтому для описания движения бруска можно использовать второй закон Ньютона для модели материальной точки.

Решение.

Делаем рисунок 98.

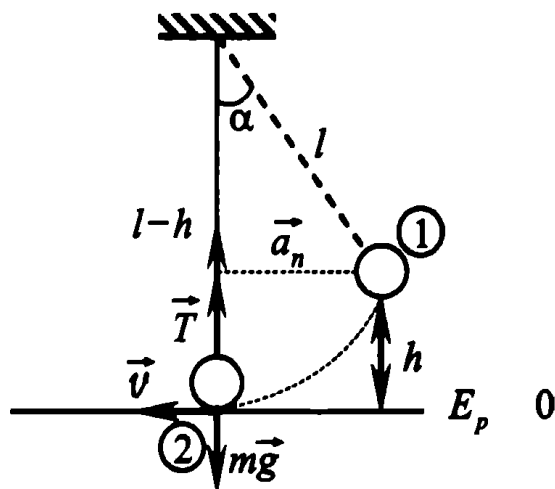


Рис. 98

Из закона сохранения механической энергии получим $\frac{mv^2}{2} = mgh$ или $v^2 = 2gh$.

Из рисунка видно, что

$$\frac{l-h}{l} = \cos \alpha, h = l(1 - \cos \alpha) \text{ и } v^2 = 2gl(1 - \cos \alpha).$$

На тело в нижней точке — положение 2 — действуют сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения нити \vec{T} ; шарик движется по дуге окружности радиусом $R = l$ и имеет нормальное ускорение $\vec{a}_n = \frac{v^2}{l}$. Второй закон Ньютона в векторном виде запишется как $m\vec{a}_n = \vec{T} - m\vec{g}$.

Спроецируем полученное уравнение на направление ускорения \vec{a}_n :

$$\begin{aligned} ma_n &= T - mg, \\ T &= m(a_n + g) = m\left(\frac{v^2}{l} + g\right) = \\ &= m\left[\frac{2gl(1 - \cos \alpha)}{l} + g\right] = mg[3 - 2 \cos \alpha]. \end{aligned}$$

Таким образом, сила натяжения нити при прохождении шариком своего нижнего положения

$$T = mg[3 - 2 \cos \alpha].$$

Ответ: $T = mg[3 - 2 \cos \alpha]$.

Задача 101

Груз массой $m = 1$ кг падает с высоты $h = 240$ м и углубляется в песок на $S = 0,2$ м (см. рис. 99). Определите среднюю силу сопротивления грунта $\langle F_c \rangle$, если начальная скорость падения груза $v_0 = 14$ м/с. Сопротивление воздуха не учитывать.

Какие законы Вы использовали для описания падения груза? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

Дано: $m = 1$ кг, $h = 240$ м, $S = 0,2$ м, $v_0 = 14$ м/с.

Найти: $\langle F_c \rangle$.

Обоснование.

Делаем рисунок 99.

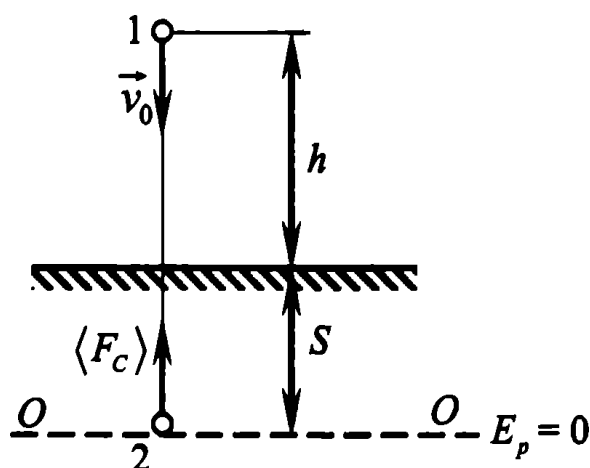


Рис. 99

Выберем уровень $O—O'$ потенциальной энергии $E_p = 0$ по самому нижнему положению груза 2. За начальное состояние груза 1 примем его положение на высоте h над поверхностью Земли.

На груз при свободном падении внешние силы не действуют (в системе «тело — Земля» сила тяжести $\vec{P} = m\vec{g}$ — внутренняя сила). При перемещении груза в песке внешней силой, действующей на тело, является сила сопротивления грунта. Соответственно, изменение механической энергии груза при падении будет равно работе этой силы.

$$E_2 - E_1 = A.$$

Решение.

Запишем исходное уравнение закона сохранения и превращения механической энергии:

$$E_2 - E_1 = A.$$

$$A = \langle F_c \rangle \cdot S \cdot \cos 180^\circ = -\langle F_c \rangle \cdot S.$$

В состоянии 1 груз обладает механической энергией E_1 , которая будет складываться из потенциальной энергии тела (относительно уровня $0 - 0'$) и его кинетической энергии:

$$E_1 = \frac{mv_0^2}{2} + mg(h + S).$$

В положении 2 скорость тела $v = 0$, следовательно, кинетическая энергия $E_k = 0$, равна нулю и потенциальная энергия E_p .

Таким образом,

$$-\langle F_c \rangle \cdot S = -\frac{mv_0^2}{2} - mg(h + S).$$

И окончательно

$$\langle F_c \rangle = \frac{m}{S} \left[\frac{v_0^2}{2} + g(h + S) \right].$$

После вычислений получим

$$\langle F_c \rangle = \frac{1}{0,2} \left[\frac{14^2}{2} + 10 \cdot (240 + 0,2) \right] \approx 12 \text{ (кН)}.$$

Ответ: $\langle F_c \rangle \approx 12 \text{ кН}$.

Задача 102

Тяжёлый шарик соскальзывает без трения по наклонному жёлобу, образуя «мёртвую петлю» радиусом R . С какой высоты шарик должен начать движение, чтобы не оторваться от жёлоба в верхней точке траектории?

Какие законы Вы использовали для описания движения шарика? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

Дано: R .

Найти: h .

Обоснование.

Делаем рисунок.

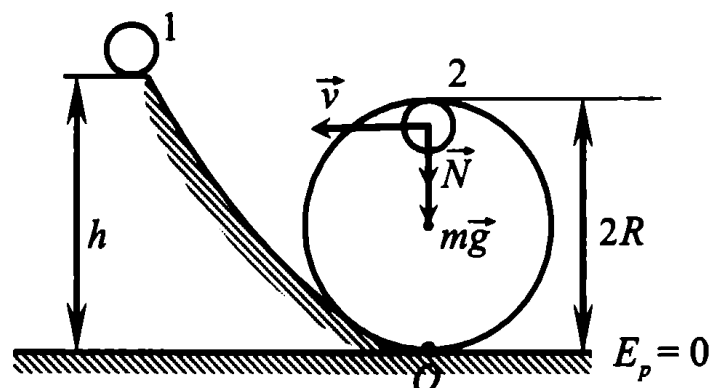


Рис. 100

Связываем уровень с потенциальной энергией $E_p = 0$ с нижней точкой O жёлоба (см. рис. 100). Записываем формулу закона сохранения механической энергии:

$$E_2 - E_1 = A.$$

Состоянием 1 считаем положение шарика в начале движения. Состоянием 2 — его положение в верхней точке траектории. В процессе движения на шарик действуют две силы: сила тяжести $\vec{F}_T = m\vec{g}$ и нормальная реакция опоры \vec{N} . Работа силы тяжести учитывается в изменении потенциальной энергии, сила \vec{N} работу не совершает, т. к. она всюду перпендикулярна перемещению. Поэтому $A = 0$, и $E_2 - E_1 = 0$.

Будем считать систему отсчёта, связанную с неподвижным желобом, инерциальной. Движение шарика поступательное, его можно считать материальной точкой, поэтому для описания движения шарика можно использовать второй закон Ньютона для модели материальной точки.

Решение.

Запишем закон сохранения энергии: $E_2 = E_1$.

$$E_1 = mgh, \quad E_2 = \frac{mv^2}{2} + mg2R$$

$$\frac{mv^2}{2} + mg2R = mgh.$$

$$v^2 + 4gR - 2gh = 0. \quad (1)$$

В верхней точке петли на шарик в общем случае действуют две силы: \vec{F}_T и \vec{N} . Силы \vec{N} , \vec{F}_T и нормальное ускорение \vec{a}_n имеют одинаковое направление. Поэтому второй закон Ньютона запишем сразу в проекциях:

$$N + F_T = \frac{mv^2}{R}. \quad (2)$$

При спуске с достаточно большой высоты шарик приобретает такую скорость, что в каждой точке петли давит на жёлоб с некоторой силой \vec{P} , неодинаковой в разных точках. По третьему закону Ньютона жёлоб давит на шарик с такой же по модулю силой \vec{N} ($|\vec{Q}| = |\vec{N}|$), но противоположно направленной.

По мере уменьшения высоты спуска скорость шарика в верхней точке петли уменьшается и при некотором значении h становится такой, что он пролетает верхнюю точку петли, лишь касаясь жёлоба. Для этого предельного случая $\vec{N} = 0$ и уравнение (2) перепишется:

$$mg = \frac{mv^2}{R}, \quad v^2 = gR.$$

Подставим это значение скорости в уравнение (1), получим $h = 2,5R$.

Ответ: $h = 2,5R$.

Задача 103

Шарик массой m вращается на нити в вертикальной плоскости. Насколько сила натяжения нити в нижней точке больше, чем в верхней?

Какие законы Вы использовали для описания движения шарика? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

Дано: m, g .

Найти: $\Delta T = T_1 - T_2$.

Обоснование.

Делаем рисунок 101 (см. с. 137).

Выбираем уровень с потенциальной энергией, равной нулю, когда тело находится в нижней точке своей траектории — состояние тела 2. Состояние тела 1 свяжем с высшей точкой траектории тела. В нижнем положении тело обладает только кинетической энергией $E_{\text{кин.2}}$, в верхнем — кинетической $E_{\text{кин.1}}$ и потенциальной энергией $E_{\text{пот.1}}$.

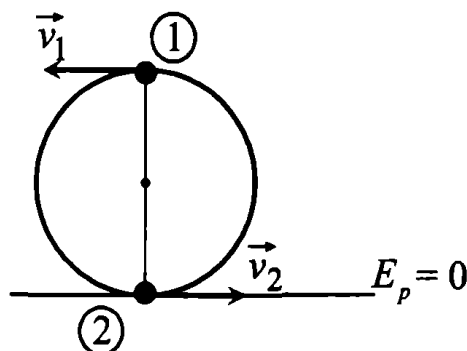


Рис. 101

На тело действуют две силы: сила тяжести $\vec{F}_T = m\vec{g}$ и сила натяжения нити \vec{T} . Работа силы тяжести учитывается в изменении потенциальной энергии, а работа силы \vec{T} равна нулю, т. к. сила \vec{T} везде перпендикулярна перемещению. Следовательно, работа силы T при движении шарика равна нулю. Других внешних сил на тело не действует, значит, при таком движении механическая энергия тела сохраняется.

Будем считать систему отсчёта, связанную с точкой подвеса нити, инерциальной. Движение тела поступательное, его можно считать материальной точкой, поэтому для описания движения шарика можно использовать второй закон Ньютона для модели материальной точки.

Решение.

Делаем рисунок 102 и расставим силы, действующие на тело.

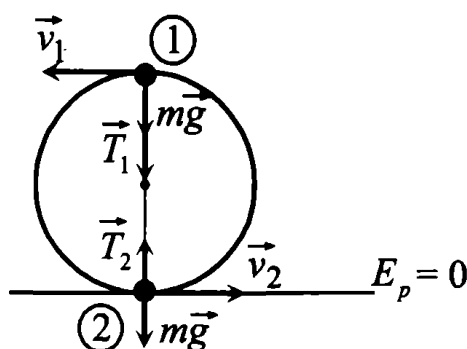


Рис. 102

Запишем закон сохранения полной механической энергии:

$$E_{\text{полн.2}} = E_{\text{полн.1}}$$

Таким образом,

$$E_{\text{полн.2}} = \frac{mv_2^2}{2}, \quad E_{\text{полн.1}} = \frac{mv_1^2}{2} + 2mgR,$$

где R — радиус окружности, по которой движется тело.

$$\frac{mv_2^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + 2mgR.$$

Представим это уравнение в виде

$$\frac{mv_2^2}{R} - \frac{mv_1^2}{R} = 4mg. \quad (1)$$

Запишем второй закон Ньютона для двух положений тела (см. рис. 102 на с. 137):

$$\frac{mv_1^2}{R} = T_1 + mg, \quad \frac{mv_2^2}{R} = T_2 - mg.$$

Вычтем из второго уравнение первое:

$$\frac{mv_2^2}{R} - \frac{mv_1^2}{R} = T_2 - T_1. \quad (2)$$

Сравнивая уравнения (1) и (2), имеем: $T_2 - T_1 = 6mg$, $\Delta T = 6mg$.

Таким образом, натяжение нити в нижней точке на $6mg$ больше, чем в верхней.

Ответ: $\Delta T = 6mg$.

Задача 104

По гладкой горизонтальной поверхности навстречу друг другу движутся два шара массами m_1 и m_2 и скоростями \vec{v}_1 и \vec{v}_2 соответственно. Найдите скорость обоих шаров после их абсолютно упругого столкновения.

Какие законы Вы использовали для описания столкновения шаров? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

Дано: m_1, m_2, v_1, v_2 .

Найти: u_1, u_2 .

Обоснование.

Выберем систему отсчёта, связанную с горизонтальной поверхностью, ось Ox направим вправо (см. рис. 103 на с. 139).

Система из двух шаров замкнутая. Для описания удара шариков будем использовать закон сохранения импульса системы тел. Он выполняется в инерциальной системе отсчёта, если сумма внешних сил, приложенных к

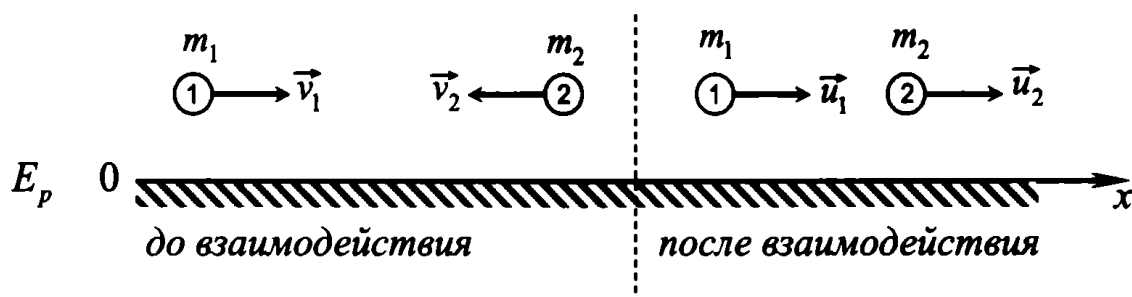


Рис. 103

телам системы, равна нулю. Если проекция суммы внешних сил на какое-либо направление или координатную ось равна нулю, то в этом случае говорят о законе сохранения проекции импульса на данное направление или координатную ось.

В данном случае из-за отсутствия силы трения (поверхность гладкая) внешней силой является только сила тяжести $m\vec{g}$, которая не равна нулю и направлена вертикально вниз. В проекции на горизонтальную ось Ox , никакие силы на шарик не действуют и на это направление проекция импульса системы после удара сохраняется.

Возьмём горизонтальную поверхность за уровень с потенциальной энергией, равной нулю, $E_p = 0$. Так как шары по вертикали не движутся, то потенциальная энергия шаров до и после их взаимодействия не изменится и будет равна нулю. И, согласно закону сохранения энергии для замкнутой системы, суммарная кинетическая энергия шаров до и после взаимодействия одинакова.

Решение.

Закон сохранения импульса в векторном виде:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2.$$

Спроецируем это уравнение на ось Ox ; так как направления скоростей \vec{u}_1 и \vec{u}_2 первого и второго шаров после удара нам неизвестны, то возьмём их произвольно (по направлению оси Ox).

$$m_1v_1 - m_2v_2 = m_1u_1 + m_2u_2. \quad (1)$$

Суммарная кинетическая энергия шаров до и после взаимодействия равна:

$$\frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} = \frac{m_1u_1^2}{2} + \frac{m_2u_2^2}{2}. \quad (2)$$

Приведём уравнения (1) и (2) к виду

$$m_1(v_1 - u_1) = m_2(v_2 + u_2), \quad (3)$$

$$m_1(v_1 - u_1)(v_1 + u_1) = m_2(u_2 - v_2)(v_2 + u_2). \quad (4)$$

Разделим уравнение (4) на уравнение (3), получим: $u_1 = u_2 - v_1 - v_2$.

Подставляя это соотношение в (1), имеем:

$$u_2 = \frac{v_2(m_1 - m_2) + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}.$$

Затем вычислим:

$$u_1 = \frac{v_2(m_2 - m_1) - 2m_2v_2}{m_1 + m_2}.$$

Рассмотрим один частный случай, когда массы шаров одинаковы, $m_1 = m_2$, тогда $u_1 = -v_2$, $u_2 = -v_1$, т. е. при абсолютно упругом ударе шаров с одинаковыми массами *они обмениваются скоростями*. Знак «минус» указывает, что первый шар будет двигаться после соударения назад — против оси Ox .

Ответ: $u_1 = \frac{v_2(m_2 - m_1) - 2m_2v_2}{m_1 + m_2}.$

Задача 105

Неупругие шары массами $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 2$ кг движутся навстречу друг другу со скоростями $v_1 = 1$ м/с и $v_2 = 2$ м/с соответственно. Найдите изменение кинетической энергии системы после удара.

Какие законы Вы использовали для описания столкновения шаров? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

Дано: $m_1 = 1$ кг, $m_2 = 2$ кг, $v_1 = 1$ м/с, $v_2 = 2$ м/с.

Найти: $\Delta E_k = E_{k1} - E_{k2}$.

Обоснование.

Выберем систему отсчёта, связанную с горизонтальной поверхностью, ось Ox направим вправо (см. рис. 104 на с. 141).

Система из двух шаров замкнутая. Для описания удара шариков будем использовать закон сохранения импульса системы тел. Он выполняется в инерциальной системе отсчёта, если сумма внешних сил, приложенных к

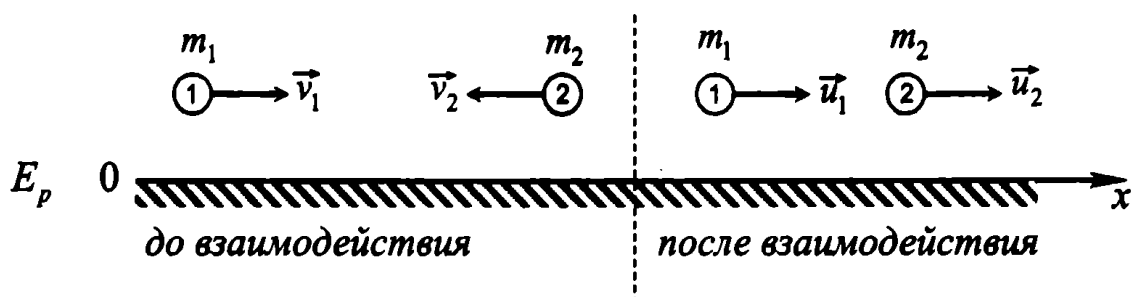


Рис. 104

телам системы, равна нулю. Если проекция суммы внешних сил на какое-либо направление или координатную ось равна нулю, то в этом случае говорят о законе сохранения проекции импульса на данное направление или координатную ось.

В данном случае из-за отсутствия силы трения (поверхность гладкая) внешней силой является только сила тяжести $m\vec{g}$, которая не равна нулю и направлена вертикально вниз. В проекции на горизонтальную ось Ox , никакие силы на шарик не действуют и на это направление проекция импульса системы после удара сохраняется.

Возьмём горизонтальную поверхность за уровень с потенциальной энергией, равной нулю, $E_p = 0$. Так как шары по вертикали не движутся, то потенциальная энергия шаров до и после их взаимодействия не изменится и будет равна нулю. Силы трения нет, так как поверхность гладкая. И, согласно закону сохранения энергии для замкнутой системы, суммарная кинетическая энергия шаров до и после взаимодействия одинакова.

Решение.

До соударения кинетическая энергия системы из двух шаров равнялась

$$E_k = E'_k + E''_k,$$

E'_k, E''_k — кинетическая энергия первого и второго шара соответственно.

$$E_k = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}.$$

Вычисления дают $E_k = 4,5$ Дж.

После неупругого соударения шары образовали новое тело массой $(m_1 + m_2)$, которое стало двигаться со скоростью u . Эту скорость найдём из закона сохранения импульса. Запишем уравнение в векторном виде:

$$m_1 \vec{v}_1 - m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{u}.$$

Спроецируем это уравнение на ось Ox , которую выберем по направлению скорости \vec{v}_1 : $m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2)u$.

$$\text{Откуда } u = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2}.$$

Подставляя числовые значения m_1 , m_2 , v_1 , v_2 , имеем $u = -1$ м/с. Знак «минус» указывает, что мы ошиблись в выборе направления скорости, и эта скорость будет направлена против оси Ox .

Найдём кинетическую энергию шаров после их взаимодействия:

$$E_k = \frac{m_1 + m_2}{2} u^2 = 1,5 \text{ Дж.}$$

Мы видим, что кинетическая энергия системы при неупругом ударе уменьшается:

$$\Delta E_k = E_{k1} - E_{k2} = 3 \text{ Дж.}$$

Эта часть ΔE_k кинетической энергии переходит во внутреннюю энергию шаров.

Ответ: $\Delta E_k = 3$ Дж.

Задача 106

Пуля массой m , летящая горизонтально со скоростью v_0 , попадает в ящик с песком массой M и застревает в нём. Ящик подвешен на нити длиной l . На какую высоту h поднимется ящик с пулей? На какой угол α отклонится ящик с пулей от вертикали?

Какие законы Вы использовали для описания движения ящика и пули? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

Дано: m , M , v_0 , l .

Найти: α , h .

Обоснование.

Делаем рисунок 105.

Свяжем нулевой уровень потенциальной энергии с первоначальным положением ящика — состояние 1 (см. рис. 105 на с. 143). Конечное состояние 2 системы «ящик — пуля» свяжем с положением, когда ящик с пулей отклонится на высоту h по отношению к уровню с $E_p = 0$.

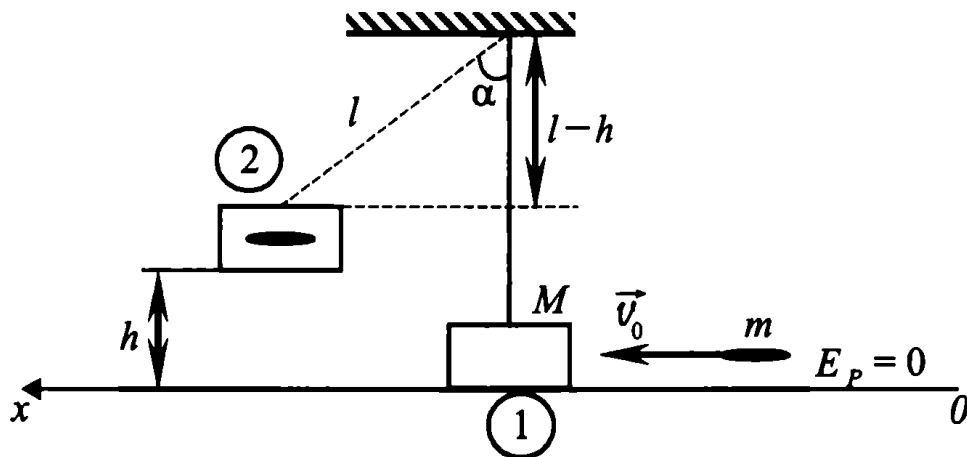


Рис. 105

При взаимодействии пули с ящиком систему можно считать замкнутой, для неё выполняется закон сохранения импульса. Так как скорость пули \vec{v}_0 и скорость ящика с пулей \vec{u} направлены в одну сторону, то закон сохранения импульса можно записать сразу в проекциях на ось Ox :

$$mv_0 = (m + M)u.$$

При движении ящика по окружности от столкновения с пулей до подъёма на высоту h на него действуют потенциальная сила тяжести Mg и сила натяжения нити T (сопротивлением воздуха пренебрегаем). Сила натяжения нити T направлена по нити (то есть по радиусу окружности), а скорость v пули массой m направлена горизонтально. Поэтому работа силы T при движении шарика от начального положения до места максимального подъёма на высоту h равна нулю. Следовательно, при этом движении механическая энергия ящика сохраняется.

Решение.

Закон сохранения импульса в проекциях на ось Ox :

$$mv_0 = (m + M)u, \quad u = \frac{m}{m + M}v_0.$$

Таким образом, ящик с пулей из состояния 1 начинает двигаться со скоростью u , следовательно, они обладают полной энергией, равной их кинетической энергии ($E_p = 0$).

$$E_1 = \frac{(m + M)u^2}{2} = \frac{m^2 v_0^2}{2(m + M)}.$$

В состоянии 2 скорость ящика с пулей равна нулю, следовательно, $E_k = 0$ и полная энергия системы будет равна потенциальной энергии:

$$E_p = (m + M)gh, \text{ т. е.}$$

$$E_2 = (m + M)gh.$$

Согласно закону сохранения механической энергии, имеем: $E_1 = E_2$,

$$\frac{m^2 v_0^2}{2(m + M)} = (m + M)gh, \text{ откуда}$$

$$h = \frac{m^2 v_0^2}{2g(m + M)^2}. \quad (1)$$

Из рисунка видно, что $\frac{l - h}{l} = \cos \alpha$, $h = l(1 - \cos \alpha)$.

Подставляя h в формулу (1), получим

$$a = \arccos\left(1 - \frac{m^2 v_0^2}{2gl(m + M)^2}\right).$$

Ответ: $a = \arccos\left(1 - \frac{m^2 v_0^2}{2gl(m + M)^2}\right).$

Задача 107

На гладкой горизонтальной поверхности около стенки стоит симметричный брусок массой m_1 с углублением полусферической формы радиусом R . Из точки 1 (см. рис. 106) без трения и начальной скорости соскальзывает маленькая шайба массой m_2 . Определите максимальную скорость бруска при его последующем движении.

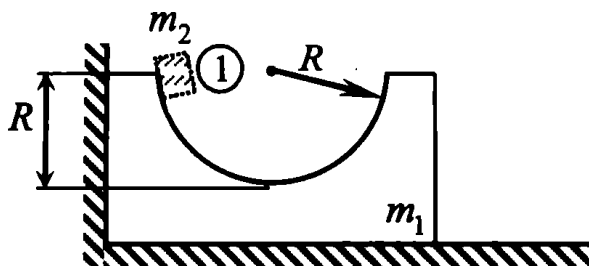


Рис. 106

Какие законы Вы использовали для описания движения бруска и шайбы? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

Дано: m_1 , m_2 , g , R .

Найти: v_{\max} .

Обоснование.

Выберем систему отсчёта, связанную с горизонтальной поверхностью, на которой лежит брусок и ось Ox направим вправо (см. рис. 107).

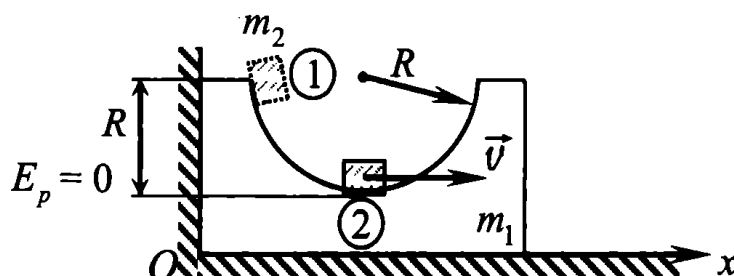


Рис. 107

Система из бруска массой m_1 и шайбы массой m_2 замкнутая. Пока шайба будет двигаться из положения 1 в положение 2, брусок от стены не оторвётся. Как только шайба достигнет своего самого низшего положения и приобретёт скорость $v = \sqrt{2gR}$, брусок начнёт двигаться вдоль оси x .

Для описания момента начала движения бруска по горизонтальной поверхности используем закон сохранения импульса системы тел. Он выполняется в инерциальной системе отсчёта, если сумма внешних сил, приложенных к телам системы, равна нулю. Вдоль направления Ox на тела никакие внешние силы не действуют, так как поверхность гладкая и силы трения между ней и бруском нет. А если проекция суммы внешних сил на какое-либо направление или координатную ось равна нулю, то в этом случае можем записать закон сохранения проекции импульса на данное направление или координатную ось.

При последующем движении системы «брусок — шайба» шайба будет подниматься на правую половину бруска, всё это время ускоряя брусок вдоль оси Ox . Это будет происходить до тех пор, пока скорости бруска и шайбы не сравняются, после чего шайба начнёт (относительно бруска) скользить вниз. Тем не менее брусок всё ещё будет ускоряться, и будет ускоряться он до тех пор, пока шайба снова не пройдёт своё наинизшее положение (теперь уже назад).

Следовательно, максимальная скорость бруска будет наблюдаться в

тот момент времени, когда шайба пройдёт низшее положение при своём движении назад относительно бруска. Чтобы найти максимальную скорость бруска v_1 , воспользуемся законом сохранения импульса системы в момент времени, когда шайба первоначально проходит через низшую точку: импульс системы равен m_2v (брусок не движется, его скорость пока равна нулю), и когда шайба скользит назад и также проходит своё низшее положение.

Решение.

В состоянии 1 шайба покоилась, её кинетическая энергия $E_k = 0$, а $E_p = mgR$.

В положении 2 $E_p = 0$, а $E_k = \frac{mv^2}{2}$, т. е. полная энергия

$$E_2 = \frac{mv^2}{2}.$$

Из закона сохранения энергии найдём v , скорость шайбы в самом нижнем положении:

$$E_1 = E_2, mgR = \frac{mv^2}{2}, \text{ откуда } v = \sqrt{2gR}.$$

Импульс системы равен $m_1v_1 + m_2v_2$, где v_1 — максимальная скорость бруска, v_2 — скорость шайбы при прохождении её низшего положения.

Таким образом,

$$\begin{aligned} m_2v &= m_1v_1 + m_2v_2, \\ m_2\sqrt{2gR} &= m_1v_1 + m_2v_2. \end{aligned} \quad (1)$$

Закон сохранения энергии для моментов прохождения шайбой низшего положения есть

$$m_2gR = \frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2}. \quad (2)$$

Решая систему уравнений (1) и (2), получим два решения:

$$1. v_1 = 0, \quad v_2 = \sqrt{2gR};$$

$$2. v_1 = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2gR}, \quad v_2 = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \sqrt{2gR}.$$

Решение 1 отвечает моментам времени, когда шайба движется, а брусок нет. Нас интересует решение 2, отвечающее тем моментам времени,

когда брусок имеет максимальную скорость:

$$v_{\max} = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2gR}.$$

Ответ: $v_{\max} = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2gR}.$

Задача 108

Вокруг горизонтальной оси может свободно вращаться лёгкий рычаг (см. рис. 109 на с. 148), плечи которого равны l_1 и l_2 . На концах рычага укреплены грузы массами m_1 и m_2 соответственно. Предоставленный самому себе, рычаг переходит из горизонтального положения в вертикальное. Какую скорость будет иметь в нижней точке второй груз? Массу рычага и трение в оси не учитывать.

Какие законы Вы использовали для описания движения шариков? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

Дано: m_1, m_2, l_1, l_2 .

Найти: v_2 .

Обоснование.

Сделаем рисунок 108.

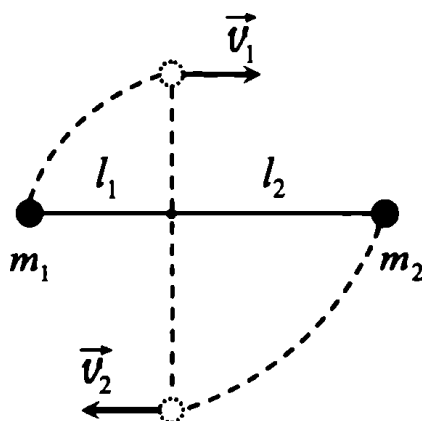


Рис. 108

Система замкнутая, можем записать закон сохранения энергии:

$$E_2 - E_1 = A.$$

За уровень с $E_p = 0$ выберем уровень $O—O'$ (см. рис. 109).

Механическая энергия в состоянии 1 равна сумме потенциальной энергий первого и второго грузов.

Кинетические энергии грузов в этом положении равны нулю (грузы покоятся). В состоянии 2 полная механическая энергия грузов равна сумме потенциальной и кинетической энергии первого груза плюс кинетическая энергия второго груза (его потенциальная энергия равна нулю).

Внешних сил нет, т. е. $A = 0$, следовательно $E_2 = E_1$.

Решение.

Сделаем рисунок 109.

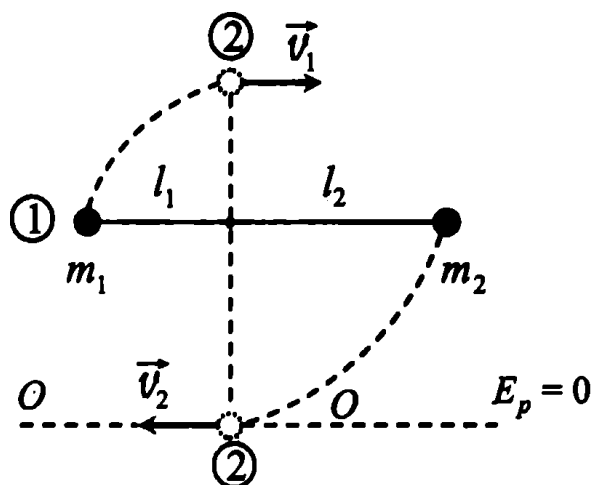


Рис. 109

Механическая энергия шаров в состоянии 1:

$$E_1 = m_1 g l_1 + m_2 g l_2.$$

Механическая энергия в состоянии 2:

$$E_2 = \frac{m_1 v_1^2}{2} + m_1 g(l_1 + l_2) + \frac{m_2 v_2^2}{2},$$

где v_1 и v_2 — скорости первого и второго грузов соответственно.

Энергия системы сохраняется.

$$E_1 = E_2;$$

$$g l_2 (m_1 + m_2) = \frac{m_1 v_1^2}{2} + m_1 g(l_1 + l_2) + \frac{m_2 v_2^2}{2}.$$

В этом уравнении неизвестны v_1 и v_2 . Скорость v_1 определим, исходя из того, что в любой момент времени радиусы вращения всех точек рычага

имеют одинаковую угловую скорость ω и, следовательно, в положении 2

$$\omega = \frac{v_1}{l_1} = \frac{v_2}{l_2}, \quad v_1 = v_2 \frac{l_1}{l_2}.$$

Окончательно

$$v_2 = l_2 \sqrt{\frac{2(m_2 l_2 - m_1 l_1)g}{m_2 l_2^2 + m_1 l_1^2}}.$$

Ответ: $v_2 = l_2 \sqrt{\frac{2(m_2 l_2 - m_1 l_1)g}{m_2 l_2^2 + m_1 l_1^2}}.$

Задача 109 *

Сосновый брусок квадратного сечения со стороной квадрата $a = 0,5$ м и длиной $b = 1$ м плавает в воде, как показано на рисунке 110а. Какую работу необходимо совершить, чтобы перевести его в положение, указанное на рисунке 110б? Плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м³.

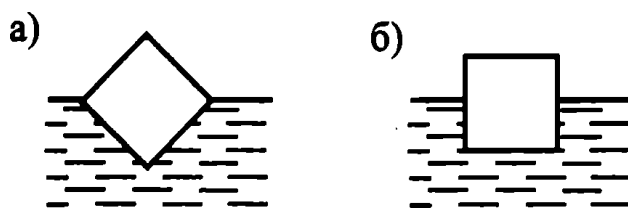


Рис. 110

Решение.

Сделаем чертёж (см. рис. 111).

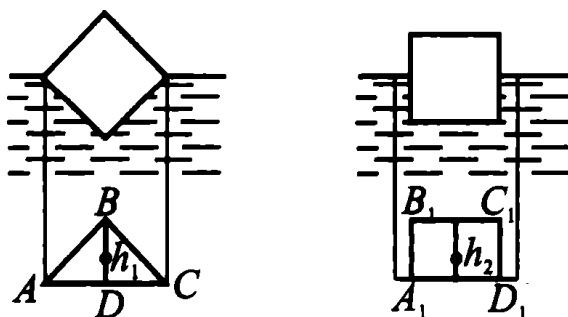


Рис. 111

Работа будет равна изменению потенциальной энергии центра тяжести вытесненной воды:

$$A = m_{\text{в}} g (h_2 - h_1).$$

Из геометрических соотношений находим:

$$h_1 = \frac{BD}{3} = \frac{a\sqrt{2}}{6}; \quad h_2 = \frac{a}{4}.$$

Выполняя преобразования, получим

$$h_2 - h_1 = \frac{a(3 - 2\sqrt{2})}{12}.$$

Следовательно, работа

$$A = \rho \frac{a^2 b}{2} g \cdot \frac{a(3 - 2\sqrt{2})}{12}.$$

Ответ: $A = \rho \frac{a^3 b g (3 - 2\sqrt{2})}{24}.$

5. Механические колебания

5.1. Гармонические колебания, амплитуда и фаза колебаний, период колебаний, частота колебаний

Колебаниями называются движения, обладающие той или иной степенью повторяемости во времени. Колебания называются периодическими, если значения физических величин, изменяющихся в процессе колебаний, повторяются через равные промежутки времени. *Гармоническими колебаниями* называются такие колебания, в которых колеблющаяся физическая величина x изменяется по закону синуса или косинуса, т. е.:

$$x = A \sin(\omega t + \varphi).$$

Амплитуда, период, частота и фаза колебаний

Величина A , равная наибольшему абсолютному значению колеблющейся физической величины x , называется *амплитудой колебаний*. Выражение, стоящее под знаком синуса, определяет значение x в данный момент времени и называется *фазой колебаний*. *Периодом T* называется

время, за которое колеблющееся тело совершает одно полное колебание. Период T измеряется в секундах (с). *Частотой* периодических колебаний называют число полных колебаний, совершённых за единицу времени:

$$\nu = \frac{1}{T}.$$

Частота измеряется в с^{-1} . Эта единица называется *герц* (Гц).

5.2. Свободные колебания (математический и пружинный маятники)

Математическим маятником называется материальная точка массой m , подвешенная на невесомой нерастяжимой нити и совершающая колебания в вертикальной плоскости.

Колебания груза на пружине

Если один конец пружины закрепить неподвижно, а к другому её концу прикрепить некоторое тело массой m , то при выведения тела из положения равновесия пружина растянется и возникнут колебания тела на пружине в горизонтальной или вертикальной плоскости.

Период колебаний математического маятника и груза на пружине

Период колебаний математического маятника определяется по формуле

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

где l — длина маятника.

Период колебаний груза на пружине определяется по формуле

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}},$$

где k — жёсткость пружины.

Превращение энергии при гармонических колебаниях

При гармонических колебаниях происходит превращение кинетической энергии движущегося тела в потенциальную энергию. Кинетическая энергия математического маятника при прохождении им положения равновесия переходит в потенциальную энергию тела, поднятого на некоторую высоту. Кинетическая энергия груза на пружине при прохождении им по-

ложения равновесия переходит в потенциальную энергию растянутой или сжатой пружины.

5.3. Вынужденные колебания. Резонанс

Вынужденными колебаниями называют незатухающие колебания системы, которые вызываются действием на неё внешних сил, периодически изменяющихся с течением времени. *Резонансом* называется явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при совпадении частоты собственных колебаний с частотой вынуждающей силы.

5.4. Длина волны, звук

Распространение колебаний в упругих средах

Среда называется упругой, если между её частицами существуют силы взаимодействия. Волнами называется процесс распространения колебаний в упругих средах.

Поперечные и продольные волны

Волна называется поперечной, если частицы среды колеблются в направлениях, перпендикулярных к направлению распространения волны. Волна называется продольной, если колебания частиц среды происходят в направлении распространения волны.

Длина волны. Связь длины волны со скоростью её распространения.

Длиной волны называется расстояние между двумя ближайшими точками, колеблющимися в одинаковой фазе.

$$\lambda = vT,$$

где v — скорость распространения волны.

Звуковые волны. Скорость звука. Ультразвук

Звуковыми волнами называют волны, колебания в которых происходят с частотами от 20 до 20 000 Гц.

Скорость звука различна в различных средах. Скорость звука в воздухе равна 340 м/с.

Ультразвуковыми волнами называют волны, частота колебаний в которых превышает 20 000 Гц. Ультразвуковые волны не воспринимаются человеческим ухом. Они являются направленными и хорошо отражаются от препятствий.

Свойства волн:

- отражение от поверхности;
- преломление на границе раздела двух сред;
- поглощение веществом;
- сохранение частоты колебаний при переходе через границу двух сред.

Примеры решения заданий базового уровня сложности

Задача 110

Волна частотой 320 Гц, распространявшаяся со скоростью 160 м/с, прошла путь 0,25 м. На сколько градусов изменилась фаза волны?

Решение. Длина волны может быть рассчитана по формуле

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = 0,5 \text{ (м)}.$$

При прохождении волной расстояния, равного длине волны, фаза волны изменится на 360° . При прохождении половины длины волны фаза изменяется на 180° .

Ответ: 180° .

Задача 111

На рисунке 112 (см. с. 154) представлены графики звуковых колебаний. Какой график соответствует наибольшей высоте звука?

Решение. Звуковую частоту ν можно определить из графика, воспользовавшись соотношением $\nu = \frac{1}{T}$. Как видно, период графика 3 наименьший. Следовательно, частота и высота звука наибольшие.

Ответ: 3.

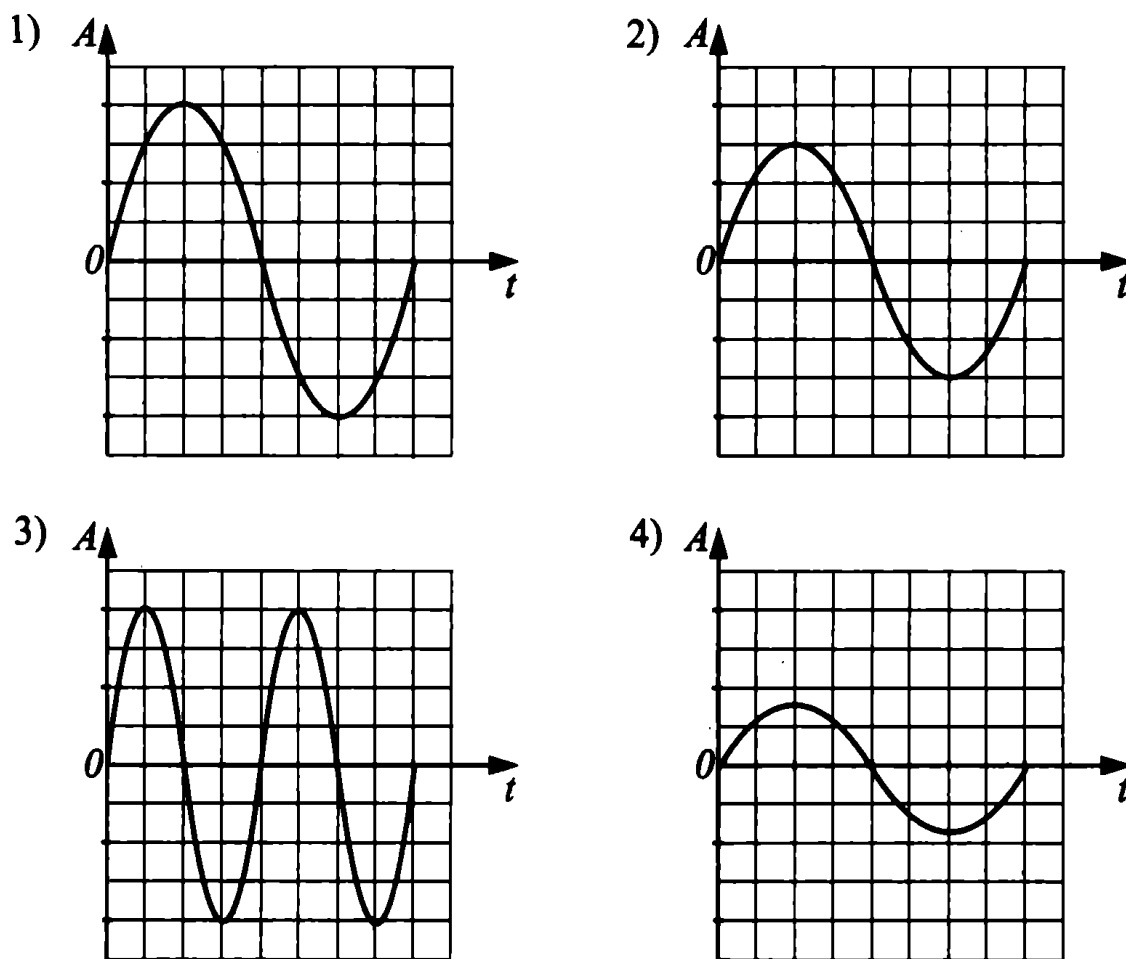


Рис. 112

Задача 112

На рисунке 113 приведён график колебаний груза на нити. Согласно этому графику, длина маятника приблизительно равна...

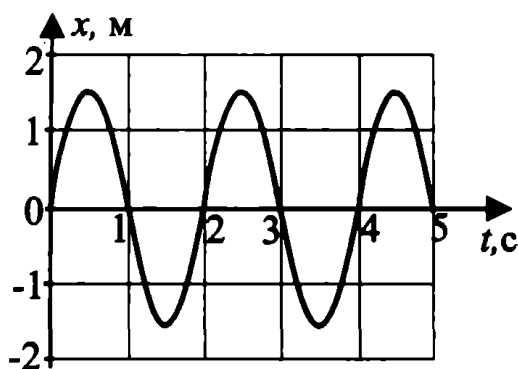


Рис. 113

Решение. Из графика видно, что период колебаний маятника 2 с. Период связан с длиной маятника соотношением $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, откуда

$$l = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = \frac{4 \text{ с}^2 \cdot 10 \text{ м/с}^2}{3 \cdot (3,14)^2} = 1 \text{ м.}$$

Ответ: 1 м.

Задача 113

На рисунке 114А представлен график некоторого колебания. Какой из графиков на рисунке 114Б представляет колебание, происходящее в противофазе с колебанием А?

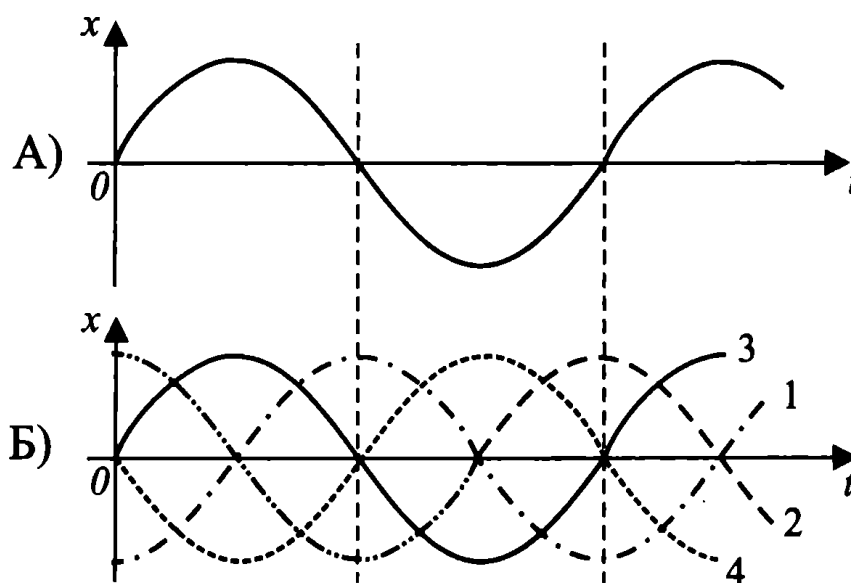


Рис. 114

Решение. Когда на колебании, представленном на рисунке 114А, наблюдается максимум, противофазное колебание характеризуется минимумом, а когда на колебании на рисунке 114Б наблюдается минимум, противофазное колебание имеет максимум. Таким условиям отвечает колебание 4.

Ответ: 4.

Задача 114

На рисунке 115 (см. с. 156) изображена зависимость смещения колеблющегося груза на пружине от времени. Какова частота колебаний груза?

Решение. Из рисунка определим период колебаний. $T = 2 \text{ с}$. Тогда

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ (Гц)}.$$

Ответ: 0,5 Гц.

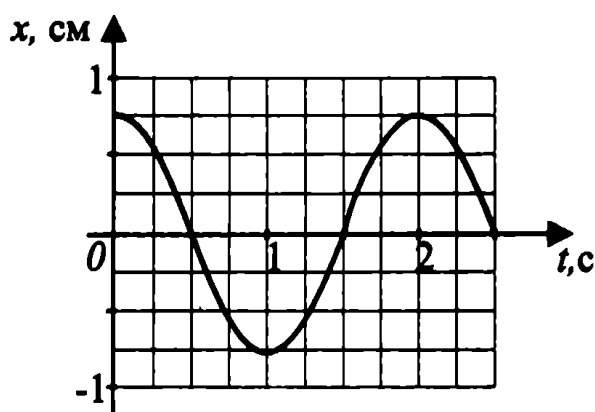


Рис. 115

Задача 115

Пружинный маятник совершает незатухающие колебания на гладкой горизонтальной поверхности. Масса груза m , жёсткость пружины k . Как изменятся амплитуда колебаний и максимальная энергия деформации пружины, если при неизменной максимальной кинетической энергии груза и массе груза уменьшить жёсткость пружины?

Для каждой величины подберите соответствующий характер изменения:

- 1) увеличится
- 2) уменьшится
- 3) не изменится

Запишите в таблицу выбранные цифры для каждой физической величины. Цифры в ответе могут повторяться.

Амплитуда колебаний	Максимальная энергия деформации пружины

Решение. Максимальная энергия деформации пружины равна полной энергии маятника и равна максимальной кинетической энергии груза, она по условию не меняется. Энергия деформации пружины $E = \frac{kA^2}{2}$.

При неизменной энергии деформации пружины и уменьшающейся жёсткости пружины амплитуда колебаний увеличится.

Ответ: 13.

Примеры решения заданий повышенного уровня сложности

Задача 116

Тело совершает гармонические колебания вдоль оси X . Расстояние между точками, в которых скорость тела равна нулю, составляет 6 см, период колебаний $T = 0,628$ с. Чему равна максимальная скорость тела?

Решение. Скорость колеблющегося тела равна 0, когда оно находится на максимальном удалении от точки, относительно которой совершаются колебания. Таким образом, расстояние, указанное в задаче, равно $2x_0 = 6$ см, где x_0 — амплитуда колебаний. Уравнение для координаты тела имеет вид $x(t) = x_0 \cos(\omega t)$, откуда скорость тела в любой момент времени

$$v'(t) = -(x_0\omega) \sin(\omega t),$$

т. е. амплитуда скорости $v_0 = x_0\omega = \frac{2\pi x_0}{T}$. Подставляя численные значения, находим $v_0 = 0,3$ м/с.

Ответ: 0,3 м/с.

Задача 117

Груз, подвешенный на пружине, вызвал её удлинение на 4 см. Найдите период свободных колебаний пружины вместе с грузом.

Решение. Груз находится в равновесии, если $kx = mg$. Отсюда $k = \frac{mg}{x}$. Период колебаний пружинного маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{mx}{mg}} = 2\pi \sqrt{\frac{x}{g}} = 6,28 \sqrt{\frac{4 \cdot 10^{-2} \text{ м}}{10 \text{ м/с}^2}} = 0,4 \text{ с.}$$

Ответ: 0,4 с.

Задача 118

Два пружинных маятника колеблются независимо друг от друга. На рисунке 116 (см. с. 158) показано, как меняется положение каждого груза (x) с течением времени (t).

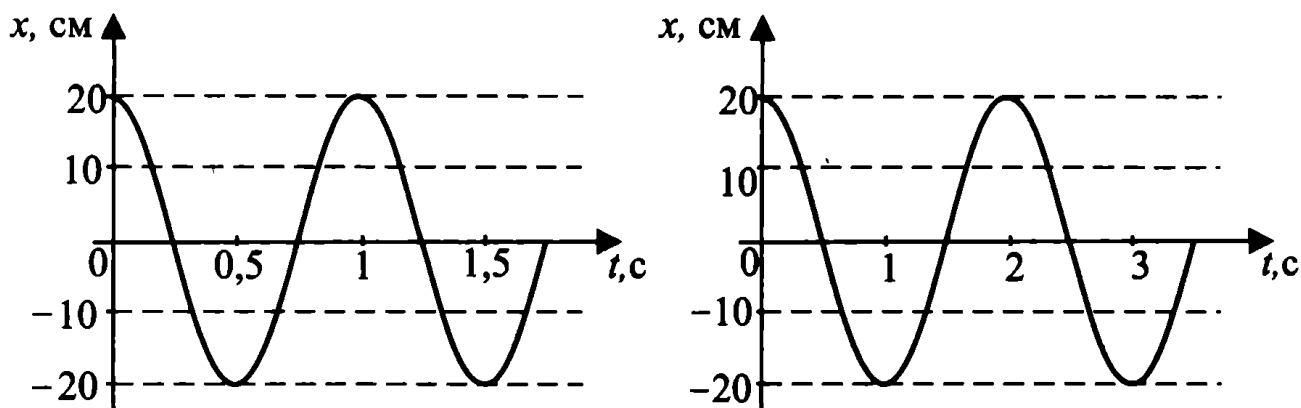


Рис. 116

Используя графические данные, выберите из предложенного перечня все верные утверждения. Запишите цифры, под которыми они указаны.

- 1) За 10 с первый маятник совершит в 2 раза больше полных колебаний, чем второй.
- 2) Жёсткость пружины второго маятника меньше жёсткости пружины первого.
- 3) Маятники имеют разные амплитуды и периоды колебаний.
- 4) Маятники имеют одинаковые частоты, но разные амплитуды колебаний.
- 5) Маятники имеют одинаковые амплитуды, но разные периоды колебаний.

Решение. Рассмотрим каждый из вариантов ответа.

- 1) Частота колебаний первого маятника в два раза больше, чем второго. Следовательно, за 10 с первый маятник совершит в два раза больше колебаний, чем второй.
- 2) Маятники имеют одинаковые амплитуды, но частота колебаний второго маятника меньше, чем первого. Так как частота колебаний пропорциональна \sqrt{k} , то жёсткость пружины второго маятника меньше жёсткости пружины первого.
- 3) Маятники имеют одинаковые амплитуды.
- 4) Маятники колеблются с разными частотами.
- 5) Маятники имеют одинаковые амплитуды и разные периоды колебаний.

Правильные ответы стоят под номерами 1, 2 и 5.

Ответ: 125.

Задача 119

Два математических маятника колеблются независимо друг от друга. На рисунке 117 показано, как меняется угол отклонения каждого из маятников от положения равновесия (α) с течением времени (t).

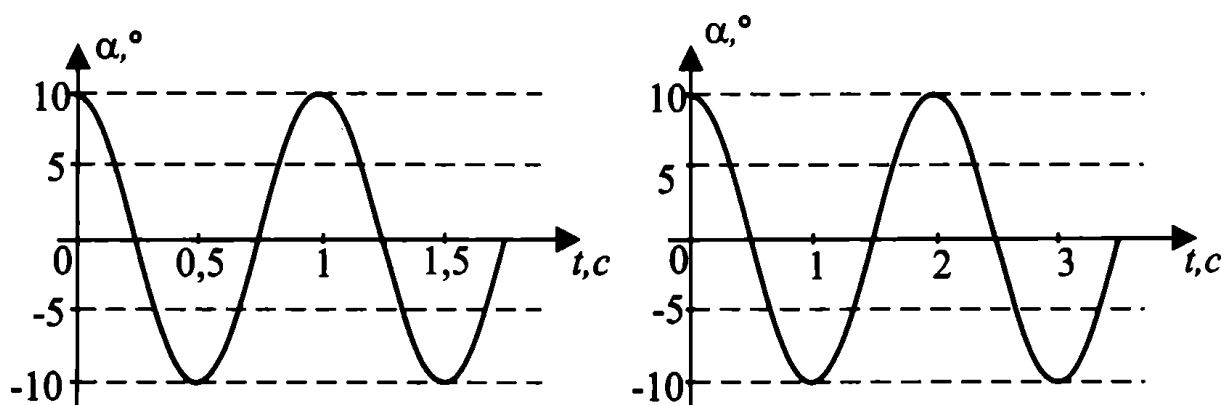


Рис. 117

Используя графические данные, выберите из предложенного перечня все верные утверждения. Запишите цифры, под которыми они указаны.

- 1) Маятники имеют разные амплитуды и периоды колебаний.
- 2) Маятники имеют одинаковые амплитуды, но разные периоды колебаний.
- 3) Маятники имеют одинаковые частоты, но разные амплитуды колебаний.
- 4) За 10 с первый маятник совершит в два раза больше полных колебаний, чем второй.
- 5) Максимальная кинетическая энергия первого маятника больше, чем максимальная кинетическая энергия второго.

Решение. Рассмотрим каждый из вариантов ответа.

- 1) Маятники совершают колебания с одинаковыми амплитудами.
- 2) Из рисунка 117 видно, что маятники имеют одинаковые амплитуды и разные периоды колебаний.
- 3) Частоты колебаний двух маятников разные.
- 4) Частота колебаний первого маятника в два раза больше, чем второго. Следовательно, за 10 с первый маятник действительно совершит в два раза больше колебаний, чем второй.

5) Амплитуды колебаний двух маятников одинаковы, следовательно, и их максимальные кинетические энергии равны.

Верные утверждения стоят под номерами 2 и 4.

Ответ: 24.

Задача 120

На рисунке 118 представлен график зависимости потенциальной энергии математического маятника, совершающего гармонические колебания, от времени. Потенциальная энергия отсчитывалась от положения равновесия. Используя данные графика, выберите из предложенного перечня все верные утверждения. Запишите цифры, под которыми они указаны.

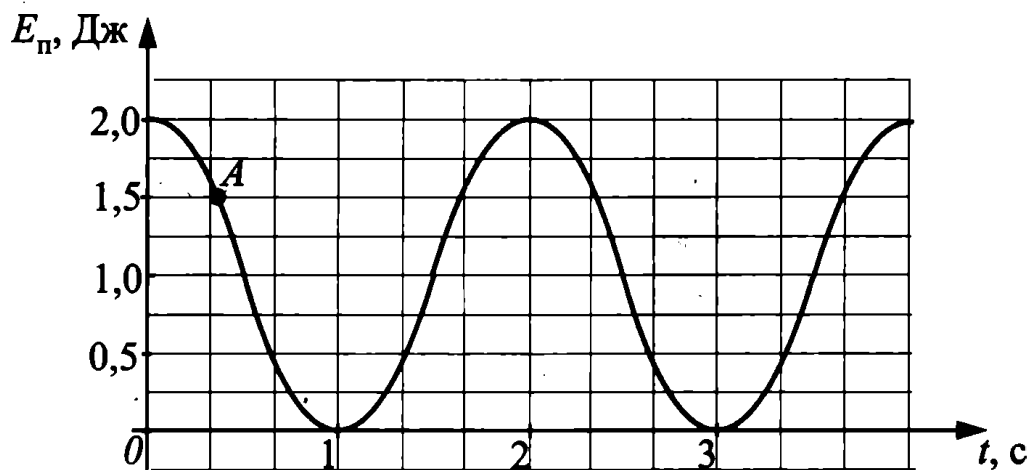


Рис. 118

- 1) Период колебаний маятника составляет 2 с.
- 2) В момент времени, соответствующий на графике точке A, кинетическая энергия маятника равна 0,5 Дж.
- 3) Полная энергия маятника в момент времени $t = 1$ с равна 2 Дж.
- 4) Маятник совершает затухающие колебания.
- 5) В момент времени $t = 1,5$ с кинетическая энергия маятника равна его потенциальной энергии.

Решение. Рассмотрим каждый из вариантов ответа.

1) Период колебаний маятника $T = 4$ с.

2) Полная механическая энергия E в любой момент времени — постоянная величина и равна сумме кинетической и потенциальной энергий:

$$E = E_{\text{кин.}} + E_{\text{пот.}}$$

В момент времени, соответствующий точке А,

$$E_{\text{кин.}} = E - E_{\text{пот.}} = 2 - 1,5 = 0,5 \text{ (Дж)}.$$

3) В момент времени, когда потенциальная энергия максимальна, кинетическая энергия равна нулю и наоборот. Следовательно, полная энергия $E = E_{\text{пот. max}} = 2 \text{ Дж}$ при любом значении t .

4) Амплитуда маятника с течением времени не уменьшается, следовательно, колебания незатухающие.

$$5) \text{ В момент времени } t = 1,5 \text{ с } E_{\text{пот.}} = \frac{1}{2}E; \quad E_{\text{кин.}} = E - E_{\text{пот.}} = \frac{E}{2}.$$

Следовательно, кинетическая энергия в этот момент времени равна потенциальной.

Верные утверждения стоят под номерами 2, 3 и 5.

Ответ: 235.

§ 2. Молекулярная физика. Тепловые явления

6. Молекулярно-кинетическая теория

6.1. Модели строения газов, жидкостей и твёрдых тел

Газы. В газах расстояние между атомами и молекулами в среднем во много раз больше размеров самих молекул. Например, при атмосферном давлении объём сосуда в десятки тысяч раз превышает объём находящихся в нём молекул.

Газы легко сжимаются, при этом уменьшается среднее расстояние между молекулами, но молекулы не сдавливают друг друга.

Молекулы с огромными скоростями — сотни метров в секунду — движутся в пространстве. Сталкиваясь, они отскакивают друг от друга в разные стороны подобно бильярдным шарам. Слабые силы притяжения молекул газа не способны удержать их друг возле друга. Поэтому газы могут неограниченно расширяться. Они не сохраняют ни формы, ни объёма.

Многочисленные удары молекул о стенки сосуда создают давление газа.

Жидкости. Молекулы жидкости расположены почти вплотную друг к другу, поэтому молекула жидкости ведёт себя иначе, чем молекула газа. Зажатая, как в клетке, другими молекулами, она совершает «бег на месте» (колебания около положения равновесия, сталкиваясь при этом с соседними молекулами). Лишь время от времени она совершает «прыжок», прорываясь сквозь «прутья клетки», но тут же попадает в новую «клетку», образованную новыми соседями. Время оседлой жизни молекулы воды, т. е. время колебания около одного определённого положения равновесия при комнатной температуре, равно в среднем 10^{-11} с. Время же одного колебания значительно меньше ($10^{-12} - 10^{-13}$ с). С повышением температуры время «оседлой жизни» молекул уменьшается. Характер молекулярного движения в жидкостях, впервые установленный советским физиком Я. И. Френкелем, позволяет понять основные свойства жидкостей.

Молекулы жидкости находятся непосредственно друг возле друга. При попытке изменить объём жидкости (даже на малую величину) начинается деформация самих молекул. Для этого нужны очень большие силы, чем и объясняется малая сжимаемость жидкостей.

Как известно, жидкости текучи, т. е. не сохраняют своей формы. Объяснить это можно так. Если жидкость не течёт, то перескоки молекул из одного оседлого положения в другое происходят с одинаковой частотой по всем направлениям. Внешняя сила заметно не меняет число перескоков молекул в секунду. Но перескоки молекул из одного оседлого положения в другое происходят преимущественно в направлении действия внешней силы. Вот почему жидкость течёт и принимает форму сосуда.

Твёрдые тела. Атомы или молекулы твёрдых тел, в отличие от атомов и молекул жидкостей, колеблются около определённых положений равновесия. Правда, иногда молекулы меняют положение равновесия, но происходит это редко. Вот почему твёрдые тела сохраняют не только объём, но и форму.

Есть ещё одно важное различие между жидкостями и твёрдыми телами.

Жидкость можно сравнить с толпой людей, где отдельные индивидуумы беспокойно толкуются на месте, а твёрдое тело подобно стройной когорте тех же индивидуумов, которые хотя и не стоят по стойке «смирно», но выдерживают между собой в среднем определённые интервалы. Если соединить центры положений равновесия атомов или ионов твёрдого тела, то получится правильная пространственная решётка, называемая кристаллической.

6.2. Основы молекулярно-кинетической теории (МКТ) строения вещества

В основе МКТ лежат три положения:

- 1) все тела состоят из атомов или молекул;
- 2) атомы и молекулы находятся в состоянии непрерывного хаотического движения;
- 3) атомы и молекулы взаимодействуют между собой благодаря силам притяжения и отталкивания.

6.3. Тепловое движение атомов и молекул вещества.

Броуновское движение. Диффузия. Экспериментальные доказательства атомистической теории взаимодействия частиц вещества

Тепловое движение молекул. Все тела состоят из атомов и молекул. Тепловые движения происходят внутри тел и всецело определяются движением этих частиц. Движение атомов и молекул мало напоминает движение собаки или автомобиля. Атомы и молекулы вещества совершают беспорядочное движение, в котором трудно усмотреть следы какого-либо порядка и регулярности. Беспорядочное движение молекул называют тепловым движением.

Движение молекул беспорядочно из-за того, что число их в телах, которые нас окружают, неизмеримо велико. Каждая молекула беспрестанно меняет свою скорость при столкновениях с другими молекулами. В результате её траектория оказывается чрезвычайно запутанной, движение — хаотичным, несравненно более хаотичным, чем движение щепки в бурлящем потоке воды или муравьёв в разорённом муравейнике.

Беспорядочное движение огромного числа молекул качественно отличается от упорядоченного механического движения тел. Оно представляет собой особый вид движения материи со своими особыми свойствами. Об этих свойствах и пойдёт речь в дальнейшем.

Броуновское движение — это тепловое движение взвешенных в жидкости (или газе) частиц.

Наблюдение броуновского движения. Английский ботаник Р. Броун (1773—1858) впервые наблюдал это явление в 1827 г., рассматривая в микроскоп взвешенные в воде споры плауна. Позже он рассматривал и другие мелкие частицы, в том числе частички камня из египетских пирамид. Сейчас для наблюдения броуновского движения используют частички краски гуммигут, которая нерастворима в воде. Эти частички совершают беспорядочное движение. Самым поразительным и непривычным для нас является то, что это движение никогда не прекращается. Мы ведь привыкли к тому, что любое движущееся тело рано или поздно останавливается. Броун вначале думал, что споры плауна проявляют признаки жизни.

Броуновское движение — тепловое движение, и оно не может прекратиться. С увеличением температуры интенсивность его растёт. На рисунке 119 приведена схема движения броуновских частиц. Положения частиц, отмеченные точками, определены через равные промежутки времени — 30 с. Эти точки соединены прямыми линиями. В действительности траектория частиц гораздо сложнее.

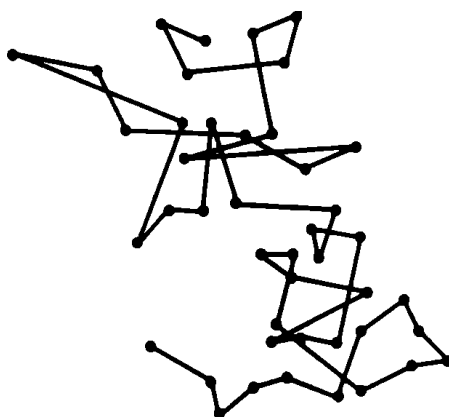


Рис. 119

Броуновское движение можно наблюдать и в газе. Его совершают взвешенные в воздухе частицы пыли или дыма.

Объяснение броуновского движения. Объяснить броуновское движение можно только на основе молекулярно-кинетической теории. Причина броуновского движения частицы заключается в том, что удары молекул жидкости о частицу не компенсируют друг друга. При беспорядочном движении молекул передаваемые ими броуновской частице импульсы, например слева и справа, неодинаковы. Поэтому отлична от нуля результирующая сила давления молекул жидкости на броуновскую частицу, которая и вызывает изменение направления её движения.

Среднее давление имеет определённое значение как в газе, так и в жидкости. Но всегда происходят незначительные случайные отклонения от этого среднего значения. Чем меньше площадь поверхности тела, тем заметнее относительные изменения силы давления, действующей на данную площадь. Так, например, если площадка имеет размер порядка нескольких диаметров молекулы, то действующая на неё сила давления меняется скачкообразно от нуля до некоторого значения при попадании молекулы в эту площадку.

Молекулярно-кинетическая теория броуновского движения была создана в 1905 г. А. Эйнштейном (1879–1955).

Построение теории броуновского движения и её экспериментальное подтверждение французским физиком Ж. Перреном окончательно завершили победу молекулярно-кинетической теории.

Опыты Перрена. Идея опытов Перрена состоит в следующем.

Известно, что концентрация молекул газа в атмосфере уменьшается с высотой. Если бы не было теплового движения, то все молекулы упали бы на Землю и атмосфера исчезла бы. Однако если бы не было притяжения к Земле, то за счёт теплового движения молекулы покидали бы Землю, так как газ способен к неограниченному расширению. В результате действия этих противоположных факторов устанавливается определённое распределение молекул по высоте, о чём сказано выше, т. е. концентрация молекул довольно быстро уменьшается с высотой. Причём, чем больше масса молекул, тем быстрее с высотой убывает их концентрация.

Броуновские частицы участвуют в тепловом движении. Так как их взаимодействие пренебрежимо мало, то совокупность этих частиц в газе или жидкости можно рассматривать как идеальный газ из очень тяжёлых молекул. Следовательно, концентрация броуновских частиц в газе или жидкости в поле тяжести Земли должна убывать по тому же закону, что и концентрация молекул газа. Закон этот известен.

Перрен с помощью микроскопа большого увеличения и малой глубины поля зрения (малой глубины резкости) наблюдал броуновские частицы в очень тонких слоях жидкости. Подсчитывая концентрацию частиц на разных высотах, он нашёл, что эта концентрация убывает с высотой по тому же закону, что и концентрация молекул газа. Отличие в том, что за счёт большой массы броуновских частиц убывание происходит очень быстро.

Диффузией называется перемешивание двух веществ в результате хаотического движения их молекул. Диффузия возможна во всех агрегатных состояниях вещества, но с различной скоростью.

6.4. Модель идеального газа. Связь между давлением и средней кинетической энергией теплового движения молекул идеального газа

Идеальный газ — это газ, взаимодействие между молекулами которого пренебрежимо мало. В идеальном газе пренебрегают размерами молекул.

Основное уравнение МКТ

устанавливает связь давления идеального газа с массой молекул, концентрацией и средним значением квадрата скорости молекулы:

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \overline{v^2},$$

где $n = \frac{N}{V}$ — концентрация молекул, m_0 — масса одной молекулы, $\overline{v^2}$ — среднее значение квадрата скорости.

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы газа

$$\bar{E}_k = \frac{m_0 \overline{v^2}}{2}.$$

Тогда основное уравнение МКТ можно записать так:

$$p = \frac{2}{3} n \bar{E}_k.$$

6.5. Абсолютная температура. Связь температуры со средней кинетической энергией частиц

Температура характеризует степень нагретости тела. Говорить о температуре можно только для тела, находящегося в состоянии теплового равновесия. Температура характеризует состояние теплового равновесия системы тел: все тела системы, находящиеся в тепловом равновесии друг с другом, имеют одну и ту же температуру.

Для измерения температуры используют зависимость объёма жидкости от температуры. С этой зависимостью связано устройство термометра.

Абсолютным нулём температуры называют предельную температуру, при которой давление идеального газа обращается в ноль, т. е. это температура, при которой прекращается тепловое движение молекул.

Абсолютная температурная шкала — это температурная шкала, в которой за начало отсчёта принят абсолютный ноль температур. Эту шкалу предложил английский учёный Кельвин.

На практике используют также шкалу Цельсия, на которой за 0°C принимают температуру таяния льда, а за 100°C — температуру кипения воды. Между шкалами Кельвина и Цельсия существует следующая связь:

$$T \text{ К} = t ^\circ\text{C} + 273.$$

Средний квадрат скорости теплового движения молекул

$$\overline{v^2} = \frac{3kT}{m_0}.$$

Средняя квадратичная скорость — корень квадратный из среднего квадрата скорости теплового движения молекул:

$$\bar{v} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}},$$

где k — постоянная Больцмана.

6.6. Уравнение $p = nkT$, уравнение Менделеева — Клапейрона

Связь давления идеального газа с его концентрацией и температурой имеет вид

$$p = nkT.$$

При одинаковых давлениях и температурах концентрация молекул у всех газов одна и та же. Следствие — **закон Авогадро**: в равных объёмах газов при одинаковых температурах и давлениях содержится одинаковое число молекул.

Уравнением состояния идеального газа называют уравнение, связывающее между собой макроскопические параметры p , V и T .

Уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева — Клапейрона)

$$pV = \frac{m}{M}RT.$$

Универсальная газовая постоянная $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}},$

$$R = k \cdot N_A.$$

6.7. Изопроцессы: изотермический, изобарный, изохорный

Изотермический процесс — это процесс, происходящий при постоянной температуре:

$$T = \text{const.}$$

Закон Бойля — Мариотта:

для данной массы газа произведение его давления на объём постоянно при постоянной температуре (см. рис. 120).

$$pV = \text{const.}$$

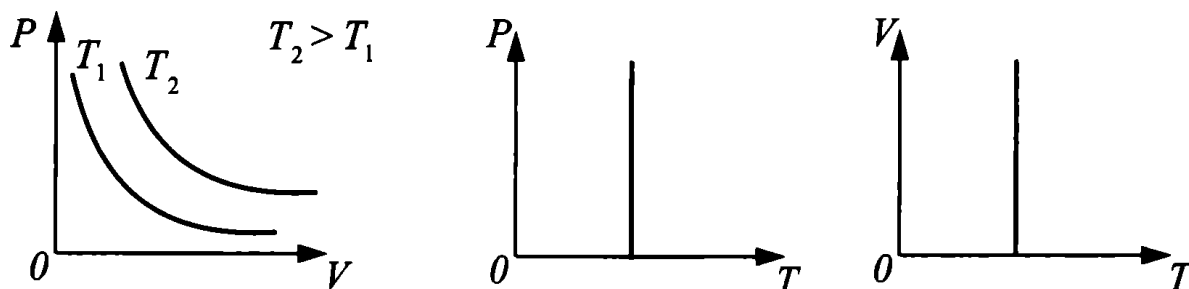


Рис. 120

Изобарный процесс — это процесс, происходящий при постоянном давлении:

$$p = \text{const.}$$

Закон Гей-Люссака:

для данной массы газа отношение его объёма к температуре есть величина постоянная при постоянном давлении (см. рис. 121):

$$\frac{V}{T} = \text{const.}$$

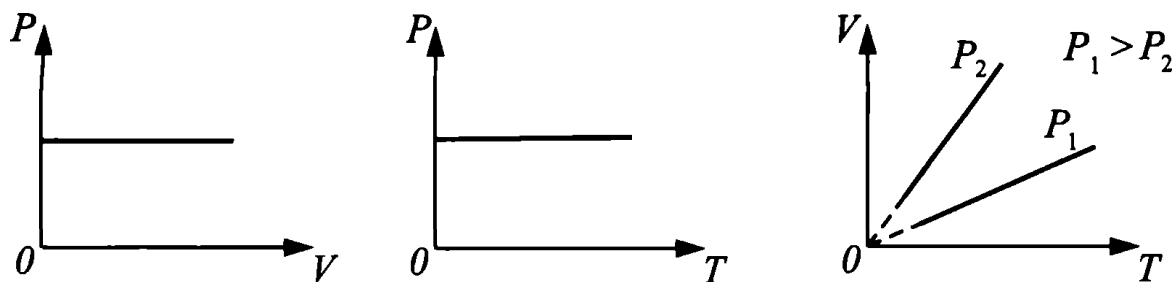


Рис. 121

Изохорный процесс — это процесс, происходящий при постоянном объёме:

$$V = \text{const.}$$

Закон Шарля:

для данной массы газа отношение его давления к температуре при постоянном объёме есть постоянная величина (см. рис. 122).

$$\frac{p}{T} = \text{const}$$

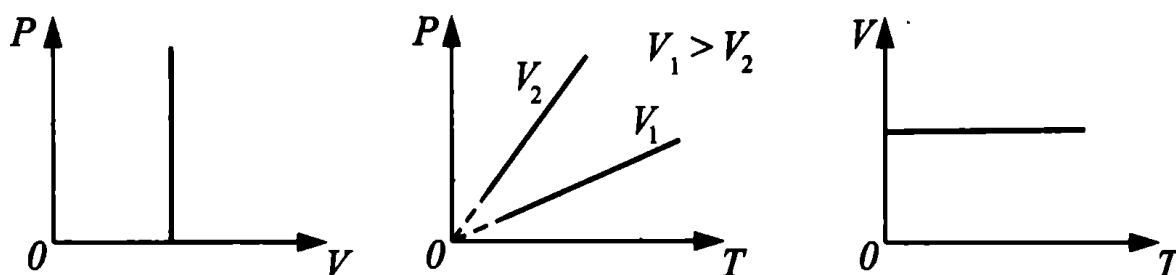


Рис. 122

Примеры решения заданий базового уровня сложности

Задача 121

Если по шкале Цельсия температура равна -25°C , то абсолютная температура равна...

Решение. Абсолютная температура T связана с температурой по шкале Цельсия t соотношением $T = t + 273^\circ\text{C}$.

Ответ: 248 К.

Задача 122

Если температуру газа повысить в 2 раза, то средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул газа увеличится в ... раз(-а).

Решение. Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул газа

$$\bar{E} = \frac{3}{2}kT,$$

поэтому при повышении температуры в 2 раза энергия тоже увеличивается в 2 раза.

Ответ: в 2 раза.

Задача 123

В баллоне находится $36 \cdot 10^{26}$ молекул газа. Какое примерно количество вещества находится в баллоне?

Решение. В 1 моле вещества $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ молекул/моль. Количество вещества в баллоне

$$\gamma = \frac{N}{N_A} = \frac{36 \cdot 10^{26}}{6 \cdot 10^{23} \text{ 1/моль}} = 6 \cdot 10^3 \text{ (моль)} = 6 \text{ (кмоль)}.$$

Ответ: 6 кмоль.

Задача 124

Какова средняя квадратическая скорость молекул газа, если, имея массу 6,1 кг, он занимает объём 5 м^3 при давлении $2 \cdot 10^5 \text{ Па}$?

Решение. Воспользуемся соотношением

$$p = \frac{1}{3} \rho u^2,$$

где $\rho = \frac{m}{V}$, V — объём газа.

$$u = \sqrt{\frac{3pV}{m}} = 700 \text{ (м/с)}.$$

Ответ: 700 м/с.

Задача 125

Чему равна плотность кислорода при температуре 285 К и давлении 10^5 Па ?

Решение. Запишем уравнение Менделеева — Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{M} RT,$$

плотность вещества по определению равна $\rho = \frac{m}{V}$. Из этих выражений

найдем плотность кислорода $\rho = \frac{pM}{RT}$, здесь M — молярная масса кислорода, равная $M = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Окончательно получим $\rho = 1,4$ кг/м³.

Ответ: 1,4 кг/м³.

Задача 126

Газ переходит из одного состояния в другое. Какой из графиков (см. рис. 123) — 1, 2, 3 или 4 — является графиком изобарного нагревания газа?

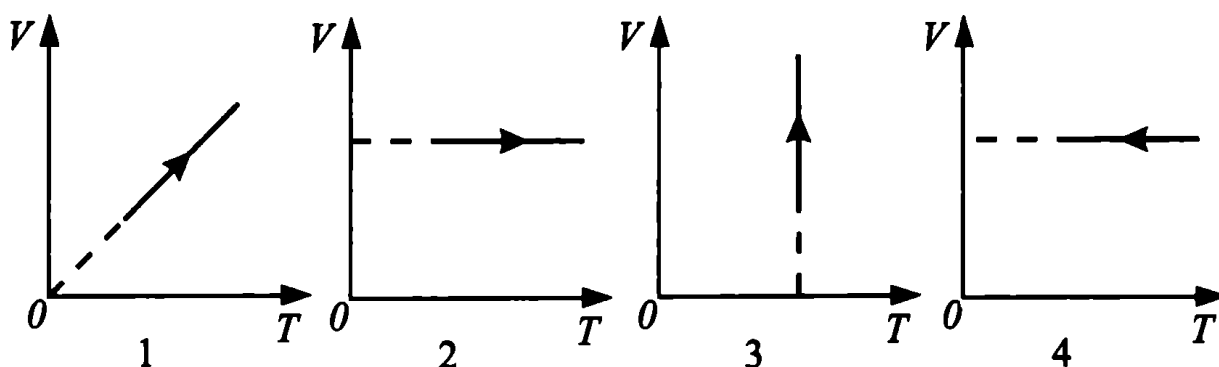


Рис. 123

Решение. При изобарном нагревании график зависимости объёма от температуры представляет собой прямую, обязательно проходящую через начало координат.

Ответ: 1.

Задача 127

В сосуде находится некоторое количество идеального газа. Температура газа в точке 1 равна 200 К. Чему равна температура газа в точке 2 (см. рис. 124 на с. 173)?

Решение. В соответствии с уравнением Менделеева — Клапейрона

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{V_2}{V_1} \cdot T_1 = \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{3} \cdot 200 = 280 \text{ (К)}.$$

Ответ: 280 К.

Задача 128

В какой из отмеченных точек давление идеального газа максимально (см. рис. 125 на с. 173)?

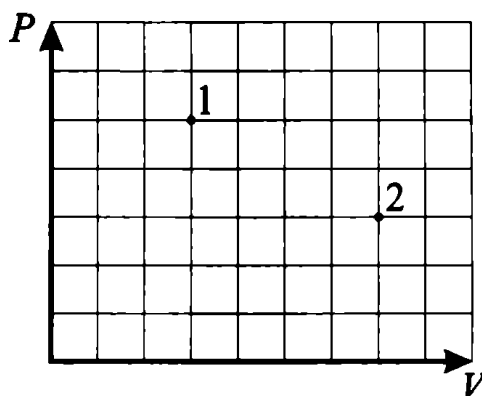


Рис. 124

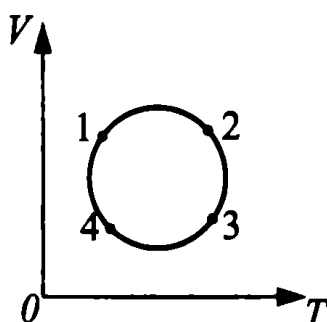


Рис. 125

Решение. В осях V – T график изобары представляет собой прямую, угловой коэффициент которой тем больше, чем меньше p ($V = \frac{\nu R}{p}T$). Проводя на приведённом рисунке 126 ряд изобар, убеждаемся, что изобара, проходящая через точку 3, соответствует максимальному давлению.

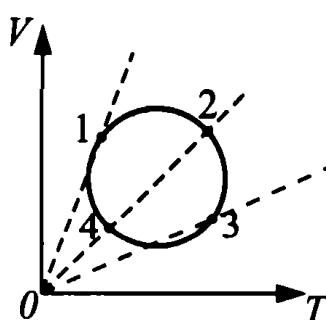


Рис. 126

Ответ: 3.

Задача 129

С идеальным газом проведён замкнутый цикл, описываемый окружностью в координатах p – V (см. рис. 127 на с. 174). Какой точке цикла соответствует меньшая температура газа?

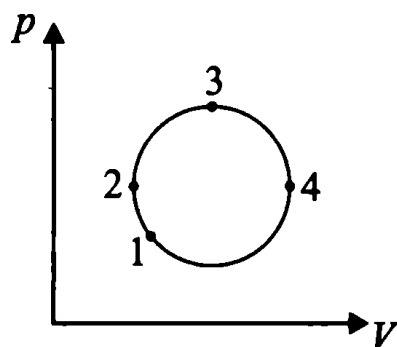


Рис. 127

Решение. Изотерма 1 ближе всех проходит к координатным осям (см. рис. 128). Значит, температура в точке 1 самая низкая.

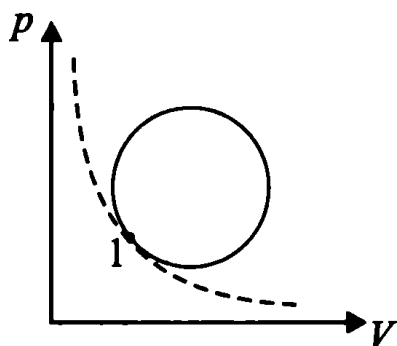


Рис. 128

Ответ: 1.

Задача 130

На рисунке 129 изображён график процесса, происходящего с идеальным газом. Чему равно отношение температур в точках 1 и 2, $\frac{T_2}{T_1}$?

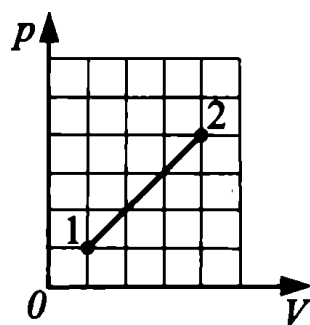


Рис. 129

Решение. Запишем уравнение состояния идеального газа для точек 1 и 2.

$$p_1 V_1 = \nu R T_1,$$

$$p_2 V_2 = \nu R T_2.$$

Тогда

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = \frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{V_2}{V_1}.$$

По графику определяем $\frac{p_2}{p_1} = 4$, $\frac{V_2}{V_1} = 4$, тогда

$$\frac{T_2}{T_1} = 16.$$

Ответ: 16.

Задача 131

В сосуде неизменного объёма находилась при комнатной температуре смесь двух идеальных газов по 2 моль каждого. Половину содержимого сосуда выпустили, а затем добавили в сосуд 2 моль первого газа. Как изменились в результате парциальное давление первого газа и суммарное давление газов, если температура в сосуде поддерживалась неизменной?

Для каждой величины определите соответствующий характер изменения:

- 1) увеличилась
- 2) уменьшилась
- 3) не изменилась

Запишите в таблицу выбранные цифры для каждой физической величины. Цифры в ответе могут повторяться.

Парциальное давление первого газа	Суммарное давление газов

Решение. Первоначально в сосуде было 4 моля газа (2 моля первого газа и 2 моля второго). После того как из сосуда выпустили половину газа (2 моля) и добавили 2 моля первого газа, общее количество вещества не изменилось (3 моля первого газа и 1 моль второго).

Из уравнения Менделеева — Клапейрона $pV = \nu RT$, так как температура и общее количество вещества остались постоянными, значит, сум-

марное давление газов осталось постоянным. Так как количество первого газа увеличилось, то и парциальное давление первого газа увеличилось.

Ответ: 13.

Задача 132

В цилиндрическом сосуде под легкоподвижным поршнем, способным перемещаться без трения, находится воздух. Как будут меняться объём газа и его плотность, если сосуд с воздухом нагревать?

Для каждой величины определите соответствующий характер изменения:

- 1) увеличится
- 2) уменьшится
- 3) не изменится

Запишите в таблицу выбранные цифры для каждой физической величины. Цифры в ответе могут повторяться.

Объём	Плотность

Решение. При нагревании газ будет расширяться, совершая изобарный процесс, значит, его объём будет увеличиваться. Плотность газа $\rho = \frac{m}{V}$, наоборот, будет уменьшаться.

Ответ: 12.

Примеры решения заданий повышенного уровня сложности

Задача 133

Три моля идеального газа находится в баллоне с клапаном, который открывается при давлении, превышающем $p_1 = 200$ кПа. Какое количество газа останется в баллоне при нагревании его до температуры $T_1 = 600$ К, если при температуре $T_0 = 200$ К давление в баллоне было равно $p_0 = 100$ кПа?

Решение. Из уравнения Менделеева — Клапейрона объём баллона $V = \frac{\nu_0 RT_0}{p_0}$. После нагревания до температуры T_1 количество газа, оставшееся в баллоне,

$$\nu_1 = \frac{p_1 V}{RT_1} = \frac{p_1 \nu_0 RT_0}{RT_1 p_0} = \nu_0 \frac{p_1}{p_0} \frac{T_0}{T_1} = 3 \cdot \frac{2 \cdot 10^5}{1 \cdot 10^5} \cdot \frac{200}{600} = 2 \text{ (моля)}.$$

Ответ: 2 моля.

Задача 134

В сосуде, заполненном азотом, поршень неплотно прилегает к стенкам сосуда. Медленно опуская поршень, так, что объём азота уменьшается в 1,5 раза, замечают, что давление азота увеличилось в 1,2 раза. Считая температуру азота неизменной, определите, во сколько раз уменьшилось количество молекул азота в данном опыте.

Решение. Применим уравнение Менделеева — Клапейрона:

$$pV = \nu RT,$$

количество вещества:

$$\nu = \frac{N}{N_A}.$$

Соотношение молекул азота в 1-м и 2-м случаях:

$$\frac{N}{N_1} = \frac{p_1}{p_2} \cdot \frac{V_1}{V_2} = 1,25.$$

Ответ: в 1,25 раза.

Задача 135

В сосуде со свободно перемещающимся поршнем площадью 30 см^2 находится 2 моля идеального газа при нормальном давлении и температуре 27°C (см. рис. 130). Какую силу надо приложить, чтобы поршень остался неподвижен при нагревании газа на 100°C ? (Теплообменом с окружающей средой пренебречь.)

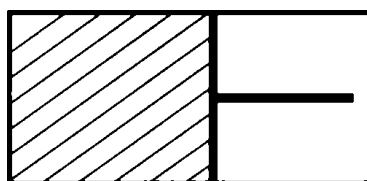


Рис. 130

Решение. По условию задачи газ нагревается изохорно, при этом его давление растёт пропорционально температуре:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} \text{ или } p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1} = \frac{4}{3}p_1.$$

Изменение давления газа $\Delta p = p_2 - p_1 = \frac{1}{3}p_1$. Сила, необходимая для того, чтобы поршень оставался неподвижным,

$$F = \Delta p S = \frac{1}{3} 10^5 \text{ Па} \cdot 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 = 100 \text{ (Н)}.$$

Ответ: 100 Н.

Задача 136

Чему равна плотность водорода при нормальных условиях?

Решение. При нормальных условиях водород можно считать идеальным газом. Воспользуемся уравнением состояния идеального газа

$$pV = \frac{m}{\mu} RT$$

и формулой для плотности вещества

$$\rho = \frac{m}{V},$$

тогда $p = \frac{\rho RT}{\mu}$, откуда

$$\rho = \frac{\mu p}{RT}.$$

Считаем:

$$\rho = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 10^5}{8,31 \cdot 273} = 88 \text{ (г/м}^3\text{)}.$$

Ответ: 88 г/м³.

Задача 137

Какова температура газа в сосуде объёмом 7 л, если в нём при нормальном атмосферном давлении содержится $1,32 \cdot 10^{23}$ молекул? Ответ выразите в градусах Цельсия, округлите до целых.

Решение. Давление можно найти по формуле

$$p = nkT,$$

Отсюда концентрация молекул:

$$n = \frac{N}{V},$$

Следовательно,

$$p = \frac{NkT}{V},$$

$$T = \frac{pV}{Nk}.$$

$$T = \frac{10^5 \cdot 7 \cdot 10^{-3}}{1,32 \cdot 10^{23} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23}} = 384 \text{ (K)}.$$

$$t = T - 273;$$

$$t = 384 - 273 = 111 \text{ (}^\circ\text{C)}.$$

Ответ: 111 °C.

Задача 138

Какова температура кислорода, если среднеквадратичная скорость его молекул равна 510 м/с? Ответ округлите до целых.

Решение. Средняя кинетическая энергия молекул кислорода:

$$\bar{E}_k = \frac{3}{2}kT = \frac{mv^2}{2},$$

$$T = \frac{mv^2}{3k}.$$

Масса молекулы кислорода:

$$m_0 = \frac{M}{N_A},$$

$$T = \frac{Mv^2}{3R}.$$

Подставляя численные значения, получаем $T = 334 \text{ K}$; $t = 61 \text{ }^\circ\text{C}$.

Ответ: 61 °C.

Примеры решения заданий высокого уровня сложности

Алгоритм решения задач

1. Установить, можно ли рассматриваемый газ считать идеальным (температура газа должна быть не слишком низкой по сравнению с комнатной; давление — не слишком высоким по сравнению с нормальным).
2. Выяснить, изменяется ли состояние газа; если изменяется, то какие параметры состояния при этом изменяются, а какие — остаются постоянными.
3. Если состояние газа не изменяется, то записать для него уравнение состояния; если состояние изменяется, то составить уравнение процесса.
4. Решить полученную систему уравнений относительно неизвестных величин.

ВНИМАНИЕ!

Если масса газа (число его молекул) в ходе процесса изменяется, то уравнение состояния составляется отдельно для начального и конечного состояний.

Задача 139

Сколько молекул N газа находится в сосуде объёмом $V = 750 \text{ см}^3$ при давлении $P = 1,5 \text{ атм.}$, если температура газа $t = 27^\circ\text{C}$? Сколько это составляет молей ν ?

Дано: $V = 750 \text{ см}^3 = 750 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$, $P = 1,5 \text{ атм.} = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Па}$,
 $T = 300 \text{ К}$.

Найти: N, ν .

Решение.

Газ считаем идеальным, состояние его не изменяется. Запишем уравнение Менделеева — Клапейрона:

$$PV = \frac{m}{M}RT,$$

где m — масса газа, M — его молярная масса, $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$.

Так как $\nu = \frac{m}{M}$, то $PV = \nu RT$ и $\nu = \frac{PV}{RT} = 0,045$ (моль).

Число молекул газа:

$$N = \nu \cdot N_A = 2,7 \cdot 10^{22},$$

где $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$ — число Авогадро.

Ответ: $N = 2,7 \cdot 10^{22}$, $\nu = 0,045$ моль.

Задача 140

Найдите среднюю квадратичную скорость \bar{v} молекул воздуха при температуре $t = 17^\circ\text{C}$. Молекулярная масса воздуха $M = 0,029 \text{ кг/моль}$.

Дано: $T = 290 \text{ К}$, $M = 0,029 \text{ кг/моль}$.

Найти: \bar{v} .

Решение.

Имеем $\overline{v^2} = \frac{3kT}{m_0}$, учитывая, что $m_0 = \frac{M}{N_A}$ и $R = k \cdot N_A$, получим:

$$\overline{v^2} = \frac{3RT}{M},$$

следовательно,

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = 500 \text{ (м/с)}.$$

Ответ: $\bar{v} = 500 \text{ м/с}$.

Задача 141

Объём пузырька воздуха по мере всплывания его со дна водоёма на поверхность увеличивается в 2 раза. Какова глубина h водоёма? Плотность воды $\rho_{\text{в}} = 10^3 \text{ кг/м}^3$.

Дано: $V_2 = 2V_1$, $g_0 = 9,8 \text{ м/с}^2$, $P_0 = 10^5 \text{ Па}$, $\rho_{\text{в}} = 10^3 \text{ кг/м}^3$.

Найти: h .

Решение.

Считаем воздух идеальным газом, а температуру воды в водоёме на любой глубине одинаковой. Тогда температура воздуха в пузырьке тоже постоянна, следовательно, состояние газа изменяется изотермически ($T = \text{const}$).

Запишем уравнение для изотермического процесса (закон Бойля — Мариотта):

$$P_1 V_1 = P_2 V_2,$$

где P_1 и V_1 — давление и объём воздуха в пузырьке на дне водоёма; P_2 и V_2 — на поверхности воды.

Давление P_1 воздуха в пузырьке на дне водоёма складывается из атмосферного давления P_0 и гидростатического давления $P_1' = \rho_{\text{в}} g_0 h$ столба жидкости: $P_1 = P_0 + \rho_{\text{в}} g_0 h$.

Давление воздуха P_2 на поверхности воды равно атмосферному: $P_2 = P_0$, следовательно,

$$(P_0 + \rho_{\text{в}} g_0 h) V_1 = P_0 V_2 = P_0 2V_1, \quad P_0 + \rho_{\text{в}} g_0 h = 2P_0.$$

$$h = \frac{P_0}{\rho_{\text{в}} g_0} = 10 \text{ (м)}.$$

Ответ: $h = 10 \text{ м}$.

Задача 142

Найдите плотность ρ водорода при температуре $t = 17^\circ\text{C}$ и давлении $P = 100 \text{ кПа}$.

Дано: H_2 , $T = 290 \text{ К}$, $P = 10^5 \text{ Па}$, $M = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$.

Найти: ρ .

Решение.

Полагаем, что для водорода применимы законы идеального газа и состояние его не меняется.

Запишем для него уравнение Менделеева — Клапейрона:

$$PV = \frac{m}{M} RT.$$

Плотность водорода $\rho = \frac{m}{V}$, следовательно, $PV = \frac{\rho V}{M} RT$, откуда

$$\rho = \frac{PM}{RT} = 0,083 \text{ (кг/м}^3\text{)}.$$

Ответ: $\rho = 0,083 \text{ кг/м}^3$.

Задача 143

Определите давление P_2 воздуха после его сжатия в цилиндре двигателя внутреннего сгорания, если температура сжатого воздуха становится $t_2 = 800^\circ\text{C}$, а объём его уменьшается в 30 раз. Начальная температура воздуха $t_1 = 17^\circ\text{C}$, начальное давление $P_1 = 10^5 \text{ Па}$.

Дано: $T_1 = 290 \text{ К}$, $T_2 = 1073 \text{ К}$, $P_1 = 10^5 \text{ Па}$, $V_1 = 30V_2$.

Найти: P_2 .

Решение.

Считаем воздух идеальным газом, состояние которого не изменяется, при этом ни один из его параметров не сохраняется. Запишем для воздуха

объединённый газовый закон: $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{P_2 V_1}{30T_2}$,

$$P_2 = P_1 \frac{30T_2}{T_1} = 10^7 \text{ (Па)}.$$

Ответ: $P_2 = 10^7 \text{ Па}$.

Задача 144

В баллоне ($V = 25 \text{ л}$) находится водород при температуре $t = 17^\circ\text{C}$. После того как часть его израсходовали, давление в баллоне понизилось на $\Delta P = 4 \cdot 10^5 \text{ Па}$. Определите массу m израсходованного водорода.

Дано: $V = 25 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$, $T = 290 \text{ К}$, $\Delta P = 4 \cdot 10^5 \text{ Па}$, $M = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$.

Найти: m .

Решение.

Будем рассматривать водород как идеальный газ. Состояние газа меняется. При этом остаются неизменными его объём V и температура T , но меняется масса газа. Следовательно, необходимо записать уравнение состояния (Менделеева — Клапейрона) для начального и конечного состояний газа:

$$P_1 V = \frac{m_1}{M} RT, \quad P_2 V = \frac{m_2}{M} RT,$$

где m_1 и m_2 — массы газа в начальном и конечном состояниях соответственно.

Вычитая из первого уравнения второе и учитывая, что $m = m_1 - m_2$, $\Delta P = P_1 - P_2$, получим

$$V \Delta P = \frac{m}{M} RT,$$

откуда

$$m = \frac{M \cdot \Delta P \cdot V}{RT} = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ (кг)}.$$

Ответ: $m = 8,31 \cdot 10^{-3}$ кг.

Задача 145

В сосуде объёмом $V = 2$ л находится $m_1 = 6$ г углекислого газа (CO_2) и $m_2 = 4$ г кислорода (O_2) при температуре $t = 27^\circ\text{C}$. Найдите давление P смеси газов в сосуде.

Дано: $V = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$, $m_1 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$, $m_2 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$, $T = 300 \text{ К}$.

Найти: P .

Решение.

Будем рассматривать смесь указанных газов как идеальный газ, состояние которого не изменяется. В соответствии с законом Дальтона давление P смеси газов равно сумме парциальных давлений каждого из газов, входящих в смесь:

$$P = P_1 + P_2.$$

Запишем уравнение Менделеева — Клапейрона для каждого из газов, входящих в смесь:

$$P_1 V = \frac{m_1}{M_1} RT \quad M_1(\text{CO}_2) = 44 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль},$$

$$P_2 V = \frac{m_2}{M_2} RT \quad M_2(\text{O}_2) = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль},$$

откуда

$$P_1 = \frac{m_1}{M_1} \frac{RT}{V}, \quad P_2 = \frac{m_2}{M_2} \frac{RT}{V}.$$

Складывая эти уравнения, получим

$$P = \frac{RT}{V} \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) = 3,3 \cdot 10^5 \text{ (Па)}.$$

Ответ: $P = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

Задача 146

Найдите концентрацию молекул кислорода, если его давление $P = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$, а средняя квадратичная скорость $\bar{v} = 700 \text{ м/с}$.

Дано: O_2 , $M = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$, $P = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$, $\langle v \rangle = 700 \text{ м/с}$.

Найти: n .

Решение.

Газ считаем идеальным, состояние его не изменяется. Запишем основное уравнение молекулярно-кинетической теории для давления газа:

$$P = \frac{1}{3} n m_0 \bar{v}^2,$$

где m_0 — масса молекулы водорода, откуда $n = \frac{3P}{m_0 \bar{v}^2}$.

Массу молекулы m_0 можно определить, зная молярную массу M и постоянную Авогадро N_A :

$$m_0 = \frac{M}{N_A},$$

окончательно имеем

$$n = \frac{3PN_A}{M\bar{v}^2} = 2,3 \cdot 10^{25} \text{ (м}^{-3}\text{)}.$$

Ответ: $n = 2,3 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$.

Задача 147

На диаграмме PV (см. рис. 131 на с. 186) изображены изотермы трёх газов: кислорода (O_2), гелия (He) и углекислого газа (CO_2). Массы газов одинаковы, температура одна и та же. Какой график соответствует каждому из трёх газов?

Решение.

Из уравнения Менделеева — Клапейрона $PV = \frac{m}{M} RT$ следует:

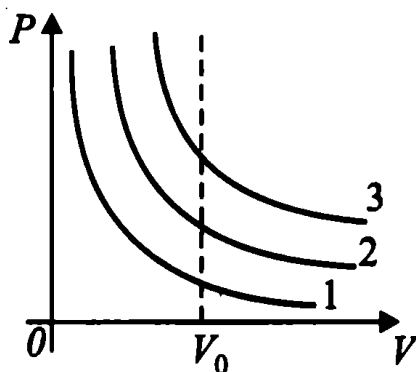


Рис. 131

$$P = \frac{mRT}{MV}.$$

Зафиксировав для всех газов какой-либо одинаковый объём $V = V_0$ (см. рис. 131), получим

$$P = \frac{C}{M},$$

где $C = \frac{mRT}{V_0} = \text{const}$, т. к. параметры m , R , T , V_0 одинаковы для всех газов.

Таким образом, видно, что чем больше молярная масса газа, тем меньше его давление.

Следовательно, 1 — изотерма CO_2 ; 2 — изотерма O_2 ; 3 — изотерма He .

Ответ: 1 — изотерма CO_2 ; 2 — изотерма O_2 ; 3 — изотерма He .

Задача 148

На диаграмме PV (см. рис. 132 на с. 187) изображены процессы перевода некоторой неизменной массы идеального газа из состояния 1 в состояние 3. Найдите отношение температуры T_1 (начальная) к температуре T_3 (конечная).

Решение.

Так как $m = \text{const}$, то для решения задачи можно воспользоваться объединённым газовым законом для состояний 1 и 3:

$$\frac{3P_0V_0}{T_1} = \frac{3P_03V_0}{T_3},$$

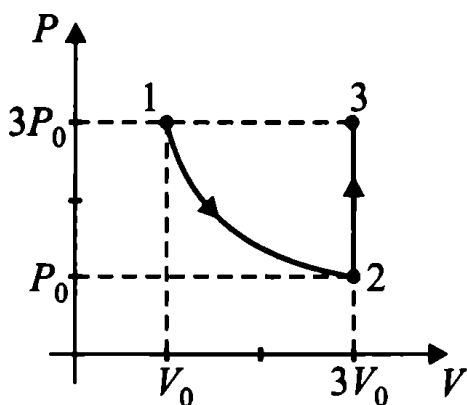


Рис. 132

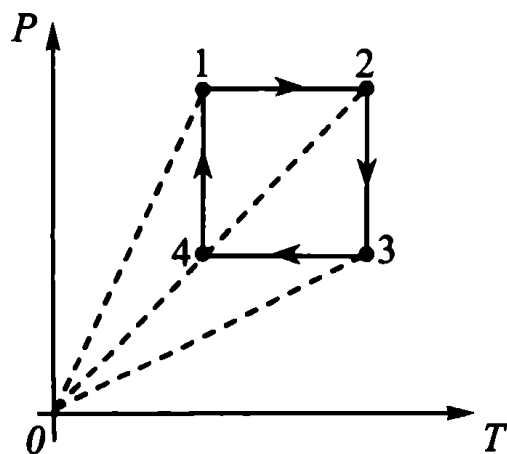
откуда

$$T_3 = 3T_1.$$

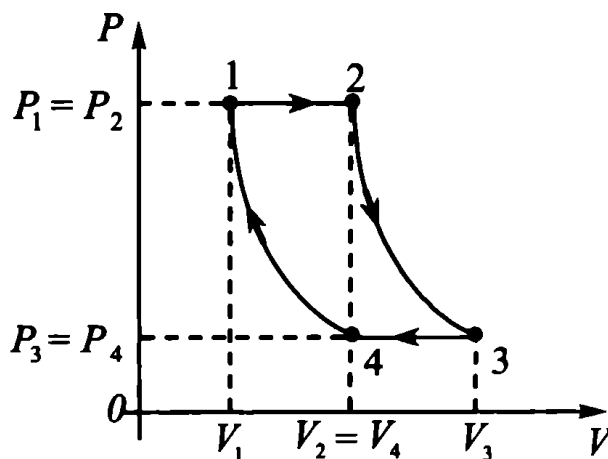
Ответ: $T_3/T_1 = 3$.

Задача 149

В координатах PT (см. рис. 133а) приведён график некоторого циклического процесса. Изобразите график этого цикла в координатах PV . Какая точка соответствует максимальному объёму?



а)



б)

Рис. 133

Решение.

Пунктирные прямые, проходящие через начало координат, соответствуют изохорическим процессам. При этом $V_4 = V_2$ и $V_3 > V_2 > V_1$, $P_1 = P_2$; $P_4 = P_3$ и $P_1 > P_4$.

Из рисунка 133а следует, что процессы 1–2 и 3–4 — изобарические, а процессы 2–3 и 4–1 — изотермические. В точке 3 система имеет максимальный объём, т. к. $\frac{PV}{T} = \text{const}$, $P = \frac{\text{const}}{V} \cdot T$, откуда следует, что чем больше V , тем меньше угловой коэффициент прямой $P = \frac{\text{const}}{V} \cdot T$. По этим данным строим график процесса в координатах PV (см. рис. 133б на с. 187).

Задача 150 *

U -образная трубка заполнена водой (см. рис. 134). Из одного колена трубки воздух удалён; давление воздуха в другом колене при температуре $t = 20^\circ\text{C}$ равно атмосферному. Оба конца трубки запаяны. Разность между уровнями воды в коленях $h = 15$ м. Какой будет разность уровней воды в коленях, если трубку нагреть до 100°C ?

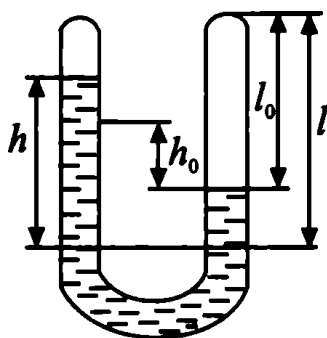


Рис. 134

Решение.

Давление в левом колене равно давлению насыщенного пара. В правом же колене находится как воздух, так и пар, и давление равно сумме парциальных давлений воздуха и пара. Причём пар в правом сосуде тоже насыщен, и его парциальное давление равно парциальному давлению в левом колене. Поэтому, рассматривая равновесие воды, мы можем не учитывать давление пара в левом и правом коленях.

Запишем условие равновесия воды в трубке при $t = 20^\circ$:

$$\rho g h_0 = p_0,$$

p_0 — значение нормального атмосферного давления.

Поэтому

$$h_0 = \frac{p_0}{\rho g} = 10 \text{ м.}$$

При температуре 100°C давление воздуха в правом колене примет некоторое значение p , а разность уровней воды в коленях станет равной

$$h = \frac{p}{\rho g}. \quad (1)$$

Давления p и p_0 связаны соотношением

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{pV}{T}.$$

Так как $l - l_0 = \frac{1}{2}(h - h_0)$ и $V_0 = l_0 s$, $V = ls$, где s — площадь сечения трубки, то

$$p = p_0 \frac{T}{T_0} \frac{l_0}{l} = p_0 \frac{l_0}{l_0 + \frac{1}{2}(h - h_0) \cdot \frac{T}{T_0}}.$$

Подставляя это выражение в уравнение (1), получим

$$h = \frac{p_0}{\rho g} \frac{T}{T_0} \frac{l_0}{l_0 + \frac{1}{2}\Delta h} = h_0 \frac{T}{T_0} \frac{l_0}{l_0 + \frac{1}{2}\Delta h}.$$

Если $\frac{1}{2}\Delta h \ll l_0$, то получаем результат, мало отличающийся от точного:

$$h \approx h_0 \frac{T}{T_0} = 13 \text{ м.}$$

Ответ: $h \approx 13 \text{ м.}$

7. Первый закон термодинамики

7.1. Внутренняя энергия. Количество теплоты, удельная теплоёмкость вещества. Работа в термодинамике.

Первый закон термодинамики

Внутренняя энергия тела равна сумме кинетических энергий беспорядочного движения всех молекул относительно центра масс тела и потенциальных энергий взаимодействия всех молекул друг с другом.

Внутренняя энергия идеального газа представляет собой сумму кинетических энергий беспорядочного движения его молекул; так как молекулы идеального газа не взаимодействуют друг с другом, то их потенциальная энергия обращается в ноль.

Для идеального одноатомного газа внутренняя энергия

$$U = \frac{3}{2} \frac{m}{M} RT.$$

Количеством теплоты Q называют количественную меру изменения внутренней энергии при теплообмене без совершения работы.

Удельная теплоёмкость — это количество теплоты, которое получает или отдаёт 1 кг вещества при изменении его температуры на 1 К.

$$c = \frac{Q}{m \cdot \Delta T}, \quad [c] = \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

Работа в термодинамике:

работа при изобарном расширении газа равна произведению давления газа на изменение его объёма:

$$A = p(V_2 - V_1) = p \cdot \Delta V.$$

Закон сохранения энергии в тепловых процессах (первый закон термодинамики):

изменение внутренней энергии системы при переходе её из одного состояния в другое равно сумме работы внешних сил и количества теплоты, переданного системе:

$$\Delta U = A + Q$$

или'

$$Q = \Delta U + A',$$

где A' — работа газа против внешних сил; $A' = -A$.

Применение первого закона термодинамики к изопроцессам:

А. Изотермический процесс $T = \text{const} \Rightarrow \Delta T = 0$.

В этом случае изменение внутренней энергии моля идеального газа

$$\Delta U = \frac{3}{2} R \Delta T = 0.$$

Следовательно,

$$Q = -A; Q = A'.$$

Всё переданное газу тепло расходуется на совершение им работы против внешних сил.

Б. Изохорный процесс $V = \text{const} \Rightarrow \Delta V = 0$.

В этом случае работа газа

$$A = p \cdot \Delta V = 0.$$

Следовательно,

$$\Delta U = Q.$$

Всё переданное газу тепло расходуется на увеличение его внутренней энергии.

В. Изобарный процесс $p = \text{const} \Rightarrow \Delta p = 0$.

В этом случае

$$Q = \Delta U + A.$$

Адиабатным называется процесс, происходящий без теплообмена с окружающей средой:

$$Q = 0.$$

В этом случае $A = -\Delta U$, т. е. изменение внутренней энергии газа происходит за счёт совершения работы газа над внешними телами.

7.2. КПД тепловой машины. Принцип действия тепловых машин

Необратимость тепловых процессов:

необратимыми называют такие процессы, которые могут самопроизвольно протекать только в одном определённом направлении.

Например, необратимым тепловым процессом является переход тепла от более нагретого тела к менее нагретому.

Второй закон термодинамики:

невозможно передать тепло от более холодной системы к более нагретой при отсутствии других одновременных изменений в обеих системах или в окружающих телах.

Принцип работы теплового двигателя:

в любом тепловом двигателе имеется нагреватель при температуре T_1 . Количество теплоты Q_1 передаётся от нагревателя рабочему телу, которое совершает за счёт этого механическую работу A , и часть теплоты Q_2 передаётся холодильнику при температуре T_2 (см. рис. 135). Механическая работа при этом

$$A = Q_1 - Q_2.$$

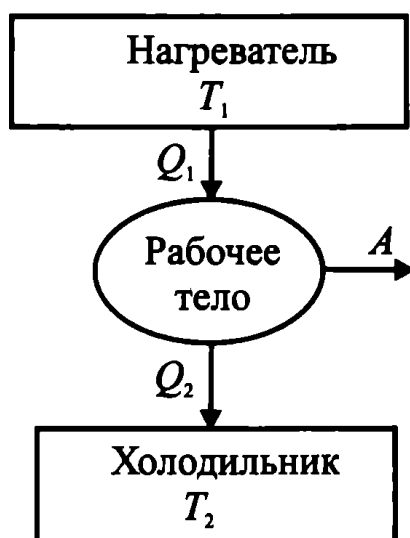


Рис. 135

КПД теплового двигателя:

коэффициент полезного действия теплового двигателя (КПД) есть отношение полезной работы, совершённой этим двигателем, ко всему количеству теплоты, полученному от нагревателя:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} \cdot 100\% = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \cdot 100\%.$$

Максимальное значение КПД теплового двигателя определяется температурами его нагревателя T_1 и холодильника T_2 :

$$\eta_{\max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%.$$

Примеры решения заданий базового уровня сложности

Задача 151

Тепловая машина с КПД 50 % за цикл работы отдаёт холодильнику 100 Дж. Какое количество теплоты за цикл машина получает от нагревателя?

Решение. При отдаче холодильнику 100 Дж и КПД 50 % столько же тепла тратится на совершение механической работы. Сумму этих количеств теплоты (200 Дж) машина получает от нагревателя.

Ответ: 150 Дж.

Задача 152

На сколько увеличилась внутренняя энергия газа, если ему передано $Q = 500$ Дж тепла и газ совершил работу $A' = 100$ Дж?

Решение. Из первого начала термодинамики

$$Q = \Delta U + A' \Rightarrow \Delta U = Q - A' = 500 - 100 = 400 \text{ (Дж)}.$$

Ответ: на 400 Дж.

Задача 153

В процессе сжатия при постоянном давлении внутренняя энергия идеального одноатомного газа изменилась на 900 Дж. Какую работу совершили при этом над газом внешние силы?

Решение. Известно, что для одноатомного газа $\Delta U = \frac{3}{2}A$, тогда

$$A = \frac{2}{3}\Delta U, \quad \Delta U = 600 \text{ Дж}.$$

Ответ: 600 Дж.

Задача 154

Идеальный одноатомный газ совершил работу A_0 , при этом внутренняя энергия его увеличилась на $\frac{3}{2}A_0$. Чему равно отношение совершённой работы к количеству переданной газу теплоты?

Решение. Из первого закона термодинамики $Q = \Delta U + A_{\text{газа}}$ следует, что

$$Q = \frac{3}{2}A_0 + A_0 = \frac{5}{2}A_0.$$

Отсюда $\frac{A_0}{Q} = 0,4$.

Ответ: 0,4.

Задача 155

На рисунке 136 показан график изменения состояния постоянной массы газа. В этом процессе газ отдал количество теплоты, равное 4 кДж. На сколько в этом процессе уменьшилась его внутренняя энергия?

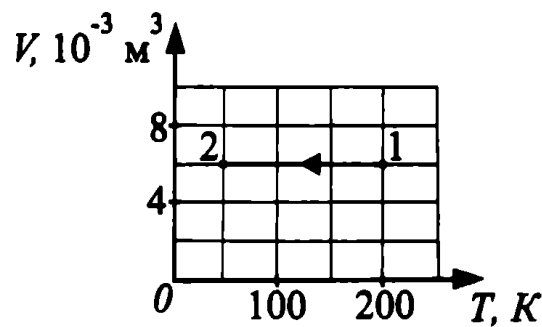


Рис. 136

Решение. На рисунке 136 изображён изохорный процесс ($V = \text{const}$), работа газа при таком процессе равна нулю, $A' = 0$. Из первого закона термодинамики $Q = \Delta U + A'$, при этом следует, что

$$Q = \Delta U.$$

Следовательно, внутренняя энергия газа уменьшилась на 4 Дж.

Ответ: на 4 Дж.

Задача 156

На рисунке 137 (см. с. 195) изображён процесс изменения состояния газа. При этом газу сообщено количество теплоты $3 \cdot 10^5$ Дж. На сколько джоулей увеличилась внутренняя энергия газа?

Решение. Изменение внутренней энергии газа определяется по формуле $\Delta U = Q - A'$. Работа газа над внешними телами рассчитывается по формуле $A' = p\Delta V$. В нашем случае $A' = 100 \text{ кПа} \cdot 2 \text{ м}^3 = 200 \text{ кДж}$. Изменение внутренней энергии равно

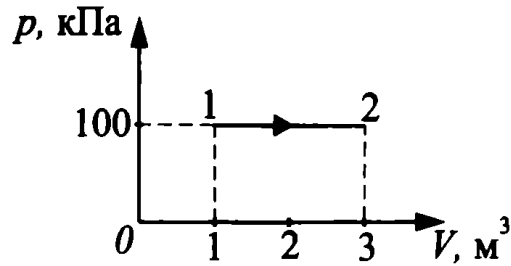


Рис. 137

$$\Delta U = 300 \text{ кДж} - 200 \text{ кДж} = 100 \text{ кДж}.$$

Внутренняя энергия увеличилась, т. к. $\Delta U > 0$.

Ответ: на 100 кДж.

Задача 157

2 моля идеального газа перешло из состояния 1 в состояние 2 (см. рис. 138). Чему равна работа газа, совершённая в результате такого перехода?

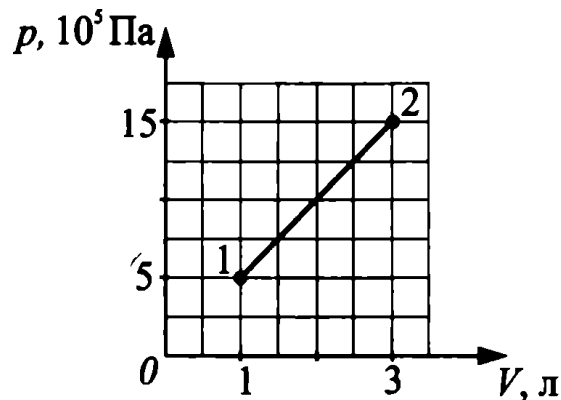


Рис. 138

Решение. Газ расширяется, т. к. $V_2 > V_1$, следовательно, газ совершает положительную работу. Работа газа численно равна площади под графиком процесса в осях (p, V) .

Имеем

$$A' = p_1(V_2 - V_1) + \frac{1}{2}(p_2 - p_1)(V_2 - V_1) = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1).$$

$$A' = \frac{1}{2} 20 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 2000 \text{ Дж}.$$

Ответ: 2000 Дж.

Задача 158

Давление газа под поршнем цилиндра $8 \cdot 10^5$ Па, а температура 150°C . Газ, нагреваясь, изобарно расширился до объёма в три раза больше первоначального. При этом 3 моля газа совершают работу, равную...

Решение. Работа при изобарном процессе

$$A' = p \cdot \Delta V = p \cdot V_2 - p \cdot V_1,$$

или

$$A' = p \cdot (3V - V) = 2p \cdot V,$$

далее, используя уравнение Менделеева — Клапейрона, получим, что

$$A' = 2\nu RT.$$

Подставив значения из условия (где $T = 150 + 273 = 423$ К), получим

$$A' = 23 \cdot 8,31 \cdot 423 \approx 21,1 \text{ (кДж)}.$$

Ответ: 21,1 кДж.

Задача 159

В процессе работы теплового двигателя количество теплоты, полученное от нагревателя, не изменилось, а количество теплоты, отданное холодильнику, увеличилось. Как при этом изменились полезная работа и коэффициент полезного действия?

Для каждой величины определите соответствующий характер изменения:

- 1) увеличилась
- 2) уменьшилась
- 3) не изменилась

Запишите в таблицу выбранные цифры для каждой физической величины. Цифры в ответе могут повторяться.

Полезная работа	КПД

Решение. Коэффициент полезного действия тепловой машины связан с количеством теплоты, полученным от нагревателя, Q_H , и количеством теплоты, отданным холодильнику, Q_X , соотношением

$$\eta = \frac{Q_H - Q_X}{Q_H}.$$

Если Q_H не изменилось, а Q_X — увеличилось, то КПД η уменьшился.

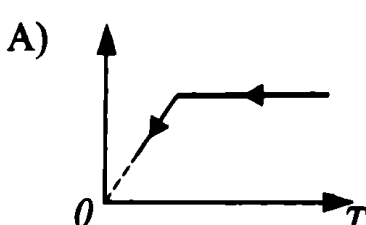
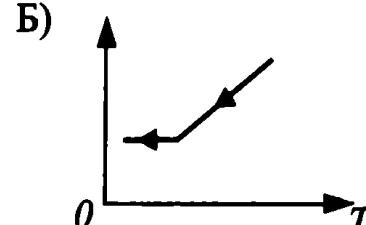
Полезная работа $A = Q_H - Q_X$ с ростом количества теплоты, отданного холодильнику, тоже уменьшилась.

Ответ: 22.

Задача 160

Идеальный газ сначала изобарно охлаждался, потом при постоянном объёме его давление уменьшалось. Установите соответствие между графиками и физическими величинами, зависимости которых от температуры эти графики могут представлять.

К каждой позиции первого столбца подберите соответствующую позицию из второго столбца и запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

Графики	Физические величины
<p>А) </p> <p>Б) </p>	<p>1) давление газа 2) внутренняя энергия газа 3) объём газа 4) работа газа</p>

Решение. В процессе изобарного охлаждения температура газа уменьшалась при постоянном давлении ($\frac{V}{T} = \text{const}$). На втором этапе давление газа уменьшалось при постоянном объёме ($\frac{p}{T} = \text{const}$). Первый график соответствует зависимости давления газа от температуры. Второй — зависимости объёма газа от его температуры.

Ответ: 13.

Примеры решения заданий повышенного уровня сложности

Задача 161

Найдите внутреннюю энергию одноатомного газа, находящегося в сосуде объёмом 1,4 л под давлением 200 кПа.

Решение. Внутреннюю энергию одноатомного газа найдём по формуле

$$U = \frac{3}{2}\nu RT = \frac{3}{2}pV,$$

Объём $V = 1,4 \text{ л} = 1,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$.

$$U = \frac{3}{2}1,4 \cdot 10^{-3}200 \cdot 10^3 = 420 \text{ (Дж)}.$$

Ответ: 420 Дж.

Задача 162

В сосуде под свободно перемещающимся поршнем массой 30 кг находится 2 моля идеального одноатомного газа. На поршне стоит груз массой 720 кг (см. рис. 139). На какую высоту поднимется груз, если при нагревании сосуда температура газа изменилась на 100°C , а количество теплоты, переданное сосуду, равно 6,25 кДж? (Теплообменом с окружающей средой и нагреванием сосуда, поршня и груза пренебречь.)

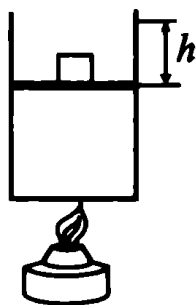


Рис. 139

Решение. Запишем первый закон термодинамики: $Q = \Delta U + A'$. Для изменения внутренней энергии можно записать

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = \frac{3}{2} \cdot 2 \cdot 8,31 \cdot 100 \approx 2,5 \text{ (кДж)}.$$

Таким образом, для работы газа имеем: $A' = Q - \Delta U = 3750$ (Дж), по закону сохранения энергии эта работа равна изменению потенциальной энергии поршня с грузом $A' = (m_{\text{п}} + m_{\text{г}})gh$, для высоты h можем записать

$$h = \frac{A'}{(m_{\text{п}} + m_{\text{г}})g} = \frac{3750}{750 \cdot 10} = 0,5 \text{ (м)}.$$

Ответ: 0,5 м.

Задача 163

Температура нагревателя идеальной тепловой машины увеличилась в 1,5 раза (достигла 1000°C), а холодильника — в 1,2 раза (достигла 200°C). Во сколько раз увеличился КПД тепловой машины?

Решение. КПД находится по формуле

$$\eta = \frac{T_{\text{н}} - T_{\text{х}}}{T_{\text{н}}}.$$

Температура нагревателя стала равна $T_{\text{н}} = 1000^\circ\text{C} = 1273 \text{ К}$, холодильника — $T_{\text{х}} = 200^\circ\text{C} = 473 \text{ К}$.

$$\eta_2 = \frac{1273 \text{ К} - 473 \text{ К}}{1273 \text{ К}} = 0,628.$$

В первом случае

$$\eta_1 = \frac{849 \text{ К} - 394 \text{ К}}{849 \text{ К}} = 0,53;$$

$$\frac{\eta_2}{\eta_1} = 1,18.$$

Ответ: в 1,18 раза.

Задача 164

Холодильная машина, работающая по обратному циклу Карно, должна поддерживать в своей камере температуру 10°C ниже нуля при температуре окружающего воздуха $+20^\circ\text{C}$. Какую работу надо совершить, чтобы отвести от холодильной камеры 140 кДж теплоты?

Решение. Коэффициент холодильной установки

$$\eta = \frac{Q_{\text{х}}}{A}$$

или для холодильной установки, работающей по обратному циклу Карно,

$$\eta = \frac{T_{\text{х}}}{T_{\text{н}} - T_{\text{х}}}.$$

Решая эту систему относительно A , находим

$$A = \frac{Q_{\text{х}}}{T_{\text{х}}} \cdot (T_{\text{н}} - T_{\text{х}}) = \frac{140}{263} \cdot (293 - 263) = 16 \text{ (кДж)}.$$

Ответ: 16 кДж.

Задача 165

Какова мощность нагревателя тепловой машины, если при $\eta = 20\%$ за $t = 10$ с машиной совершается полезная работа в 200 Дж?

Решение. КПД идеальной тепловой машины вычисляется по формуле

$$\eta = \frac{Q_{\text{н}} - Q_{\text{х}}}{Q_{\text{н}}} \cdot 100\%,$$

где $Q_{\text{н}}$ — количество теплоты, полученной рабочим телом от нагревателя, $Q_{\text{х}}$ — количество теплоты, отдаваемой им холодильнику.

Полезная работа $Q_{\text{пол.}} = Q_{\text{н}} - Q_{\text{х}}$, так что $\frac{Q_{\text{пол.}}}{Q_{\text{н}}} = \frac{1}{5}$, т. е. $Q_{\text{н}} = 1000$ Дж.

Мощность нагревателя $N_{\text{н}} = \frac{Q_{\text{н}}}{t} = 100$ (Вт).

Ответ: 100 Вт.

Задача 166

Аргон в изобарном процессе совершил работу 1 кДж. Какое количество теплоты было подведено к газу?

Решение. По I закону термодинамики

$$Q = \Delta U + A,$$

где $\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$.

Запишем уравнение Менделеева — Клапейрона идеального газа для начального и конечного состояний:

$$pV_1 = \nu RT_1,$$

$$pV_2 = \nu RT_2,$$

возьмём их разность

$$p\Delta V = \nu R\Delta T,$$

тогда

$$\Delta U = \frac{3}{2}p\Delta V = \frac{3}{2}A.$$

Получаем

$$Q = \frac{3}{2}A + A = \frac{5}{2}A.$$

Считаем: $Q = \frac{5}{2} \cdot 1 = 2,5$ (кДж).

Ответ: 2,5 кДж.

Задача 167

Чему равно изменение внутренней энергии аргона, находящегося при нормальном атмосферном давлении, если его изобарно расширяют в 2 раза? Начальный объём газа равен 2 л.

Решение. Изменение внутренней энергии аргона

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T.$$

Запишем уравнение состояния идеального газа для начального и конечного состояний:

$$pV_1 = \nu RT_1,$$

$$pV_2 = \nu RT_2,$$

тогда

$$pV_2 - pV_1 = \nu RT_2 - \nu RT_1$$

или

$$p\Delta V = \nu R\Delta T.$$

Поэтому

$$\Delta U = \frac{3}{2}p\Delta V.$$

Так как по условию задачи $V_2 = 2V_1$, то $\Delta U = \frac{3}{2}pV_1$.

Считаем:

$$\Delta U = \frac{3}{2} \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 300 \text{ (Дж)}.$$

Ответ: 300 Дж.

Задача 168

Паровая машина работает в интервале температур 150–400 °С. За один цикл холодильнику передаётся 100 кДж теплоты. Какое количество теплоты получено от нагревателя за один цикл?

Решение. По теореме Карно

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1},$$

с другой стороны

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1},$$

тогда $\frac{T_2}{T_1} = \frac{Q_2}{Q_1}$, откуда $Q_1 = \frac{T_1}{T_2} Q_2$,

$$Q_1 = \frac{400 + 273}{150 + 273} \cdot 100 = 159 \text{ (кДж)}.$$

Ответ: 159 кДж.

Задача 169

На рисунке 140 показана зависимость давления от температуры идеального газа в циклическом процессе.

На основании анализа этого циклического процесса выберите все верные утверждения. Запишите цифры, под которыми они указаны.

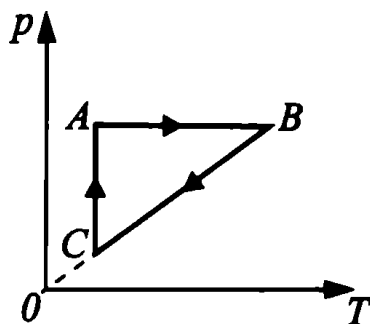


Рис. 140

- 1) В процессе $B-C$ объём газа остаётся постоянным.
- 2) Наибольшую работу газ совершает в процессе $A-B$.
- 3) В процессе $C-A$ изменение внутренней энергии газа равно нулю.
- 4) В процессе $A-B$ объём газа уменьшается.
- 5) В процессе $B-C$ температура газа растёт.

Решение. Участок графика цикла $B-C$ представляет собой отрезок прямой, проходящей через начало координат, следовательно, он соответствует изохорному процессу, а значит, в процессе $B-C$ объём не меняется.

Построим график цикла в координатах pV (см. рис. 141).

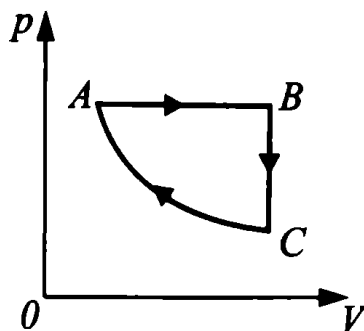


Рис. 141

Работу газа можно найти графически как площадь фигуры под графиком процесса в координатах pV . Анализируя график, видим, что наибольшая работа совершается газом в процессе $A-B$.

Процесс $C-A$ — изотермический, внутренняя энергия в таком процессе остаётся постоянной величиной.

В процессе $A-B$ объём газа увеличивается (см. рис. 141).

В процессе $B-C$ температура газа уменьшается (см. рис. 140 на с. 202).

Ответ: 123.

Примеры решения заданий высокого уровня сложности

Алгоритм решения задач

1. Установить, можно ли считать рассматриваемый газ идеальным.
2. Выяснить, получал ли газ в ходе происходящего с ним процесса теплоту, совершал ли он работу, изменялась ли его внутренняя энергия. При необходимости изобразить этот процесс на соответствующей диаграмме.
3. Записать первый закон термодинамики для газа и расшифровать неизвестные величины, входящие в него.
4. Решить составленную систему уравнений.

ВНИМАНИЕ!

Если в идеальном газе происходят несколько следующих друг за другом процессов, то полное приращение внутренней энергии можно найти, зная температуру в начальном и конечном состояниях; полная же работа и теплота при этом равны сумме этих величин в каждом из процессов.

Задача 170

Кислород, масса которого $m = 64$ г, изобарически нагревается от $t_1 = 20^\circ\text{C}$ до $t_2 = 120^\circ\text{C}$. Молярная масса кислорода $M = 0,032$ кг/моль. Найдите приращение внутренней энергии ΔU газа; работу A' , совершаемую газом; количество теплоты Q , полученное газом.

Дано: $m = 64 \cdot 10^{-3}$ кг, $T_1 = 293$ К, $T_2 = 393$ К, $M = 0,032$ кг/моль, $P = \text{const}$.

Найти: ΔU , A' , Q .

Решение.

Будем рассматривать кислород как двухатомный идеальный газ. Температура газа повысилась, следовательно, увеличилась его внутренняя энергия. При этом газ мог совершать работу и получать теплоту.

Запишем первый закон термодинамики для газа: $Q = \Delta U + A'$.

Приращение внутренней энергии газа: $\Delta U = \frac{5}{2} \frac{m}{M} R(T_2 - T_1)$.

Подставляя в формулу численные данные, получим: $\Delta U = 4,2$ кДж.

Работа газа при изобарическом ($P = \text{const}$) процессе

$$A = P(V_2 - V_1).$$

Разность объёмов, занимаемых газом постоянной массы в конечном и начальном состояниях, вычислим, записав уравнение Менделеева — Клапейрона для этих состояний газа:

$$PV_1 = \frac{m}{M} RT_1, \quad PV_2 = \frac{m}{M} RT_2.$$

Откуда $P(V_2 - V_1) = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1)$, то есть

$$A' = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1) = 1,7 \text{ (кДж)},$$

$$Q = \Delta U + A' = 5,9 \text{ (кДж)}.$$

Ответ: $A' = 1,7 \text{ кДж}$, $Q = 5,9 \text{ кДж}$.

Задача 171

Определите давление одноатомного идеального газа, занимающего объём $V = 2 \text{ л}$, если его внутренняя энергия $U = 300 \text{ Дж}$.

Дано: $V = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$, $U = 300 \text{ Дж}$.

Найти: P .

Решение.

Для решения задачи воспользуемся основным уравнением молекулярно-кинетической теории в виде $PV = \frac{2}{3}U$, откуда

$$P = \frac{2}{3} \cdot \frac{U}{V} = 100 \text{ (кПа)}.$$

Ответ: $P = 100 \text{ кПа}$.

Задача 172

Какова внутренняя энергия одноатомного идеального газа, занимающего при температуре T объём V , если его концентрация молекул n ?

Дано: T , V , n .

Найти: U .

Решение.

Внутреннюю энергию вычислим с помощью формулы $U = \frac{m}{M} RT$,

где m — масса газа, M — его молярная масса.

Так как $\frac{m}{M} = \nu = \frac{N}{N_A} = \frac{n \cdot V}{N_A}$, то $U = \frac{3}{2} \frac{n \cdot V}{N_A} RT$, учитывая, что

$R = k \cdot N_A$, окончательно получим:

$$U = \frac{3}{2} n \cdot V \cdot kT,$$

где ν — количество молей газа; N — количество частиц газа; N_A , k — постоянные Авогадро и Больцмана соответственно; R — универсальная газовая постоянная.

Ответ: $U = \frac{3}{2}n \cdot V \cdot kT.$

Задача 173

Какая часть количества теплоты, сообщённой одноатомному идеальному газу в изобарическом процессе, идёт на увеличение внутренней энергии, а какая часть — на совершение работы?

Дано: Q .

Найти: $\frac{U}{Q}$, $\frac{A}{Q}$.

Решение.

При подведении к газу тепла Q состояние газа изменяется. Используя уравнение $PV = \frac{2}{3}U$, запишем уравнения для двух состояний газа. Так как

$P = \text{const}$, то $PV_1 = \frac{2}{3}U_1$, $PV_2 = \frac{2}{3}U_2$, откуда

$$P(V_2 - V_1) = \frac{2}{3}(U_2 - U_1), \text{ или } A' = \frac{2}{3}\Delta U.$$

Из первого закона термодинамики $Q = \Delta U + A'$ следует:

$$Q = \Delta U + \frac{2}{3}\Delta U = \frac{5}{3}\Delta U,$$

получим $\frac{U}{Q} = 0,6$, $\frac{A'}{Q} = 0,4$.

Ответ: $\frac{U}{Q} = 0,6$, $\frac{A'}{Q} = 0,4$.

Задача 174

Используя первый закон термодинамики для отдельных участков (некруговых процессов), получите его выражение для кругового процесса (см. рис. 142 на с. 207).

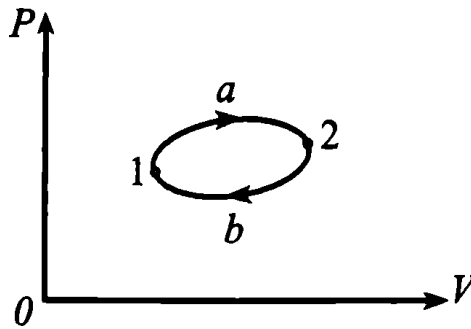


Рис. 142

Решение.

Пусть система переходит из состояния 1 в состояние 2 по пути a , а затем по пути b возвращается в исходное состояние. Запишем первый закон термодинамики для отдельных участков:

$$1 - a - 2 \quad Q_a = \Delta U_{21} + A'_a; \quad \Delta U_{21} = U_2 - U_1;$$

$$2 - b - 1 \quad Q_b = \Delta U_{12} + A'_b; \quad \Delta U_{12} = U_1 - U_2.$$

Сложим полученные результаты и учтём, что

$$\Delta U_{21} + \Delta U_{12} = 0, \quad Q_a + Q_b = A'_a + A'_b \quad \text{или} \quad Q = A',$$

то есть система на круговом процессе не может совершать работу без подвода теплоты извне или совершать работу, бóльшую, чем подводимое извне количество теплоты.

Задача 175

КПД тепловой машины, работающей по циклу, состоящему из изотермы 1–2, изохоры 2–3, адиабаты 3–1 (см. рис. 143 на с. 208), равен η , а разность максимальной и минимальной температур газа в цикле равна ΔT . Определите работу, совершаемую ν молями одноатомного идеального газа за один цикл в изотермическом процессе.

Решение.

КПД теплового двигателя за цикл

$$\eta = \frac{A'}{Q_1},$$

где A' — работа, совершаемая газом за цикл; Q_1 — количество теплоты, полученное газом за цикл.

Для решения задачи воспользуемся первым законом термодинамики:

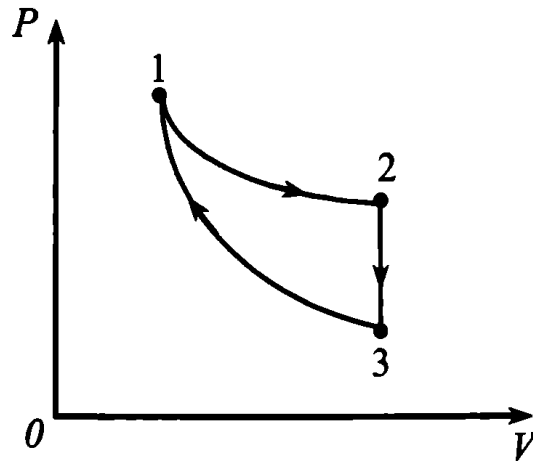


Рис. 143

$$Q = \Delta U + A'.$$

При изотермическом ($T = \text{const}$) расширении газа (процесс 1–2) $\Delta U = 0$, т. е. подведённое тепло Q_{12} равно работе A'_{12} , которую нам необходимо определить.

При изохорическом процессе 2–3 ($V = \text{const}$) газ работы не совершает, $A'_{23} = 0$ и $Q_{23} = \Delta U_{12}$. При $V = \text{const}$ $\frac{P_2}{T_2} = \frac{P_3}{T_3}$, но $P_2 > P_3$, следовательно, $T_2 > T_3$, таким образом, разность температур ΔT по условию задачи $\Delta T = T_2 - T_3$, т. е. в этом процессе газ отдаёт тепло, поэтому изменение внутренней энергии газа будет отрицательным:

$$\Delta U_{23} = -\frac{3}{2}\nu R\Delta T.$$

При адиабатическом процессе 3–1 $Q = 0$ (теплообмен газа с окружающей средой отсутствует), следовательно, $A_{31} + \Delta U_{31} = 0$. Так как температура в точках 1 и 2 одинакова (1–2 — изотерма), то

$$\Delta U_{31} = -\Delta U_{23} = \frac{3}{2}\nu R\Delta T,$$

т. е. $A_{31} = -\frac{3}{2}\nu R\Delta T.$

Полная работа, совершаемая газом за цикл,

$$A = A_{12} + A_{31} = A_{12} - \frac{3}{2}\nu R\Delta T.$$

Количество теплоты, полученное газом: $Q_1 = Q_{12} = A_{12}$, таким образом,

$$\eta = \frac{A'}{Q_1} = \frac{A_{12} - \frac{3}{2}\nu R\Delta T}{A_{12}},$$

откуда $A_{12} = \frac{3\nu R\Delta T}{2(1 - \eta)}.$

Ответ: $A_{12} = \frac{3\nu R\Delta T}{2(1 - \eta)}.$

8. Уравнение теплового баланса

Агрегатные состояния вещества характеризуются определённой внутренней структурой вещества и его свойствами. Различают три агрегатных состояния: твёрдое, жидкое, газообразное. Четвёртым агрегатным состоянием вещества считают плазму (ионизированный газ).

Переход в агрегатное состояние с более высокой температурой сопровождается подводом энергии. Переход в агрегатное состояние с более низкой температурой сопровождается выделением энергии. Возможны следующие переходы из одного агрегатного состояния в другое (см. рис. 144).

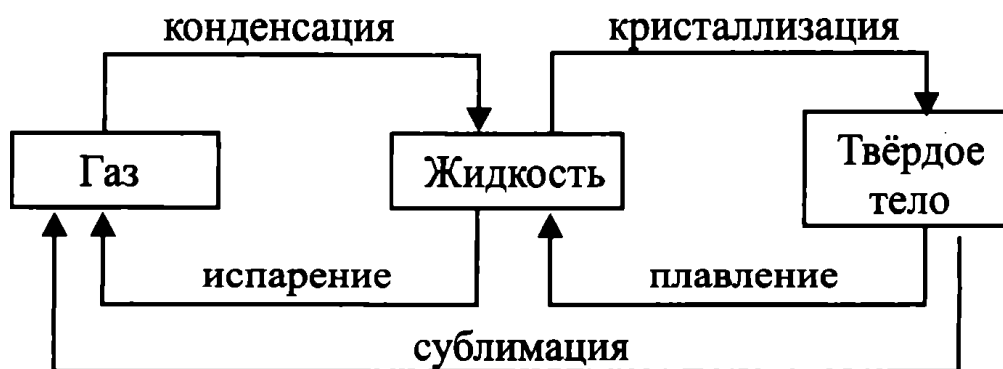


Рис. 144

Кристаллизация — процесс перехода вещества из жидкого состояния в твёрдое при определённой температуре.

Плавление — процесс, обратный кристаллизации.

Сублимация — процесс перехода вещества из твёрдого в газообразное состояние, минуя жидкое.

Испарение — процесс перехода вещества из жидкого состояния в газообразное. Происходит с открытой поверхности жидкости. Зависит от рода жидкости, температуры, площади свободной поверхности, внешнего давления.

Конденсация — переход вещества из газообразного состояния в жидкое состояние.

Количество теплоты, необходимое для нагревания (охлаждения) вещества:

$$Q = cm(t_2 - t_1),$$

где c — удельная теплоёмкость вещества, m — масса вещества.

Количество теплоты, необходимое для парообразования (конденсации) вещества:

$$Q_{\text{пар.}} = rm,$$

где r — удельная теплота парообразования (конденсации) вещества, m — масса вещества.

Количество теплоты, необходимое для плавления (кристаллизации) вещества:

$$Q_{\text{пл.}} = \lambda m,$$

где λ — удельная теплота плавления тела, m — масса тела.

Теплота, выделяющаяся при сгорании топлива:

$$Q = qm,$$

где q — удельная теплота сгорания топлива, m — масса вещества.

Примеры решения заданий базового уровня сложности

Задача 176

На рисунке 145 (см. с. 211) приведены графики изменения температуры четырёх веществ со временем. В начале нагревания все эти вещества находились в жидком состоянии. Какое из веществ имеет наибольшую температуру кипения?

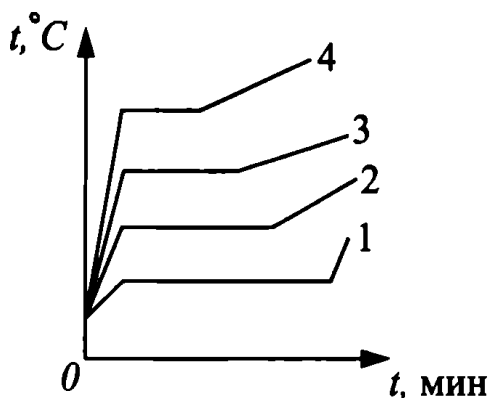


Рис. 145

Решение. Область кипения на графиках — это горизонтальный участок кривой. Ясно, что температура кипения максимальна для жидкости 4.

Ответ: 4.

Задача 177

Железный брусок массой 5 кг нагрели от 80 °С до 100 °С. Какое количество теплоты получил брусок?

Решение. $Q = cm(t_2 - t_1) = 460 \cdot 5 \cdot (100 - 80) = 46000$ (Дж).

Ответ: 46 кДж.

Задача 178

Сколько теплоты выделилось при полном сгорании 4 дм³ бензина?

Решение. Для подсчёта выделившегося тепла надо массу бензина умножить на его удельную теплоту сгорания. Массу бензина можно найти, умножив его объём на плотность:

$$Q = 0,004 \text{ м}^3 \cdot 710 \text{ кг/м}^3 \cdot 4,6 \cdot 10^7 \text{ Дж/кг} = 130 \text{ МДж}.$$

Ответ: 130 МДж.

Задача 179

Лёд плавал в воде. Какая масса льда растаяла, если этой системе сообщили 49,5 кДж теплоты?

Решение. Если лёд плавает в воде, то температура смеси 0 °С. Чтобы подсчитать массу растаявшего льда, надо переданное системе количество теплоты Q поделить на удельную теплоту плавления льда:

$$m = \frac{Q}{\lambda} = \frac{49,5 \cdot 10^3 \text{ Дж}}{33 \cdot 10^4 \text{ Дж/кг}} = 0,75 \text{ кг}.$$

Ответ: 0,15 кг.

Задача 180

На рисунке 146 показан график изменения температуры 200 г льда, внесённого с мороза в тёплую комнату. Какое количество теплоты получил лёд за первые 3 минуты нахождения в комнате?

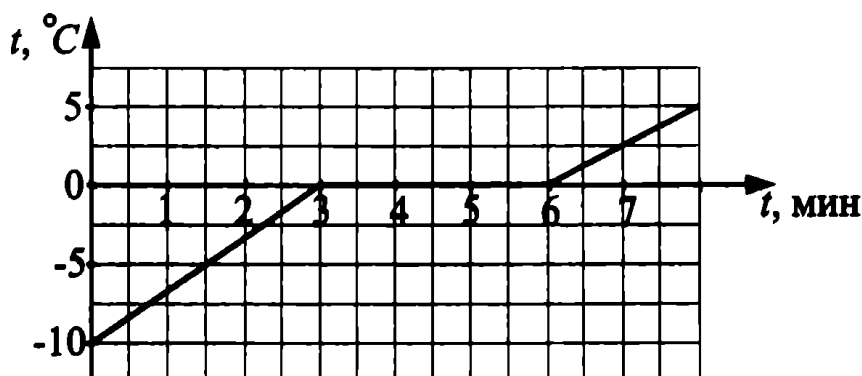


Рис. 146

Решение. По формуле количества теплоты, необходимого для нагревания тела,

$$Q = cm(t_2 - t_1).$$

На графике видно, что начальная температура льда -10°C , а за 3 минуты пребывания в комнате он нагрелся до 0°C . Переводя $200\text{ г} = 0,2\text{ кг}$ и подставляя численные значения, получаем

$$Q = 4200\text{ Дж.}$$

Ответ: 4200 Дж.

Задача 181

Сколько тепла выделится при конденсации двух килограммов водяного пара?

Решение. Теплота, выделившаяся при конденсации водяного пара,

$$Q = rm,$$

где r — удельная теплота парообразования воды, равная $2,3 \cdot 10^6\text{ Дж/кг}$,

$$Q = 2,3 \cdot 10^6 \cdot 2 = 4,6 \cdot 10^6\text{ (Дж)}.$$

Ответ: 4,6 МДж.

Задача 182

Сколько тепла выделится при замерзании двух килограммов воды?

Решение. Теплота, выделившаяся при замерзании воды

$$Q = \lambda m,$$

где $\lambda = 3,3 \cdot 10^5$ Дж/кг — удельная теплота плавления льда.

$$Q = 3,3 \cdot 10^5 \cdot 2 = 6,6 \cdot 10^5 \text{ (Дж)}.$$

Ответ: 660 кДж.

Задача 183

Какое количество воды при температуре 50°C необходимо долить к 5 л воды при температуре 12°C , чтобы получить смесь при температуре 30°C ?

Решение. Для решения этой задачи используем уравнение теплового баланса $Q_1 = Q_2$.

$$cm_x \cdot (t_1 - t_3) = cm \cdot (t_3 - t_2).$$

$$m_x = \frac{m \cdot (t_3 - t_2)}{t_1 - t_3} = \frac{5 \cdot 18}{20} = 4,5 \text{ (кг)}.$$

Или количество воды $V_x = 4,5$ л.

Ответ: 4,5 л.

Задача 184

С помощью термометра проводились измерения температуры воздуха в комнате. Погрешность измерений температуры равна половине цены деления шкалы термометра (см. рис. 147). Чему равна температура в комнате?

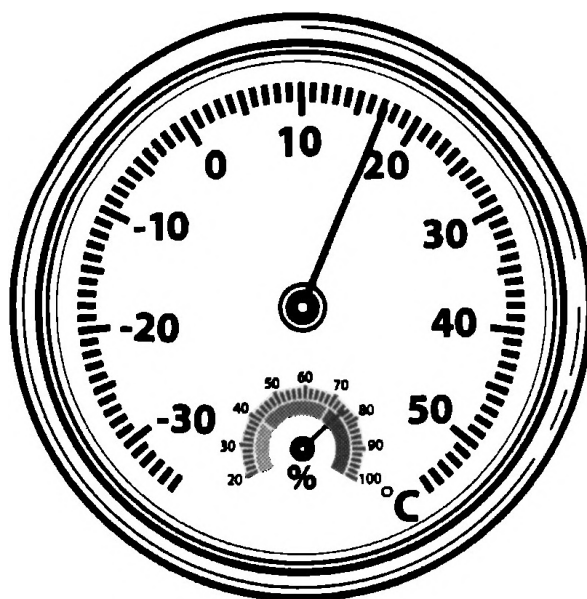


Рис. 147

Решение. По рисунку 147 определим показание термометра — 17°C . Погрешность измерения равна половине цены деления шкалы термометра, то есть $0,5^\circ\text{C}$. Так как основное значение следует записать с той же точностью (до той же цифры), что и погрешность, то термометр показывает $17,0 \pm 0,5^\circ\text{C}$.

Ответ: $17,0 \pm 0,5^\circ\text{C}$.

Примеры решения заданий повышенного уровня сложности

Задача 185

Стальную кастрюлю массой 300 г и объёмом 1 л заполнили водой. Начальная температура кастрюли с водой 15°C . Воду в кастрюле нагревают до кипения. Какое количество теплоты для этого потребовалось?

Решение. Количество теплоты, переданное кастрюле, идёт на нагревание кастрюли и воды:

$$Q = c_1 m_1 (t - t_1) + c \rho V (t - t_1),$$

$$Q = (c_1 m_1 + c \rho V) (t - t_1),$$

где $c_1 = 500 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$, $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$ — теплоёмкости стали и воды соот-

ветственно, $\rho = 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ — плотность воды.

Считаем:

$$Q = (500 \cdot 0,3 + 4200 \cdot 10^3 \cdot 10^{-3})(100 - 15) = 370 \text{ (кДж)}.$$

Ответ: 370 кДж.

Задача 186

Какое количество теплоты потребуется, чтобы из 250 г снега, взятого при температуре -8°C , получить воду?

Решение. Для получения воды из снега потребуется теплота

$$Q = mc(t - t_1) + \lambda m,$$

где $c = 2100 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$ — удельная теплоёмкость льда, $\lambda = 33 \cdot 10^4 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$ — удельная теплота плавления льда.

Считаем:

$$Q = 0,25 \cdot 2100 \cdot 8 + 33 \cdot 10^4 \cdot 0,25 = 86,7 \text{ (кДж)}.$$

Ответ: 86,7 кДж.

Задача 187

До какой температуры нагреется вода, полученная из 500 г снега, взятого при температуре 0°C , если на весь процесс расходуется 300 кДж?

Решение. Количество теплоты, которое расходуется в данном процессе,

$$Q = \lambda m + mc(t - t_1),$$

где $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$ — удельная теплоёмкость воды, $\lambda = 33 \cdot 10^4 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$ — удельная теплота плавления льда.

Тогда

$$t = \left(\frac{Q}{m} - \lambda \right) \frac{1}{c} + t_1,$$

$$t = \left(\frac{300 \cdot 10^3}{0,5} - 340 \cdot 10^3 \right) \frac{1}{4200} + 0 = 64 (^\circ\text{C}).$$

Ответ: 64°C .

Задача 188

Определите мощность горелки, если вода массой 2 кг, взятая при температуре 10°C , закипела через 5 мин. Теплоёмкостью сосуда пренебречь, считать, что вся выделяемая теплота идёт на нагревание воды.

Решение. Мощность горелки определяется по формуле

$$P = Q/t,$$

количество теплоты, необходимое для нагревания воды от 10°C до 100°C

$$Q = cm(t_2 - t_1),$$

где $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})}$ — удельная теплоёмкость воды.

Переводя в СИ 5 мин = 600 с и подставляя численные значения, получаем $P = 2,52 \text{ кВт}$.

Ответ: 25,2 кВт.

Задача 189

С какой высоты (в метрах) упала льдинка, если она нагрелась на 1 К? Считать, что на нагревание льдинки идёт 60 % от её потенциальной энергии.

Решение. По условию задачи во внутреннюю энергию $\Delta U = \eta \Delta E_{\text{п}}$ переходит часть потенциальной энергии. Уравнение теплового баланса

$$cm\Delta T = \eta \Delta E_{\text{п}},$$

$$cm\Delta T = \eta m_{\text{п}}gh,$$

$$h = \frac{c\Delta T}{\eta g} = \frac{2100 \cdot 1}{0,6 \cdot 10} \approx 350 \text{ (м)}.$$

Ответ: 350 м.

Задача 190

Каков КПД спиртовки, если на ней нагрели 500 г воды на 50 °С и при этом сожгли 15 г спирта?

Решение. Коэффициент полезного действия равен

$$\eta = \frac{Q_{\text{п}}}{Q_{\text{з}}}.$$

Здесь $Q_{\text{п}} = cm_{\text{в}} \cdot \Delta t$, $Q_{\text{з}} = q \cdot m_{\text{с}}$.

Тогда имеем

$$\eta = \frac{4200 \cdot 0,5 \cdot 50}{29 \cdot 10^6 \cdot 0,015} = 0,26 = 24 \text{ \%}.$$

Ответ: 24 %.

Задача 191

Через какое время после включения электрического чайника выкипит вся вода массой 1 л, находящаяся при температуре 20 °С, если мощность нагревательной спирали чайника равна 1,2 кВт, а его КПД равен 80 %?

Решение. По определению КПД $\eta = \frac{P_{\text{п}}}{P_{\text{з}}}$, здесь полезная мощность

$$P_{\text{п}} = \frac{Q}{t} = [cm \cdot (100^\circ - 20^\circ) + r \cdot m] \cdot \frac{1}{t},$$

где c — удельная теплоёмкость воды, r — удельная теплота парообразования.

$$P_{\text{з}} = 1200 \text{ Вт}.$$

Тогда можем записать

$$\eta = \frac{Q}{t \cdot P_3}.$$

Отсюда $t = \frac{Q}{\eta \cdot P_3}.$

$$t = \frac{4200 \cdot 1 \cdot 80 + 2,3 \cdot 10^6}{0,8 \cdot 1200} = 2475 \text{ (с)} \approx 46 \text{ (мин)}.$$

Ответ: 46 мин.

Задача 192

Цилиндры из свинца и железа одинаковой массы, нагретые до температуры 90°C , положили в холодную воду.

Из приведённого ниже списка выберите все правильные утверждения. Запишите цифры, под которыми они указаны.

- 1) В результате теплообмена температура свинцового цилиндра станет ниже температуры железного цилиндра.
- 2) В процессе теплообмена цилиндры отдадут одинаковое количество теплоты.
- 3) В процессе теплообмена свинцовый цилиндр отдаст меньшее количество теплоты, чем железный.
- 4) В результате теплообмена температура воды и железного цилиндра станет одинаковой, а у свинцового цилиндра она будет выше.
- 5) В результате теплообмена температура цилиндров и воды станет одинаковой.

Решение. И железный, и свинцовый цилиндры будут отдавать тепло до того момента, пока их температуры и температура окружающей воды не сравняются. Удельная теплоёмкость у железа больше, чем у свинца. Соответственно, в процессе теплообмена железный цилиндр будет отдавать тепло быстрее, а значит, до момента установления теплового равновесия отдаст большее количество теплоты.

Ответ: 35.

Задача 193

Ученик налил в два разных сосуда одинаковое количество воды, находящейся при комнатной температуре (см. рис. 148), и в результате эксперимента установил, что во втором сосуде вода испарится быстрее. Из предложенного перечня выберите два утверждения, соответствующих проведённому опыту. Укажите их номера.

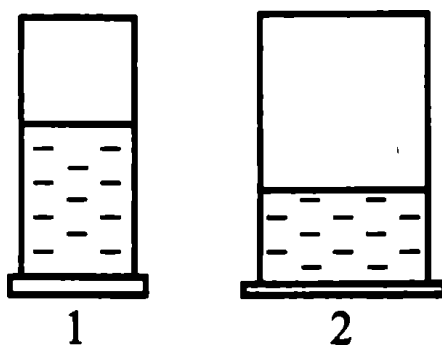


Рис. 148

- 1) Скорость испарения жидкости увеличивается с увеличением её температуры.
- 2) Скорость испарения жидкости зависит от площади её поверхности.
- 3) Скорость испарения жидкости зависит от её плотности.
- 4) Скорость испарения жидкости зависит от её количества.
- 5) Процесс испарения воды происходит при комнатной температуре.

Решение. В обоих случаях налита жидкость одинаковой плотности и в одинаковом количестве, а её температура не меняется, следовательно, утверждения 1, 3 и 4 мы проверить не можем. Эксперимент происходит при комнатной температуре, значит, утверждение 5 верное. Площадь поверхности жидкости во втором сосуде больше, и испарится она быстрее, утверждение 2 верное.

Ответ: 25.

Задача 194

Два вещества одинаковой массы, первоначально находившиеся в твёрдом состоянии при температуре 50°C , равномерно нагревают на плитках одинаковой мощности в сосудах с пренебрежимо малой теплоёмкостью. На рисунке 149 (см. с. 219) представлены полученные экспериментально графики зависимости температуры от времени нагревания.

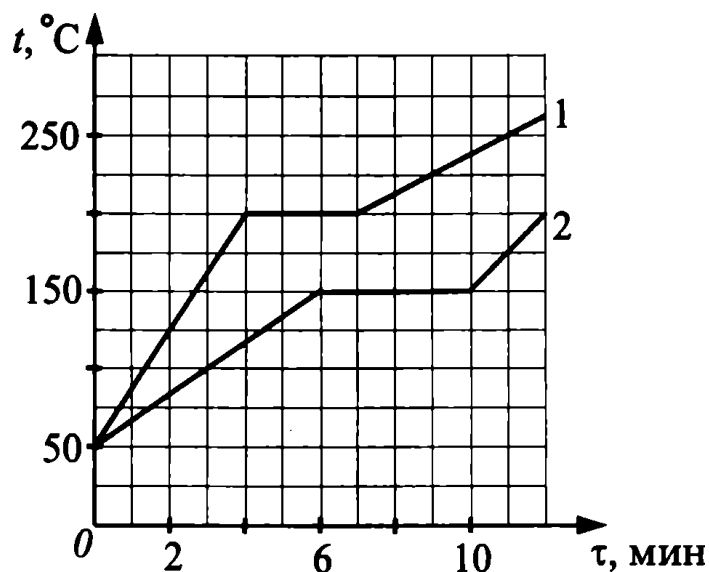


Рис. 149

Используя данные графика, выберите из предложенного перечня все верные утверждения. Запишите цифры, под которыми они указаны.

- 1) Температура парообразования второго вещества 150°C .
- 2) Удельная теплоёмкость первого вещества в твёрдом состоянии меньше удельной теплоёмкости второго вещества в твёрдом состоянии.
- 3) На плавление первого вещества потребовалось большее количество теплоты, чем на плавление второго.
- 4) За время эксперимента оба вещества получили разное количество теплоты.
- 5) Удельная теплота плавления второго вещества больше удельной теплоты плавления первого вещества.

Решение. Температура 150°C — это температура плавления второго вещества. Сравним удельные теплоёмкости двух веществ:

$$Q = cm\Delta t \Rightarrow c = \frac{Q}{m \cdot \Delta t}.$$

Учитывая, что $m_1 = m_2$, $Q_1 < Q_2$, $\Delta t_1 > \Delta t_2$, получим $c_2 > c_1$.

Второе вещество плавилось дольше, следовательно, на это потребовалось большее количество теплоты. Так как массы веществ одинаковы, можно сделать вывод о том, что удельная теплота плавления второго вещества больше, чем первого.

Оба вещества получали тепло в течение одинакового времени, следовательно, получили и одинаковое количество теплоты.

Ответ: 25.

Задача 195

Смешали холодную и горячую воду. На рисунке 150 приведён график зависимости температуры t° воды от времени τ . Теплообмен с окружающей средой пренебрежимо мал.

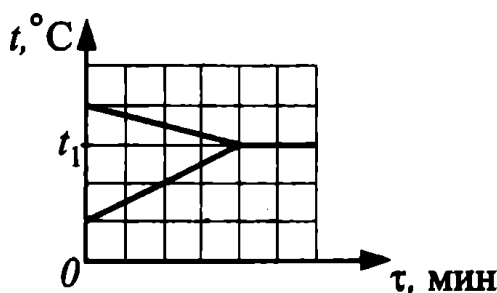


Рис. 150

Используя данные графика, выберите из предложенного перечня все верные утверждения. Запишите цифры, под которыми они указаны.

- 1) Количество теплоты, отданное горячей водой, больше количества теплоты, полученного холодной водой.
- 2) Масса горячей воды больше массы холодной воды.
- 3) Изменение температуры холодной воды вдвое больше, чем изменение температуры горячей воды.
- 4) Удельная теплоёмкость горячей воды меньше, чем холодной.
- 5) Температура t_1 соответствует состоянию теплового равновесия.

Решение. Из анализа графика на рисунке 150 можно сделать следующие выводы:

- 1) Всё количество теплоты, отданное горячей водой, пошло на нагревание холодной воды.
- 2) Количество теплоты, полученное (или отданное) во время нагревания (или охлаждения), можно найти по формуле

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta t,$$

где c — удельная теплоёмкость вещества, m — нагреваемая масса, Δt — изменение температуры вещества.

$$Q_{\Gamma} = Q_{\chi}, \quad cm_{\Gamma}\Delta t = 2cm_{\chi}\Delta t, \\ m_{\Gamma} = 2m_{\chi}.$$

- 3) Изменение температур сравним по графику: $(t_1 - t_{\chi}) = 2(t_{\Gamma} - t_1)$.
4) Удельная теплоёмкость вещества не зависит от его температуры.
5) t_1 — температура теплового равновесия.

Следовательно, правильные утверждения стоят под номерами 2, 3 и 5.

Ответ: 235.

Примеры решения заданий высокого уровня сложности

Алгоритм решения задач

При решении задач данного раздела рекомендуется составить уравнение теплового баланса. Для этого необходимо:

1. Выяснить, какие тела отдают, а какие — получают энергию.
2. Рассчитать (численно) энергию (количество теплоты), отдаваемую и получаемую телами.
3. Выяснить, вся ли энергия, отдаваемая одними телами, поглощается другими, т. е. учесть КПД процесса.
4. Приравнять с учётом КПД количество отданной к количеству полученной телами энергии.

Задача 196

В закрытом медном калориметре массой $m_{\text{м}} = 200$ г находится лёд массой $m_{\text{л}} = 1$ кг при температуре $t_{\text{л}} = -10^\circ\text{C}$. В калориметр впускают пар массой $m_{\text{п}} = 200$ г, имеющий температуру $t_{\text{п}} = 110^\circ\text{C}$. Какая температура установится в калориметре? Удельную теплоёмкость паров воды в интервале от 100°C до 110°C считать равной $c_{\text{п}} = 1,7 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}$.

Дано: $m_{\text{п}} = 0,2$ кг, $m_{\text{л}} = 1$ кг, $t_{\text{л}} = -10^\circ\text{C}$, $m_{\text{м}} = 0,2$ кг, $t_{\text{п}} = 110^\circ\text{C}$,
 $c_{\text{п}} = 1,7 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}$.

Найти: Q .

Решение.

Систему «пар — лёд — калориметр» будем считать замкнутой; теплообмен с окружающей средой отсутствует, следовательно, $Q = 0$ и $A = 0$.

Запишем к задаче дополнительные табличные данные:

$$c_m = 0,38 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \text{ — удельная теплоёмкость меди;}$$

$$c_v = 4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \text{ — удельная теплоёмкость воды;}$$

$$c_l = 2,1 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \text{ — удельная теплоёмкость льда;}$$

$$\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \text{ — удельная теплота плавления льда;}$$

$$r_n = 2,3 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \text{ — удельная теплота парообразования воды.}$$

Основным уравнением, описывающим процесс теплового взаимодействия между телами системы, является уравнение теплового баланса с учётом агрегатных превращений.

При тепловом взаимодействии пара со льдом и калориметром внутренняя энергия пара уменьшается:

1 — пар охлаждается от начальной температуры $t_n = 110^\circ\text{C}$ до температуры конденсации $t_k = 100^\circ\text{C}$:

$$\Delta U_1 = c_n \cdot m_n (t_n - t_k) = 3,4 \cdot 10^3 \text{ Дж;}$$

2 — пар конденсируется в воду:

$$\Delta U_2 = r_n \cdot m_n = 4,6 \cdot 10^5 \text{ Дж.}$$

Поскольку $\Delta U_2 = r_n \cdot m_n = 4,6 \cdot 10^5 \text{ Дж}$ больше энергии, необходимой для плавления льда $\lambda \cdot m = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж}$, то вода из конденсированного пара будет охлаждаться до какой-то конечной температуры Θ , вода из растаявшего льда нагревается от 0°C до Θ ;

3 — при дальнейшем охлаждении образовавшейся воды из пара от t_k до окончательно установившейся температуры Θ внутренняя энергия молекул воды уменьшается ещё на величину

$$\Delta U_3 = c_v \cdot m_n (t_k - \Theta).$$

В результате внутренняя энергия уменьшается на

$$\Delta U_I = \Delta U_1 + \Delta U_2 + \Delta U_3 = Q_{\text{отд.}}$$

За счёт этой энергии (ΔU_I) калориметр нагревается от начальной температуры, равной температуре льда $t_{\text{л}}$, до конечной Θ ; его внутренняя энергия увеличивается на величину

$$\Delta U_4 = c_{\text{м}} \cdot m_{\text{м}}(\Theta - t_{\text{л}}).$$

Кроме того, часть энергии пара переходит ко льду. Энергия молекул газа возрастает:

- при нагревании от начальной температуры $t_{\text{л}}$ до температуры плавления $t_0 = 0^\circ\text{C}$ на величину $\Delta U_5 = c_{\text{л}} \cdot m_{\text{л}}(t_0 - t_{\text{л}})$;
- в процессе плавления на величину $\Delta U_6 = \lambda \cdot m_{\text{л}}$;
- при дальнейшем нагревании образовавшейся воды на величину $\Delta U_7 = c_{\text{в}} \cdot m_{\text{л}}(\Theta - t_0)$.

В результате внутренняя энергия холодных тел возрастает на

$$\Delta U_{II} = \Delta U_4 + \Delta U_5 + \Delta U_6 + \Delta U_7 = Q_{\text{получ.}}$$

Так как $\Delta U_I = \Delta U_{II}$, то уравнение теплового баланса для данного процесса будет иметь вид:

$$\begin{aligned} c_{\text{п}} \cdot m_{\text{п}}(t_{\text{п}} - t_{\text{к}}) + r_{\text{п}} \cdot m_{\text{п}} + c_{\text{в}} \cdot m_{\text{п}}(t_{\text{к}} - \Theta) = \\ = c_{\text{м}} \cdot m_{\text{м}}(\Theta - t_{\text{л}}) + c_{\text{л}} \cdot m_{\text{л}}(t_0 - t_{\text{л}}) + c_{\text{в}} \cdot m_{\text{л}}(\Theta - t_0). \end{aligned}$$

Решая это уравнение относительно Q и подставляя числовые данные, взятые из условия задачи и таблиц, получим: $\Theta \approx 37^\circ\text{C}$.

Ответ: $\Theta \approx 37^\circ\text{C}$.

ВНИМАНИЕ!

Чтобы не делать лишних вычислений, во всех сомнительных случаях, когда трудно определить, окажется ли вещество в одном или двух агрегатных состояниях, рекомендуется сделать предварительную числовую прикидку — сколько теплоты требуется для нагревания холодного тела до температуры соответствующего превращения (плавления или кипения) и сколько теплоты может выделяться горячим телом при остывании или полной конденсации (кристаллизации). Сразу в общем виде такие задачи решать нельзя. Если окажется, что $Q_1 > Q_2$, то после перерас-

пределения энергии получится одна фаза вещества, если же будет $Q_1 < Q_2$, то при установившейся температуре будут находиться две фазы: пар и жидкость (жидкость и лёд).

Задача 197

В колбе находилась вода при $t = 0^\circ\text{C}$. Выкачиванием из колбы воздуха заморозили всю воду в сосуде. Какая часть воды при этом испарилась, если притока теплоты извне не было?

Удельная теплота парообразования воды при 0°C $r = 24,5 \cdot 10^5$ Дж/кг.

Удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,3 \cdot 10^5$ Дж/кг.

Дано: $r = 24,5 \cdot 10^5$ Дж/кг, $\lambda = 3,3 \cdot 10^5$ Дж/кг.

Найти: $x = \frac{m_1}{m_0}$.

Решение.

При испарении воды вылетают наиболее быстрые молекулы, вследствие чего суммарная кинетическая энергия оставшихся молекул уменьшается. Если теплообмен с окружающей средой отсутствует, то кинетическая энергия оставшихся молекул может уменьшиться настолько, что вода замёрзнет и превратится в лёд. Поскольку в данном процессе тепло не подводится ($Q_1 = 0$) и работа не совершается ($A = 0$), то внутренняя энергия всех молекул остаётся постоянной, изменение потенциальной энергии вылетающих молекул воды ΔU_1 равно изменению потенциальной энергии ΔU_2 оставшихся, так как температура жидкости не изменяется.

При образовании пара массой m_1 потенциальная энергия молекул пара возрастает на величину $\Delta U_1 = r \cdot m_1$. В процессе образования льда массой m_2 потенциальная энергия молекул уменьшается на $\Delta U_2 = \lambda \cdot m_2$, так как $\Delta U_1 = \Delta U_2$ и $m_1 + m_2 = m_0$, то $\lambda \cdot m_2 = r \cdot m_1$, $\lambda \cdot (m_0 - m_1) = r \cdot m_1$,

$$x = \frac{m_1}{m_0} = \frac{\lambda}{\lambda + r}, \quad x \approx 12\%.$$

Ответ: $x \approx 12\%$.

Задача 198

При соблюдении необходимых предосторожностей вода может быть переохлаждена до $t = -10^\circ\text{C}$. Сколько льда образуется из такой воды массой $m_0 = 1$ кг, если в неё бросить маленький кусочек льда и этим вызвать замерзание воды? Какую температуру должна иметь вода, чтобы она целиком превратилась в лёд? Удельная теплоёмкость переохлаждённой воды $c_v = 4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$, льда $c_l = 2,1 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/К}$.

Дано: $t = -10^\circ\text{C}$, $m_0 = 1$ кг, $c_v = 4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$, $c_l = 2,1 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$,
 $\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/К}$.

Найти: m_2 , t_x .

Решение.

Для того чтобы при охлаждении вода замёрзла, в ней должны находиться неоднородные включения, возле которых начинается рост кристалликов льда. При отсутствии центров кристаллизации воду можно охладить до температуры значительно ниже 0°C . Такая вода называется переохлаждённой.

Если в переохлаждённой воде искусственно создать центры кристаллизации, в ней начнёт образовываться лёд. Молекулы станут переходить в состояние, соответствующее минимуму их потенциальной энергии. Уменьшение потенциальной энергии одной части молекул, образующих лёд, вызывает увеличение теплового движения остальных молекул воды (т. е. вызывает её нагревание).

Так как $Q = 0$ и $A = 0$, то при образовании переохлаждённой воды массой m_2 потенциальная энергия молекул уменьшится на величину $\Delta U_1 = \lambda \cdot m_2 = Q_{\text{отд.}}$.

Эта энергия пойдёт на нагревание образовавшегося льда от начальной температуры t_1 до температуры t_0 и нагревание оставшейся после кристаллизации воды массой m_1 на $(t_0 - t_1)$ градусов (дальнейшее нагревание невозможно, т. к. при 0°C кристаллизация льда прекратится). Таким

образом, вследствие нагревания внутренняя энергия теплового движения молекул увеличится на $\Delta U_2 = c_{\text{л}} \cdot m_2(t_0 - t_1) + c_{\text{в}} \cdot m_1(t_0 - t_1) = Q_{\text{получ.}}$.

Согласно закону сохранения энергии, $\Delta U_1 = \Delta U_2$, т. е.

$$\lambda m_2 = c_{\text{л}} \cdot m_2(t_0 - t_1) + c_{\text{в}} \cdot m_1(t_0 - t_1),$$

кроме того,

$$m_1 + m_2 = m_0, \quad m_2 = \frac{c_{\text{в}}(t_0 - t_1)}{\lambda + (c_{\text{в}} - c_{\text{л}})(t_0 - t_1)} \cdot m_0, \quad m_2 = 0,12 \text{ (кг)}.$$

Чтобы замёрзла вся переохлаждённая вода, энергия, выделившаяся при кристаллизации, должна полностью пойти на нагревание образовавшегося льда, т. е.

$$\lambda m_0 = c_{\text{л}} \cdot m_2(t_0 - t_X),$$

где t_X — начальная температура переохлаждённой воды.

$$t_X = \frac{\lambda}{c_{\text{л}}}, \quad t_X = -160^\circ\text{C}.$$

Ответ: $t_X = -160^\circ\text{C}$.

Задача 199

Свинцовая пуля застревает в мишени. Какая часть пули X при этом расплавится, если считать, что на увеличение внутренней энергии пули затрачивается $\eta = 50\%$ потерянной её механической энергии? Скорость пули при соударении с мишенью $v = 400$ м/с, температура $t_1 = 127^\circ\text{C}$, удельная теплота плавления свинца $\lambda = 26,4 \cdot 10^5$ Дж/К, температура плавления $t_{\text{пл.}} = 327^\circ\text{C}$, удельная теплоёмкость $c = 126 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$.

$$\text{Дано: } \eta = 0,5, v = 400 \text{ м/с}, t_1 = 127^\circ\text{C}, t_{\text{пл.}} = 327^\circ\text{C}, c = 126 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}},$$

$$\lambda = 26,4 \cdot 10^5 \text{ Дж/К}.$$

$$\text{Найти: } X = \frac{m_1}{m}.$$

Решение.

Часть кинетической энергии пули идёт на изменение её внутренней энергии, за счёт чего пуля нагревается и частично расплавляется, следовательно,

$$\eta \frac{mv^2}{2} = \Delta U.$$

Приращение внутренней энергии пули $\Delta U = cm(t_{\text{пл.}} - t_1) + X \cdot m\lambda$
или $\eta \frac{mv^2}{2} = cm(t_{\text{пл.}} - t_1) + X \cdot m\lambda$, откуда

$$X = \frac{\eta v^2 - 2c(t_{\text{пл.}} - t_1)}{2\lambda} = 0,56.$$

Ответ: $X = 0,56$.

Задача 200

Легковой автомобиль прошёл путь $S = 90$ км со скоростью $v = 72$ км/ч. Его двигатель развивал при этом полезную мощность $N = 16$ кВт при КПД $\eta = 22\%$. Определите расход V бензина за это время, если плотность бензина $\rho = 0,8 \cdot 10^3$ кг/м³, удельная теплота сгорания $q = 46 \cdot 10^6$ Дж/кг.

Дано: $S = 90$ км = $9 \cdot 10^4$ м, $v = 72$ км/ч = 20 м/с, $\eta = 0,22$,
 $\rho = 0,8 \cdot 10^3$ кг/м³, $q = 46 \cdot 10^6$ Дж/кг, $N = 16$ кВт = $1,6 \cdot 10^4$ Вт.

Найти: V .

Решение.

Двигатель получает энергию в форме теплоты от газовой смеси в результате сгорания бензина. Часть этой теплоты $\eta = 0,22$ превращается в работу, затрачиваемую в конечном счёте на преодоление трения при движении автомобиля: $\eta Q = A$.

Количество теплоты, полученное в результате сгорания бензина,

$$Q = q \cdot m = q \cdot \rho V.$$

Полезная работа, совершаемая двигателем, $A = N \cdot t = N \frac{S}{v}$, следова-

тельно, $\eta q \rho V = N \frac{S}{v}$, откуда

$$V = \frac{N \cdot S}{\eta q \rho v} = 8,9 \cdot 10^{-3} \text{ (м}^3\text{)}.$$

Ответ: $V = 8,9 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$.

Задача 201

Установка, развивающая мощность N , охлаждается проточной водой, текущей по спиральной трубке с сечением S , при этом вода нагревается на Δt градусов. Определите скорость воды v с учётом того, что на нагревание воды идёт η процентов мощности.

Дано: $N, S, \eta, \Delta t$.

Найти: v .

Решение.

Так как теплообмен с окружающей средой не учитывается ($Q = 0$), то указанная часть мощности установки идёт на увеличение внутренней энергии воды. Тогда, согласно первому закону термодинамики, $0 = \Delta U - \eta A$ или $\Delta U = \eta A$.

Если за время τ в трубках вода массой m нагревается на Δt градусов, то работа, совершаемая за это время (при мощности N), и изменение внутренней энергии воды будут соответственно: $A = N \cdot \tau$, $\Delta U = cm\Delta t$, где c — удельная теплоёмкость воды. Таким образом, $\eta N \cdot \tau = cm\Delta t$.

При течении потока по трубе сечением S масса жидкости, прошедшей через это сечение за время τ , $m = \rho S v \cdot \tau$, где ρ — плотность жидкости, v — скорость течения.

Окончательно имеем: $\eta N = c\rho S \Delta t$, откуда

$$v = \frac{\eta N}{c\rho S \Delta t}.$$

Ответ: $v = \frac{\eta N}{c\rho S \Delta t}$.

Задача 202

Санки массой $m = 50$ кг скатываются с горы, которая образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Пройдя расстояние $l = 50$ м, санки развивают скорость $v = 4,1$ м/с. Определите количество теплоты Q , выделенное при трении полозьев о снег.

Дано: $m = 50$ кг, $\alpha = 30^\circ$, $l = 50$ м, $v = 4,1$ м/с.

Найти: Q .

Решение.

При движении одного тела по поверхности другого часть механической энергии идёт из-за трения на увеличение внутренней энергии соприкасающихся тел.

Мерой изменения энергии в данном случае могут служить и работа A , и количество теплоты Q . Как A , так и Q показывают, насколько возрастает внутренняя энергия молекул при изменении энергии направленного движения, вызванного трением санок о снег.

ВНИМАНИЕ!

Работа силы трения скольжения ВСЕГДА связана с нагреванием тел.

Поскольку изменение внутренней энергии тел в процессе движения санок по условию задачи не рассматривается ($\Delta U = 0$), то из первого закона термодинамики следует: $-Q = 0 + A$. Здесь мы учли, что тепло отводится от системы ($Q < 0$) и работа совершается санками ($A > 0$). Так как изменение механической энергии происходит лишь под действием силы трения, то $A = A_{\text{тр.}}$.

Выбрав первое положение системы в начале движения санок (положение 1), второе — в конце перемещения (состояние 2), можно записать: $A_{\text{тр.}} = E_2 - E_1$. Так как **полная** механическая энергия санок в первом и втором состоянии соответственно равна $E_1 = mgl \sin \alpha$, $E_2 = \frac{mv^2}{2}$, то

$$A_{\text{тр.}} = \frac{mv^2}{2} - mgl \sin \alpha.$$

Таким образом, $Q = mgl \sin \alpha - \frac{mv^2}{2} = 12 \cdot 10^3$ (Дж).

Ответ: $Q = 12 \cdot 10^3$ Дж.

9. Насыщенные пары, влажность воздуха

Парообразование — это процесс перехода жидкого вещества в газообразное. Обратный процесс называется **конденсацией**.

Испарение — это парообразование с открытой поверхности жидкости, происходящее при любой температуре.

Насыщенным называется пар, находящийся в термодинамическом равновесии со своей жидкостью, т. е. когда число молекул, вылетающих из жидкости при испарении, равно числу молекул, возвращающихся в жидкость при конденсации.

Кипение — парообразование не только с открытой поверхности жидкости, но и внутри жидкости, происходящее при одной, определённой для данной жидкости температуре.

Зависимость температуры кипения жидкости от давления

Кипение начинается при температуре, при которой давление насыщенного пара внутри пузырьков воздуха в жидкости сравнивается с давлением в самой жидкости (давление атмосферного воздуха на поверхности жидкости плюс гидростатическое давление столба жидкости). Чем больше атмосферное давление, тем выше температура кипения. И наоборот, уменьшая внешнее давление, мы тем самым понижаем температуру кипения. На высоте 7000 м давление равно 300 мм рт. ст., и, например, сварить там мясо просто невозможно из-за низкой температуры кипения воды.

Относительной влажностью воздуха называется отношение парциального давления водяного пара, содержащегося в воздухе при данной температуре, к давлению насыщенного пара при той же температуре, выраженное в процентах:

$$\varphi = \frac{P_{\text{п}}}{P_{\text{н.п}}} \cdot 100 \, \%.$$

Примеры решения заданий базового уровня сложности

Задача 203

Показания сухого термометра составляют 18°C , а влажного — 13°C . Какова влажность воздуха?

Решение. Разность показаний сухого и влажного термометров 5° , тогда, согласно психрометрической таблице, относительная влажность равна 56 %.

Ответ: 56 %.

Задача 204

При каком давлении вода будет кипеть при 14°C ?

Решение. Жидкость кипит, когда давление насыщенного пара совпадает с внешним давлением. При 14°C давление насыщенного пара 1,6 кПа.

Ответ: 1,6 кПа.

Задача 205

Влажность воздуха равна 60 %. Если показания сухого термометра составляют 14°C , то каковы показания влажного?

Решение. Используя психрометрическую таблицу, найдём разность показаний сухого и влажного термометров. Она составляет 4°C . Тогда температура равна 10°C .

Ответ: 10°C .

Задача 206

В цилиндре под поршнем находится воздух влажностью $f = 42\%$. Объём воздуха изотермически увеличивается вдвое. Какой станет влажность воздуха?

Решение. В изотермическом процессе плотность насыщенного пара постоянна, а плотность пара уменьшается вдвое при увеличении объёма. Поэтому относительная влажность станет равна 21 %.

Ответ: 21 %.

Задача 207

В цилиндре под поршнем находится воздух, влажность которого $\varphi = 50\%$. Во сколько раз нужно изотермически уменьшить объём, занимаемый воздухом, чтобы началась конденсация пара?

Решение. Чтобы началась конденсация пара, нужно, чтобы имеющийся водяной пар стал насыщенным. Поскольку процесс изотермический, $p_{\text{нас.}} = \text{const}$, давление пара нужно увеличить вдвое, т. к. $\varphi = \frac{p_{\text{пара}}}{p_{\text{нас.}}} = \frac{1}{2}$, для такого увеличения объём пара должен быть уменьшен в 2 раза (при $T = \text{const.}$)

Ответ: в 2 раза.

Задача 208

Относительная влажность воздуха в цилиндре под поршнем равна 40 %. Воздух изотермически сжали, уменьшив его объём в три раза. Относительная влажность воздуха стала ...

Решение. При изотермическом сжатии плотность водяных паров, поведение которых подчиняется уравнению Менделеева — Клапейрона, должна увеличиться в 3 раза. Однако плотность насыщенных водяных паров при неизменной температуре есть величина постоянная, и она не может превзойти плотность насыщенного пара при данной температуре. Плотность насыщенного пара при данной температуре, как легко посчитать, лишь в 2,5 раза больше первоначальной. Следовательно, влажность сжатого воздуха будет 100 %, а излишек влаги выделится в виде росы на стенках сосуда.

Ответ: 100 %.

Задача 209

В сосуде под поршнем, плотно прилегающем к стенкам сосуда, находится влажный воздух при относительной влажности воздуха 60 %. Поршень медленно опускают, уменьшая объём сосуда в 2 раза и поддерживая температуру воздуха постоянной. Как при этом изменятся относительная влажность воздуха и масса водяных паров, находящихся в этом воздухе? Для каждой величины определите соответствующий характер изменения:

- 1) увеличится
- 2) уменьшится
- 3) не изменится

Запишите в таблицу выбранные цифры для каждой физической величины. Цифры в ответе могут повторяться.

Относительная влажность воздуха	Масса водяных паров

Решение. Давление насыщенных водяных паров при неизменной температуре является табличным значением, поэтому не изменяется. Давление водяных паров с уменьшением объёма растёт, поэтому относительная влажность воздуха тоже увеличивается:

$$\varphi = \frac{p}{p_{\text{н.п.}}} \cdot 100 \%$$

При достижении влажности воздуха 100 % часть водяных паров начнёт превращаться в жидкость, поэтому их масса уменьшится.

Ответ: 12.

Примеры решения заданий повышенного уровня сложности

Задача 210

Давление пара в помещении при некоторой температуре равно 600 Па. Найдите давление насыщенного пара при этой же температуре, если относительная влажность воздуха равна 75 %.

Решение. Относительную влажность воздуха найдём по формуле

$$\varphi = \frac{p}{p_{\text{н.п.}}} \cdot 100 \%,$$

где p — давление пара, $p_{\text{н.п.}}$ — давление насыщенного пара.

Выражаем давление насыщенного пара:

$$p_{\text{н.п.}} = \frac{p}{\varphi} \cdot 100 \%$$

Подставляя численные значения, получаем $p_{\text{н.п.}} = \frac{600}{0,75} = 800$ (Па).

Ответ: 800 Па.

Задача 211

Относительная влажность воздуха в закрытом сосуде 20 %. Во сколько раз надо уменьшить объём сосуда (при неизменной температуре), чтобы относительная влажность воздуха стала равна 50 %?

Решение. Относительная влажность воздуха находится по формуле

$$\varphi = \frac{\rho}{\rho_{\text{н.п.}}} \cdot 100 \%,$$

где $\rho = \frac{m}{V}$ — плотность водяных паров, $\rho_{\text{н.п.}}$ — плотность насыщенных водяных паров.

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = 2,5.$$

Ответ: в 2,5 раза.

Задача 212

Воздух в цилиндре под поршнем изотермически сжали, уменьшив его объём в 2 раза. Какой стала относительная влажность воздуха, если первоначально она была равна 40 %?

Решение. Относительная влажность воздуха находится по формуле

$$\varphi = \frac{\rho}{\rho_{\text{н.п.}}} \cdot 100 \%,$$

где $\rho = \frac{m}{V}$ — плотность водяных паров, $\rho_{\text{н.п.}}$ — плотность насыщенных водяных паров.

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \varphi_2 = \frac{V_1}{V_2} \varphi_1 = 2 \cdot 40 \% = 80 \%.$$

Ответ: 80 %.

Задача 213

Какова относительная влажность воздуха в комнате объёмом 30 м³ при температуре 20 °С, если в нём содержится 180 г воды? Плотность насыщенных водяных паров при температуре 20 °С равна 17,3 г/м³.

Решение. Относительная влажность воздуха определяется по формуле

$$\varphi = \frac{\rho \cdot 100\%}{\rho_{\text{н.п.}}},$$

плотность водяных паров определяется по формуле $\rho = \frac{m}{V}$. Подставляя численные значения, получаем $\varphi = 35\%$.

Ответ: 35 %.

Примеры решения заданий высокого уровня сложности

Задачи на пары и влажность по своему решению принципиально не отличаются от задач на идеальные газы. Новым при решении задач на влажность является использование таблиц упругости и плотности водяных паров и применение формулы относительной влажности. Из таблиц можно взять дополнительные данные к тем, которые известны по условию задачи, и составить вспомогательные уравнения, позволяющие вместе с основным уравнением газового состояния и законом Дальтона определить искомую величину.

При решении задач полезно учитывать следующее:

1. Если задана температура **насыщенного пара**, то его давление и плотность при **этой** температуре можно найти в таблицах.

2. Если заданы температура и давление (плотность) **насыщенного пара**, то его плотность (давление) определяют из уравнения Менделеева — Клапейрона.

3. Давление **насыщенного пара** при температуре **кипения** жидкости равно **атмосферному**. Так, при температуре кипения воды (373 К) давление её **насыщенного пара** равно нормальному атмосферному давлению 10^5 Па.

4. Если известна температура **насыщенного пара** T и его **точка росы** T_p , то с помощью таблиц можно определить **абсолютную и относительную влажность** воздуха при температуре T , так как при температуре T_p это же количество пара будет полностью насыщать данное пространство.

Алгоритм решения задач

1. Установить число состояний газа, обратив особое внимание на то, даётся ли чистый пар жидкости или смесь пара с сухим воздухом.

2. Для каждого состояния пара записать уравнение Менделеева — Клапейрона и формулу относительной влажности (при необходимости). Составить уравнение Менделеева — Клапейрона для каждого состояния сухого воздуха (если даётся смесь пара с сухим воздухом). Если при переходе из одного состояния в другое масса пара не меняется, то вместо уравнения Менделеева — Клапейрона можно применять объединённый газовый закон. С учётом формулы влажности уравнение Менделеева — Клапейрона для пара можно записать в виде

$$P_{\text{н. п.}} \cdot \varphi \cdot V = \frac{m_{\text{п}}}{M_{\text{п}}} RT \quad \text{или} \quad P_{\text{н. п.}} \cdot \varphi = \frac{\rho_{\text{п}}}{M_{\text{п}}} RT,$$

где $P_{\text{н. п.}}$ — давление, которое создавал бы пар, если бы при температуре T он был насыщающим; $\rho_{\text{п}}$ — плотность пара.

3. Выписать математически все дополнительные условия, связывающие величины, входящие в составленные ранее уравнения. Проверить число неизвестных в полученной системе уравнений и решить её относительно искомой величины. Выписывая числовые значения заданных величин, нужно учесть сделанные выше замечания и использовать таблицу давления и плотности насыщенных паров при различных температурах.

Задача 214

В запаянной трубке $V = 4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$ находится водяной пар под давлением $P_{\text{п}} = 8,5 \cdot 10^3 \text{ Па}$ при температуре $T_{\text{п}} = 423 \text{ К}$. Какое количество росы выпадает на стенках трубки при охлаждении пара до температуры $T_{\text{н. п.}} = 295 \text{ К}$?

Дано: $V = 4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$, $P_{\text{п}} = 8,5 \cdot 10^3 \text{ Па}$, $T_{\text{п}} = 423 \text{ К}$, $T_{\text{н. п.}} = 295 \text{ К}$.

Найти: m .

Решение.

В задаче рассматриваются два состояния пара — до и после охлаждения. В первом состоянии при $T_{\text{п}} = 423 \text{ К}$ пар был ненасыщенным, поэтому

при его изохорическом ($V = \text{const}$) охлаждении, начиная с некоторой температуры (точка росы), пар станет насыщенным и дальнейшее понижение до $T_{\text{н. п.}} = 295 \text{ К}$ вызовет его частичную конденсацию.

ВНИМАНИЕ!

Если в задаче не сказано, происходит ли конденсация пара при изохорическом понижении температуры, то это можно установить самим, зная плотность или давление пара. С помощью таблиц нужно только определить, будет ли температура росы $T_p > T_{\text{н. п.}}$ или нет. Если будет, то пар конденсируется.

В данной задаче это неравенство имеет место, следовательно, пар конденсируется. Для нахождения масс воспользуемся уравнением Менделеева — Клапейрона для каждого из двух состояний пара:

$$P_{\text{п}} \cdot V = \frac{m_{\text{п}}}{M_{\text{п}}} RT_{\text{п}},$$

где $P_{\text{п}}$, $m_{\text{п}}$, $T_{\text{п}}$, $M_{\text{п}}$ — параметры состояния пара до охлаждения.

$$P_{\text{н. п.}} \cdot V = \frac{m_{\text{н. п.}}}{M_{\text{п}}} RT_{\text{н. п.}},$$

где $P_{\text{н. п.}}$, $m_{\text{н. п.}}$, $T_{\text{н. п.}}$, $M_{\text{п}}$ — параметры состояния пара после охлаждения и конденсации.

При составлении второго уравнения мы не учитывали объём, занимаемый каплями, и считали давление $P_{\text{н. п.}}$ насыщенного пара известным, т. к. его температура $T_{\text{н. п.}}$ дана. Масса росы $m = m_{\text{п}} - m_{\text{н. п.}}$, и окончательно

$$m = \frac{m_{\text{п}} \cdot C}{R} \cdot \left[\frac{P_{\text{п}}}{T_{\text{п}}} - \frac{P_{\text{н. п.}}}{T_{\text{н. п.}}} \right].$$

Вычисляя, получим $m = 9 \cdot 10^{-6} \text{ кг}$.

Ответ: $m = 9 \cdot 10^{-6} \text{ кг}$.

Задача 215

В комнате размером $V = 10 \times 5 \times 3 \text{ м}^3$ поддерживается температура $T_1 = 293 \text{ К}$, а точка росы $T_2 = 283 \text{ К}$. Определите относительную влажность воздуха и количество водяных паров, содержащихся в комнате.

Дано: $V = 150 \text{ м}^3$, $T_1 = 293 \text{ К}$, $T_2 = 283 \text{ К}$.

Найти: $m_{\text{п}}$, B .

Решение.

Если воздух в комнате содержит некоторое количество водяных паров, то при понижении температуры до точки росы эти пары становятся насыщенными.

Следовательно, можно рассматривать два состояния пара: при данной температуре T_1 и при температуре росы T_2 . Каждое из этих состояний описывается уравнением Менделеева — Клапейрона и формулой относительной влажности.

Давление насыщающих паров можно считать известным, так как известна их температура (точка росы).

Пусть пар, находящийся в комнате объёмом V , при температуре T_1 создаёт давление P_1 и имеет массу $m_{\text{п}}$, тогда $P_1 \cdot V = \frac{m_{\text{п}}}{M_{\text{п}}} RT_1$.

Если при этой температуре давление насыщающих паров равно P_{1H} , то относительная влажность воздуха в комнате $\varphi = \frac{P_1}{P_{1H}} \cdot 100\%$, поскольку истинное давление паров в комнате P_1 .

В случае понижения температуры до T_2 (точка росы) пар в комнате стал бы насыщенным и его давление было бы равно P_{2H} . Для этого состояния мы могли бы записать уравнение $P_{2H} \cdot V = \frac{m_{\text{п}}}{M_{\text{п}}} RT_2$ ($m = \text{const}$). Из этих уравнений следует:

$$\varphi = \frac{P_{2H}}{P_{1H}} \cdot 100\% = \frac{T_1}{T_2} \cdot 100\%; \quad \varphi = 54,5\%.$$

$$m_{\text{п}} = \frac{P_{2H} V M_{\text{п}}}{RT_2}; \quad m_{\text{п}} = 1,4 \text{ кг.}$$

Ответ: $m_{\text{п}} = 1,4 \text{ кг.}$

Задача 216

1 м³ влажного воздуха при относительной влажности $\varphi = 60\%$, температуре $T = 239 \text{ К}$ и нормальном атмосферном давлении имеет массу $m = 1,2004 \text{ кг}$. Определите давление насыщающего водяного пара при температуре T .

Дано: $V = 1 \text{ м}^3$, $\varphi = 60 \%$, $T = 239 \text{ К}$, $m = 1,2004 \text{ кг}$,
 $M_{\text{в}} = 29 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$.

Найти: $P_{\text{н. п.}}$, φ .

Решение.

Влажный воздух представляет собой смесь сухого и влажного пара. Для решения задачи необходимо рассмотреть каждый компонент газа, составив для каждого из них уравнение состояния.

Кроме того, необходимо учесть, что масса m и давление P влажного воздуха складываются соответственно из масс и давлений сухого воздуха и пара:

$$m = m_{\text{в}} + m_{\text{п}}, \quad P = P_{\text{в}} + P_{\text{п}}.$$

Уравнение состояния воздуха без водяного пара: $P_{\text{в}} \cdot V = \frac{m_{\text{в}}}{M_{\text{в}}} RT$.

Отдельно для пара: $P_{\text{п}} \cdot V = \frac{m_{\text{п}}}{M_{\text{п}}} RT$.

И, кроме того,

$$\varphi = \frac{P_{\text{п}}}{P_{\text{н. п.}}} \cdot 100 \%,$$

где $P_{\text{н. п.}}$ — искомое давление насыщающих паров при температуре T . Решая приведённые выше уравнения, получим

$$P_{\text{н. п.}} = \left[\frac{PM_{\text{в}}V - mRT}{(M_{\text{в}} - M_{\text{п}})V} \right] = 2,3 \cdot 10^3 \text{ (Па)}.$$

Ответ: $P_{\text{н. п.}} = 2,3 \cdot 10^3 \text{ Па}$.

Задача 217

В сосуде находится воздух, температура которого $T_1 = 283 \text{ К}$ и влажность $\varphi_1 = 60 \%$. Как изменятся влажность воздуха и его давление, если воздух нагреть до $T_2 = 373 \text{ К}$ и в три раза уменьшить объём? Начальное давление сухого воздуха $P_1 = 3,85 \cdot 10^4 \text{ Па}$, давление насыщающих паров воды при 283 К $P_{\text{Н1}} = 1,2 \cdot 10^3 \text{ Па}$.

Дано: $V_1 = 3V_2$, $\varphi_1 = 60 \%$, $T_1 = 283 \text{ К}$, $T_2 = 373 \text{ К}$, $P_1 = 3,85 \cdot 10^4 \text{ Па}$,
 $P_{\text{н.п.1}} = 1,2 \cdot 10^3 \text{ Па}$.

Найти: ΔP , $\Delta \varphi$.

Решение.

Нам даны два состояния сухого воздуха с паром при различных температурах. Из условия задачи следует, что в процессе нагревания меняются все три параметра состояния и воздуха, и пара.

ВНИМАНИЕ!

Чтобы выбрать исходные уравнения для решения задачи, надо прежде всего установить, изменяется или нет масса пара при переходе его во второе состояние.

Делается это следующим образом. С помощью объединённого газового закона находится давление пара $P_{п2}$ при температуре $T_2 = 373$ К и сравнивается с давлением насыщающего пара при этой же температуре $P_{н.п.2} = 10^5$ Па. Так как большего давления, чем $P_{н.п.2}$, пар при данной температуре иметь не может, то если окажется, что $P_{п2} \gg P_{н.п.2}$, это будет означать, что происходила конденсация, если же $P_{п2} \leq P_{н.п.2}$, то при переходе во второе состояние масса пара не менялась — его недостаточно, чтобы создать давление $P_{н.п.2}$.

В нашем случае $P_{п2} < P_{н.п.2}$, т. е. пар не конденсируется и $m = const$. Следовательно, для решения задачи применимо уравнение объединённого газового закона. При составлении системы уравнений для нахождения изменения относительной влажности достаточно ограничиться (в данной задаче) лишь рассмотрением пара, т. к. все величины по условию задачи относятся только к нему.

Пусть в начальном состоянии при температуре T_1 пар, находящийся во влажном воздухе, имел давление $P_{п1}$ и объём V_1 , а после нагревания до температуры T_2 — $P_{п2}$ и V_2 .

$$\text{Тогда } \frac{P_{п1} \cdot V_1}{T_1} = \frac{P_{п2} \cdot V_2}{T_2}, \text{ т. к. } V_1 = 3V_2,$$

$$\frac{3P_{п1}}{T_1} = \frac{P_{п2}}{T_2}.$$

Относительная влажность воздуха до нагревания

$$\varphi_1 = \frac{P_{п1}}{P_{н.п.1}} \cdot 100 \%,$$

после нагревания

$$\varphi_2 = \frac{P_{п2}}{P_{н.п.2}} \cdot 100 \%,$$

её изменение $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$; $P_{н.п.1}$ и $P_{н.п.2}$ — давление насыщающего пара при температуре T_1 и T_2 .

$$\Delta\varphi = \varphi_1 \left(\frac{3P_{н.п.1} \cdot T_2}{P_{н.п.2} \cdot T_2} - 1 \right) = -57 \%.$$

Знак «минус» означает, что $\varphi_2 < \varphi_1$, т. е. во втором состоянии влажность воздуха уменьшилась.

Изменение ΔP полного давления влажного воздуха равно сумме изменений давлений сухого воздуха и пара:

$$\Delta P = (P_1 + P_{п1}) - (P_2 + P_{п2}).$$

Так как масса воздуха не изменялась и он занимает тот же объём, что и пар, то

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2},$$

откуда

$$\Delta P = (P_1 - P_{н.п.1} \cdot \varphi) \cdot \frac{T_2 - T_1}{T_1} = 1,2 \cdot 10^4 \text{ (Па)}.$$

Ответ: $\Delta P = 1,2 \cdot 10^4 \text{ Па}.$

§ 3. Основы электродинамики

10. Электростатика

10.1. Электризация тел. Взаимодействие зарядов.

Закон сохранения заряда. Закон Кулона

Понятие заряда является основным понятием, которому не так просто дать определение. Существование в природе электрических зарядов является экспериментальным фактом, который обнаруживается после натирания (электризации) тел. Наэлектризованные тела могут взаимодействовать друг с другом (притягиваться или отталкиваться). В природе существуют тела, которые при электризации могут приобретать заряды противоположных знаков: стекло при трении о шёлк электризуется положительно, а пластмасса при трении о шерсть — отрицательно.

Одноимённо заряженные тела отталкиваются, а разноимённо заряженные — притягиваются.

Закон Кулона:

силы взаимодействия двух точечных неподвижных зарядов в вакууме прямо пропорциональны произведению модулей зарядов и обратно пропорциональны квадрату расстояния между ними:

$$F = k \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2}.$$

В этом законе коэффициент пропорциональности $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$, здесь ϵ_0 — электрическая постоянная.

$$k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}.$$

Точечными зарядами называют такие заряды, расстояния между которыми гораздо больше их размеров.

Закон сохранения электрического заряда:

в замкнутой системе алгебраическая сумма зарядов всех частиц остаётся постоянной.

Замкнутой системой называется такая система, в которую не входят извне и из которой не выходят наружу заряды.

10.2. Действие электрического поля на электрические заряды. Напряжённость электрического поля. Принцип суперпозиции электрических полей

Электрическое поле

Для объяснения взаимодействия электрических зарядов вводится понятие электрического поля.

Электрическое поле обладает следующими свойствами:

- а) источником электрического поля является неподвижный заряд;
- б) электрическое поле действует на помещённый в него неподвижный электрический заряд с некоторой силой;
- в) скорость распространения электрического поля равна скорости распространения света в вакууме, т. е. $c = 300\,000$ км/с.

Напряжённость электрического поля

Напряжённостью электрического поля точечного заряда называется отношение силы, действующей на некоторый пробный заряд, помещённый в какую-либо точку поля, к величине этого заряда:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0},$$

q_0 — пробный заряд, помещённый в некоторую точку поля.

Электрическое поле точечного заряда

Найдём напряжённость электрического поля точечного заряда q , создающего это поле, в некоторой точке, находящейся на расстоянии r от заряда q . Внесём в эту точку поля некоторый пробный заряд q_0 . По закону Кулона поле будет действовать на пробный заряд с некоторой силой

$$F = k \frac{|q| \cdot |q_0|}{r^2}.$$

Найдём теперь напряжённость поля точечного заряда q :

$$F = k \frac{qq_0}{r^2 q_0} = k \frac{|q|}{r^2}.$$

Принцип суперпозиции полей:

если в данной точке пространства заряженные частицы создают электрические поля, напряжённости которых $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{E}_3$ и т. д., то результирующая напряжённость поля в этой точке равна сумме напряжённостей полей, создаваемых отдельными зарядами:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots$$

10.3. Потенциальность электростатического поля.**Потенциал, разность потенциалов****Работа электрического поля при перемещении заряда**

Найдём работу перемещения положительного заряда силами Кулона в однородном электрическом поле (см. рис. 151):

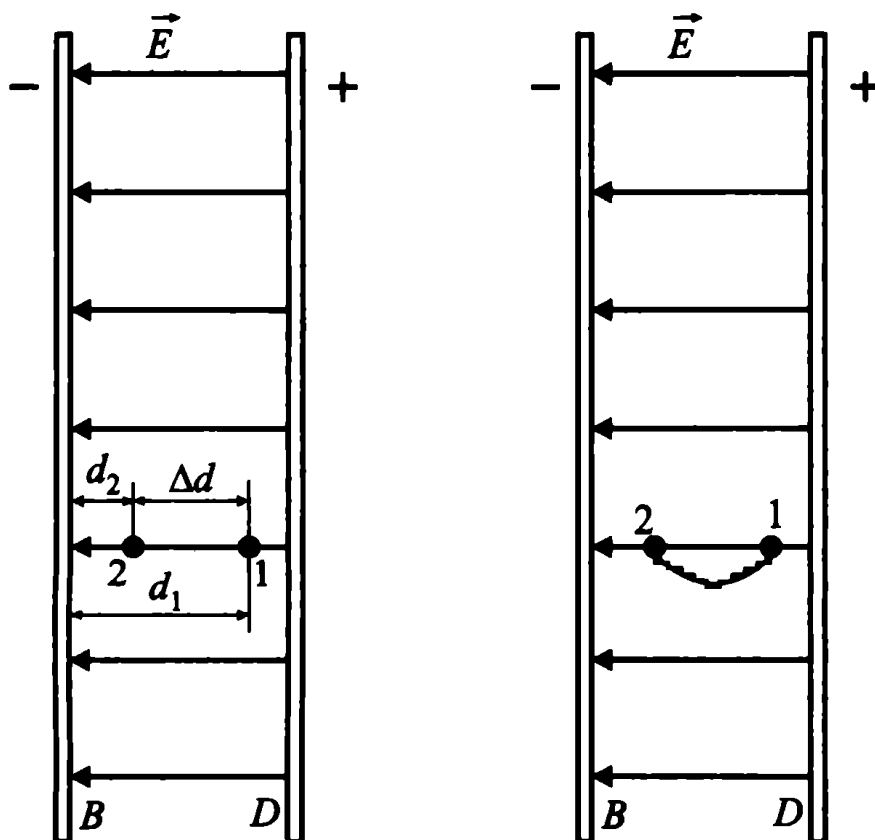


Рис. 151

Пусть поле перемещает заряд q из точки 1 в точку 2:

$$A = qE(d_1 - d_2) = -(qEd_2 - qEd_1).$$

В электрическом поле работа не зависит от формы траектории, по которой перемещается заряд. Из механики известно, что если работа не зави-

сит от формы траектории, то она равна изменению потенциальной энергии с противоположным знаком:

$$A = -(W_{p2} - W_{p1}).$$

Сравнивая эти выражения, видим, что потенциальная энергия заряда в однородном электростатическом поле

$$W_p = qEd.$$

Физический смысл имеет не сама потенциальная энергия, а разность её значений, определяемая работой поля при перемещении заряда из начального положения в конечное.

Потенциал и разность потенциалов

Потенциалом электрического поля называют отношение потенциальной энергии заряда в поле к этому заряду:

$$\varphi = \frac{W_p}{q}.$$

Потенциал поля в точке

$$\varphi = k \frac{q}{r}.$$

Потенциал однородного поля можно рассчитать по формуле

$$\varphi = Ed.$$

Запишем работу поля в виде

$$A = -(W_{p2} - W_{p1}) = -q(\varphi_2 - \varphi_1) = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qU,$$

здесь $U = \varphi_1 - \varphi_2$ — разность потенциалов в начальной и конечной точках траектории. Разность потенциалов называют также напряжением.

Разность потенциалов (напряжение) между двумя точками равна отношению работы поля при перемещении заряда из начальной точки в конечную к этому заряду:

$$U = \frac{A}{q}.$$

Потенциал измеряют в вольтах: $1 \text{ В} = 1 \text{ Дж/1 Кл}$.

10.4. Проводники и диэлектрики в электрическом поле

Проводники в электрическом поле

В проводниках, к которым в первую очередь относятся металлы, имеются свободные заряды (см. рис. 152а). Внутри проводника электрическое поле равно нулю, т. к. если бы оно существовало, то свободные электроны внутри металла пришли бы в упорядоченное движение: в проводнике постоянно существовал бы электрический ток.

При внесении проводника в электростатическое поле электроны внутри него начинают перемещаться под действием этого внешнего поля в сторону, противоположную его направлению. Все свободные электроны переходят на поверхность проводника, а на противоположной стороне его поверхности скапливаются избыточные положительные заряды. В результате внутри проводника появляется собственное электростатическое поле, которое направлено противоположно внешнему электростатическому полю. Эти два поля складываются и компенсируют друг друга. В результате электростатического поля внутри проводника, помещённого во внешнее электрическое поле, нет (см. рис. 152б).

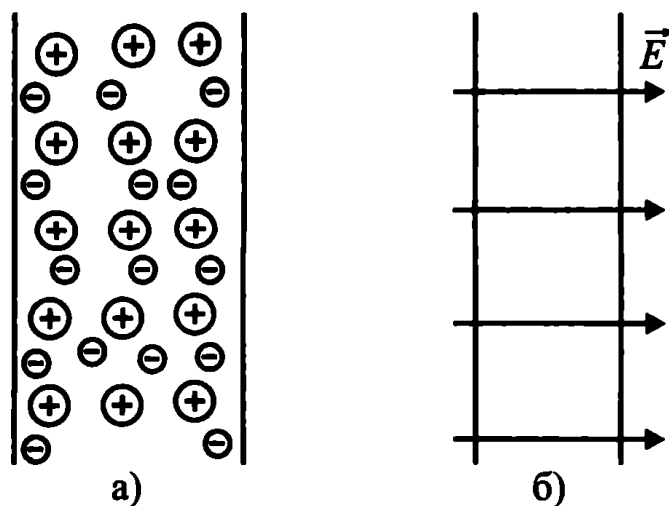


Рис. 152

Диэлектрики в электрическом поле

Диэлектрики, в отличие от проводников, не содержат свободных зарядов. Разноимённые заряды в молекулах диэлектрика прочно связаны друг с другом силами притяжения, поэтому внешнее электрическое по-

ле не может оторвать заряды в молекулах диэлектрика друг от друга (см. рис. 153а). Оно лишь переориентирует молекулы диэлектрика таким образом, что молекулы будут выстраиваться вдоль линий напряжённости внешнего электрического поля своими положительными зарядами в сторону отрицательных зарядов — источников поля и своими отрицательными зарядами в сторону положительных зарядов — источников поля.

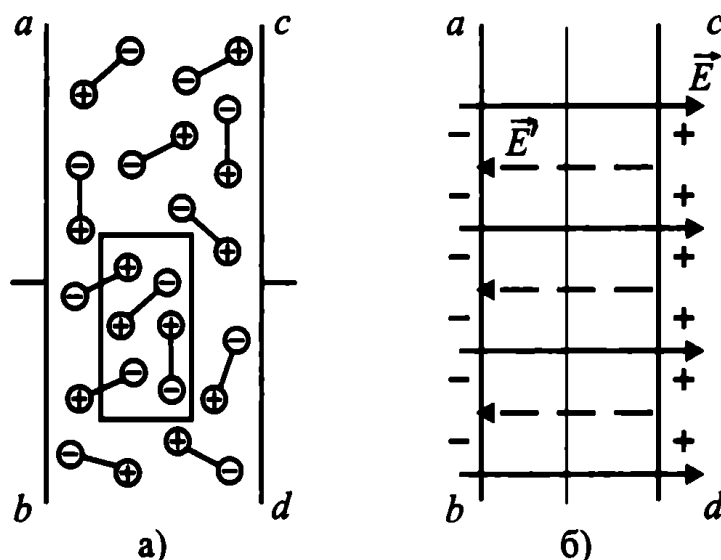


Рис. 153

В результате на поверхности ab появится отрицательный поверхностный заряд, а на поверхности cd — положительный (см. рис. 153б). Это явление называется поляризацией диэлектрика. Следовательно, во внешнем электростатическом поле диэлектрик поляризуется. Эти заряды на поверхности диэлектрика являются связанными и принадлежат только молекулам поверхностного слоя.

Диэлектрическая проницаемость

Связанные заряды на поверхности диэлектрика создают своё электрическое поле напряжённостью \vec{E}' , которое направлено противоположно напряжённости внешнего электрического поля \vec{E}_0 . В этом случае напряжённость \vec{E} внутри диэлектрика не равна напряжённости \vec{E}_0 внешнего электрического поля, а меньше её. Следовательно, внутри диэлектрика, помещённого во внешнее электрическое поле, существует электрическое поле, но меньшей напряжённости, чем внешнее электрическое поле. Диэлектрик, внесённый в электрическое поле, ослабляет его.

Относительная диэлектрическая проницаемость ϵ показывает, во сколько раз напряжённость \vec{E}'_0 электрического поля в вакууме больше напряжённости \vec{E}' поля в диэлектрике:

$$\epsilon = \frac{\vec{E}_0}{\vec{E}'}$$

10.5. Электростатическая ёмкость, конденсатор.

Энергия электрического поля конденсатора

Емкостью двух проводников называют отношение заряда одного из проводников к разности потенциалов между этими двумя проводниками:

$$C = \frac{q}{U}.$$

Емкость измеряют в *фарадах*: $1 \text{ Ф} = \frac{\text{Кл}}{\text{В}}$.

Конденсатор представляет собой два проводника, разделённых слоем диэлектрика, толщина которого мала по сравнению с размерами проводников.

Плоский конденсатор состоит из двух параллельных пластин, пространство между которыми заполнено диэлектриком с относительной диэлектрической проницаемостью ϵ . Ёмкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d},$$

S — площадь пластин конденсатора, d — расстояние между пластинами, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ — электрическая постоянная.

Ёмкость шара

$$C = 4\pi\epsilon_0 R.$$

Энергия электрического поля

Энергию заряженного конденсатора можно найти по формуле

$$W = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}.$$

Объёмная плотность энергии, заключённой в электрическом поле (энергия, приходящаяся на единицу объёма):

$$w = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2}.$$

Примеры решения заданий базового уровня сложности

Задача 218

Стеклянная палочка, натёртая о шерсть, получила заряд $8 \cdot 10^{-15}$ Кл. Сколько электронов передано шерсти?

Решение. Переданный шерсти заряд $q = -8 \cdot 10^{-15}$ Кл кратен заряду электрона $e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, тогда $N = \frac{q}{e} = \frac{-8 \cdot 10^{-15}}{-1,6 \cdot 10^{-19}} = 5 \cdot 10^4$.

Ответ: $5 \cdot 10^4$.

Задача 219

Во сколько раз надо увеличить расстояние между одинаковыми точечными зарядами, чтобы сила взаимодействия не изменилась после извлечения зарядов из воды в воздух? Диэлектрическая проницаемость воды 81.

Решение. В диэлектрике сила взаимодействия между зарядами описывается законом Кулона:

$$F = k \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{\epsilon r^2}.$$

В воздухе эта сила увеличивается в $\epsilon = 81$ раз. Поэтому заряды надо раздвинуть на расстояние, превышающее прежнее в $\sqrt{\epsilon} = 9$ раз.

Ответ: в 9 раз.

Задача 220

Полой металлической сфере на изолированной подставке сообщили положительный заряд (см. рис. 154 на с. 250). В какой(-их) точке(-ах) поля напряжённость наименьшая?

Решение. Наименьшая напряжённость поля равна 0 в точке 1 и точке 2.

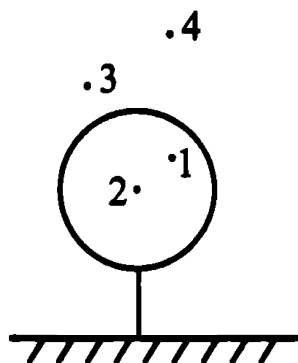


Рис. 154

Ответ: 1 и 2.

Задача 221

В какую сторону направлена напряжённость электростатического поля, созданного электрическим диполем в точке A (см. рис. 155)?

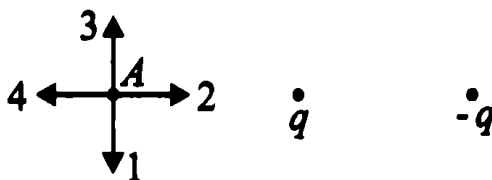


Рис. 155

Решение. Поле, созданное положительным зарядом, направлено по прямой, соединяющей заряд и точку наблюдения от заряда, а созданное отрицательным — к заряду. Положительный заряд ближе к точке A , и напряжённость его поля больше.

Ответ: 4.

Задача 222

В вершинах правильного треугольника ABC расположены одинаковые заряды (см. рис. 156 на с. 251). Укажите направление кулоновской силы, действующей на заряд, расположенный в точке C .

Решение. Кулоновские силы, действующие на заряд, расположенный в точке C , равны по величине и направлены вверх под одинаковым углом. Равнодействующая этих сил направлена вертикально вверх.

Ответ: 2.

Задача 223

Поле в точке A создаётся зарядами $+q$ и $-q$ (см. рис. 157 на с. 251). С каким вектором сонаправлена напряжённость поля в точке A ?

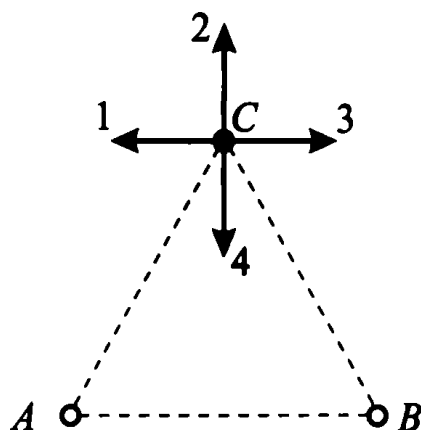


Рис. 156

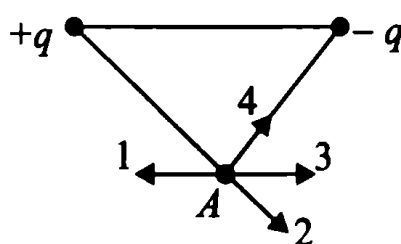


Рис. 157

Решение. Напряжённость поля в точке A будет определяться принципом суперпозиции электрических полей:

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-.$$

Сделаем поясняющий рисунок 158.

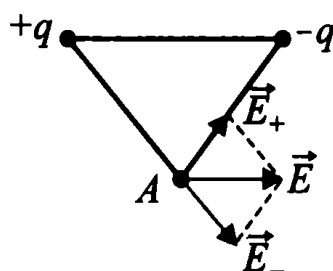


Рис. 158

Ответ: 3.

Задача 224

Какова напряжённость поля, создаваемого электрическим зарядом 3 нКл, в точке, удалённой от него на расстояние 2 см?

Решение. Напряжённость поля точечного заряда

$$E = k \frac{|q|}{r^2}.$$

Считаем:

$$E = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-9}}{(2 \cdot 10^{-2})^2} = 6,75 \cdot 10^4 \text{ (В/м)} = 67,5 \text{ (кВ/м)}.$$

Ответ: 67,5 кВ/м.

Задача 225

Отрицательный точечный заряд создаёт электростатическое поле, отношение модулей напряжённостей которого в точках A и B равно 9. Чему равно отношение расстояний от точечного заряда до точек A и B ?

Решение. Модуль напряжённости точечного заряда Q на расстоянии r от него определяется как

$$E = k \frac{|Q|}{r^2},$$

записывая значение напряжённостей в точках A и B ,

$$E_A = k \frac{|Q|}{r_A^2}, \quad E_B = k \frac{|Q|}{r_B^2},$$

и деля их друг на друга, получаем:

$$\frac{E_A}{E_B} = \left(\frac{r_B}{r_A} \right)^2 = 9.$$

Отсюда $\frac{r_A}{r_B} = \frac{1}{3}.$

Ответ: $\frac{1}{3}.$

Задача 226

Напряжённость поля в данной точке направлена на юг. Куда будет направлена сила, действующая со стороны поля на протон?

Решение. Сила, действующая на протон со стороны электрического поля: $\vec{F} = e\vec{E}$, т. к. заряд протона положителен, то $\vec{F} \uparrow \vec{E}$.

Ответ: на юг.

Задача 227

Между пластинами заряженного плоского конденсатора поместили диэлектрик с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 4$ так, что он полностью заполнил объём между пластинами. Как изменились ёмкость конденсатора и заряд на его пластинах, если конденсатор отключён от источника?

Для каждой физической величины определите соответствующий характер изменения:

- 1) увеличилась
- 2) уменьшилась
- 3) не изменилась

Запишите в таблицу выбранные цифры для каждой физической величины. Цифры в ответе могут повторяться.

Ёмкость конденсатора	Заряд на пластинах конденсатора

Решение. Ёмкость плоского конденсатора пропорциональна диэлектрической проницаемости диэлектрика, находящегося внутри него:

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d}.$$

Следовательно, после введения диэлектрика ёмкость конденсатора увеличится в 4 раза, а поскольку конденсатор от источника отключён, то заряд на его пластинах при введении диэлектрика не изменится.

Ответ: 13.

Примеры решения заданий повышенного уровня сложности

Задача 228

Положительно заряженное тело массой $m = 1$ мкг и зарядом $q = 5$ пКл поместили в вертикально направленное однородное электростатическое поле. Какой должна быть напряжённость электростатического поля, чтобы ускорение тела было равно нулю?

Решение. На тело действуют сила тяжести $F_1 = mg$ и сила взаимодействия с электростатическим полем $F_2 = qE$. Эти силы должны быть направлены в противоположных направлениях и равны по величине.

$$mg = qE \Rightarrow E = \frac{mg}{q} = \frac{10^{-9} \cdot 10}{5 \cdot 10^{-12}} = 2 \cdot 10^3 \text{ (В/м)}.$$

Ответ: $2 \cdot 10^3$ В/м.

Задача 229

На одной прямой на расстоянии 1, 2 и 4 м от начала координат находятся заряды (см. рис. 159). Их величины равны $+q$, $-2q$ и Q соответственно. Каким должен быть заряд Q , чтобы напряжённость электрического поля в начале координат равнялась нулю?

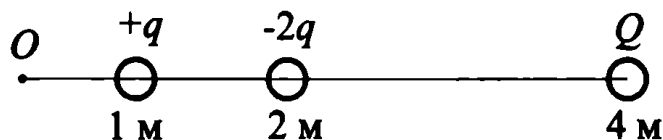


Рис. 159

Решение. Вектор напряжённости электростатического поля:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = 0.$$

$$-E_1 + E_2 + E_3 = 0.$$

$$E = \frac{k|q_1|}{R_1^2} + \frac{k|q_2|}{R_2^2} + \frac{k|q_3|}{R_3^2} = 0.$$

$$-\frac{k|q|}{1} + \frac{k|-2q|}{2^2} + \frac{k|Q|}{4^2} = 0 \Rightarrow Q = -\frac{q}{2} \cdot 16 = -8q.$$

Ответ: $-8q$.

Задача 230

Электрон двигался в однородном электрическом поле напряжённостью 0,01 В/м. Не имея начальной скорости, он за 1 мкс разогнался до скорости...

Решение. Электрон движется равноускоренно, следовательно, $v = at$. Уравнение второго закона Ньютона

$$ma = eE \rightarrow a = \frac{eE}{m},$$

$$v = \frac{eEt}{m} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 0,01 \text{ В/м} \cdot 10^{-6}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}} = 1,758 \cdot 10^3 \text{ м/с}.$$

Ответ: $1,8 \cdot 10^3 \text{ м/с}$.

Задача 231

Одноимённо заряженные шарики, находящиеся на расстоянии 2 м друг от друга, взаимодействуют с силой 1 Н. Общий заряд шариков $5 \cdot 10^{-5}$ Кл. Чему равен меньший по модулю из взаимодействующих зарядов?

Решение. Введём обозначения: $q_1 = |q_1|$, $q_2 = |q_2|$. Общий заряд шариков q равен сумме зарядов $q = q_1 + q_2$. Закон Кулона для этих зарядов:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} = k \frac{q_1 (q - q_1)}{r^2}.$$

Это соотношение приводит к квадратному уравнению для заряда q_1 :

$$q_1^2 - q q_1 + \frac{F r^2}{k} = 0;$$

$$q_1^2 - 5 \cdot 10^{-5} q_1 + 4,4 \cdot 10^{-10} = 0; \quad q_1 = 1,14 \cdot 10^{-5} \text{ Кл.}$$

Ответ: $1,14 \cdot 10^{-5}$ Кл.

Задача 232

Каков радиус орбиты электрона в атоме водорода, если он притягивается к ядру с силой 5,2 нН? Ответ округлите до сотых.

Решение. Сила притяжения:

$$F = k \frac{e^2}{r^2},$$

$$r = \sqrt{k \frac{e^2}{F}} = e \sqrt{\frac{k}{F}}.$$

$$r = 1,6 \cdot 10^{-19} \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9}{5,2 \cdot 10^{-9}}} = 0,21 \text{ (нм)}.$$

Ответ: 0,21 нм.

Задача 233

Конденсатор ёмкостью 10^{-6} Ф зарядили от источника ЭДС с $\mathcal{E} = 10$ В, отсоединили от источника и расстояние между обкладками увеличили в 2 раза. Энергия, запасённая в конденсаторе, после этого равна ...

Решение. Заряд на конденсаторе был $q = C\mathcal{E}$, он не изменился после раздвижения обкладок. Энергия стала $W = \frac{q^2}{2C_1}$, где $C_1 = \frac{C}{2}$.

$$W = \frac{C^2 \mathcal{E}^2 \cdot 2}{2C} = C \mathcal{E}^2 = 10^{-6} \text{ Ф} \cdot 10^2 \text{ В}^2 = 10^{-4} \text{ Дж.}$$

Ответ: 10^{-4} Дж.

Задача 234

Два заряда, $q_1 = 4,0 \cdot 10^{-8}$ Кл и $q_2 = -1,0 \cdot 10^{-8}$ Кл, находятся на расстоянии $r = 6$ см друг от друга. Определите модуль $|\vec{E}|$ и потенциал φ электрического поля в точке, лежащей посередине отрезка, соединяющего заряды.

Решение.

Делаем рисунок.

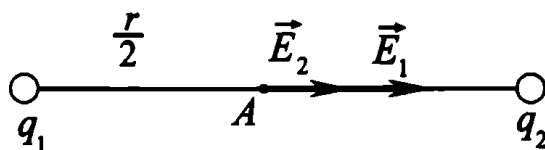


Рис. 160

В точке A электростатическое поле создаётся обоими зарядами. Векторы напряжённости \vec{E}_1 и \vec{E}_2 электростатического поля, созданного зарядами, в точке A направлены от заряда $+q_1$ к заряду $-q_2$ (см. рис. 160).

Результирующая напряжённость \vec{E} поля в точке A , согласно принципу суперпозиции полей:

$$\vec{E}_A = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

Так как векторы \vec{E}_1 и \vec{E}_2 сонаправлены, то модуль вектора \vec{E}_A равен:

$$E_A = E_1 + E_2 = \frac{|q_1|}{4\pi\epsilon_0\left(\frac{r}{2}\right)^2} + \frac{|q_2|}{4\pi\epsilon_0\left(\frac{r}{2}\right)^2};$$

$$E_A = \frac{|q_1| + |q_2|}{\pi\epsilon_0 r^2} = 5 \cdot 10^5 \text{ (В/м)}.$$

Потенциал φ_A результирующего поля в точке A равен алгебраической сумме потенциалов, созданных зарядами $+q_1$ и $-q_2$:

$$\varphi_A = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 \frac{r}{2}} - \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 \frac{r}{2}} = \frac{q_1 - q_2}{2\pi\epsilon_0 r},$$

$$\varphi_A = \frac{(4,0 \cdot 10^{-8} - 1,0 \cdot 10^{-8})}{2 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 6 \cdot 10^{-2}} = 9,0 \cdot 10^3 \text{ (В)}.$$

Ответ: $E = 5 \cdot 10^5$ В/м, $\varphi = 9,0 \cdot 10^3$ В.

Задача 235

Однородное электростатическое поле создано равномерно заряженной протяжённой горизонтальной пластиной. Линии напряжённости поля направлены вертикально вниз (см. рис. 161).

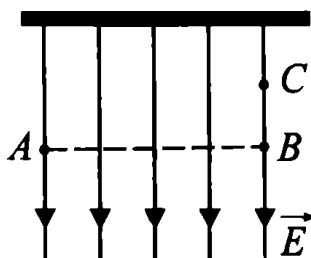


Рис. 161

Из приведённого ниже списка выберите все верные утверждения на основании данных, приведённых на рисунке. Запишите цифры, под которыми они указаны.

- 1) Пластина имеет отрицательный заряд.
- 2) Напряжённость поля в точке A равна напряжённости поля в точке C .
- 3) Потенциал электростатического поля в точке C равен потенциалу поля в точке B .
- 4) Работа электростатического поля по перемещению пробного точечного отрицательного заряда из точки B и в точку C равна нулю.
- 5) Работа электростатического поля по перемещению пробного точечного отрицательного заряда из точки A и в точку B равна нулю.

Решение. Рассмотрим каждое из утверждений.

1. Пластина заряжена положительно (линии напряженности выходят из пластины). Первое утверждение ложное.

2. Напряжённость поля одинакова во всех точках под пластиной. Второе утверждение верное.

3. По мере удаления от положительно заряженной пластины потенциал убывает. Следовательно, потенциал поля в точке B меньше, чем в точке C . Третье утверждение ложное.

4. Потенциал поля в точке B меньше, чем в точке C , следовательно работа по перемещению пробного заряда между этими точками не равна

нулю. Четвертое утверждение ложное.

5. Потенциал поля в точках A и B одинаковые, следовательно, работа по перемещению пробного заряда между этими точками равна нулю. Пятое утверждение верное.

Ответ: 25.

Примеры решения заданий высокого уровня сложности

1. Равновесие и движение точечных зарядов в электрическом поле.

Алгоритм решения задач

1. Установить, какие силы действуют на рассматриваемые заряды, и изобразить их на чертеже.
2. Записать уравнение равновесия зарядов в векторном виде.
3. Выбрать оси координат и спроецировать полученное векторное уравнение на эти оси.
4. Решить полученную систему уравнений относительно неизвестных величин.

Задача 236

Два одинаковых проводящих шарика, массы которых равны $m_1 = m_2 = 0,01$ г, подвешены в одной точке на нитях длиной $l = 1$ м. Один из шариков отвели в сторону и сообщили ему заряд q , затем привели в соприкосновение с другим шариком, после чего шарики разошлись на расстояние $r = 0,14$ м. Определите модуль заряда q .

Дано: $m_1 = m_2 = 10^{-5}$ кг, $l = 1$ м, $r = 0,14$ м.

Найти: $|q|$.

Решение.

Делаем рисунок.

На каждый шарик действуют три силы. Так, к шарiku 1 приложены $m_1 \vec{g}_0$ — сила тяжести; \vec{T}_1 — сила натяжения нити; \vec{F}_K — кулоновская сила

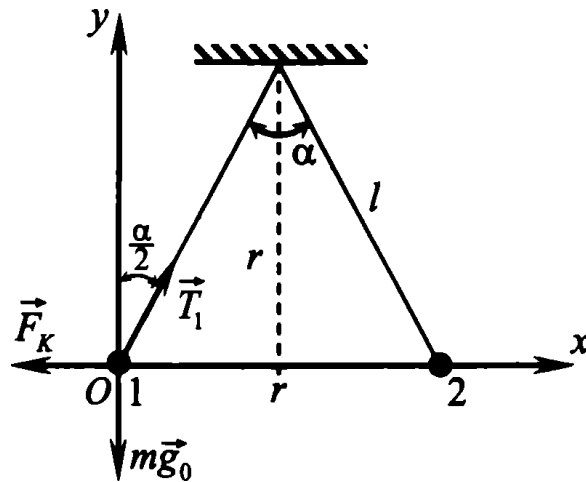


Рис. 162

отталкивания, действующая со стороны другого заряда (заряд шарика 2) (см. рис. 162).

Запишем условие равновесия для шарика 1 в векторном виде:

$$\vec{F}_K + \vec{T}_1 + m_1 \vec{g}_0 = 0.$$

Спроецируем это уравнение на выбранные оси координат:

$$Ox: -F_K + T_1 \sin \frac{\alpha}{2} = 0;$$

$$Oy: -m_1 g + T_1 \cos \frac{\alpha}{2} = 0.$$

$$\text{Отсюда следует: } F_K = m_1 g \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}. \quad (1)$$

$$\text{Из рисунка видно, что } \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\frac{r}{2}}{\sqrt{l^2 - \frac{r^2}{4}}} = \frac{r}{\sqrt{4l^2 - r^2}}. \quad (2)$$

По закону Кулона модуль силы, с которым заряд q_2 шарика 2 действует на заряд q_1 шарика 1, $F_K = \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{4\pi\epsilon_0 r^2}$.

Радиусы шариков одинаковы, поэтому при соприкосновении шариков заряд q распределился между ними поровну: $q_1 = q_2 = \frac{q}{2}$, следовательно,

$$F_K = \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 r^2}.$$

Подставив это выражение в уравнение (1) с учётом (2), получим:

$$\frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 r^2} = m_1 g \frac{r}{\sqrt{4l^2 - r^2}},$$

откуда

$$q = \pm \frac{\sqrt{16\pi\epsilon_0 r^2 m_1 g r}}{\sqrt[4]{4l^2 - r^2}} = \pm \frac{4r \sqrt{\pi\epsilon_0 m_1 g r}}{\sqrt[4]{4l^2 - r^2}}.$$

Подставляя числовые значения физических величин, получим

$$q = \pm 7,8 \text{ нКл.}$$

Знаки \pm означают, что заряд q может быть как положительным, так и отрицательным.

Ответ: $q = \pm 7,8 \text{ нКл.}$

Задача 237

Электрон влетает в плоский воздушный конденсатор параллельно его пластинам со скоростью $v_0 = 6,0 \cdot 10^7 \text{ м/с}$. Расстояние между пластинами $d = 1 \text{ см}$, разность потенциалов $\Delta\varphi = 600 \text{ В}$. Найдите отклонение h электрона, вызванное полем конденсатора, если длина его пластин $l = 5 \text{ см}$. Модуль заряда электрона $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$; его масса $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$.

Дано: $v_0 = 6,0 \cdot 10^7 \text{ м/с}$, $d = 1 \text{ см} = 10^{-2} \text{ м}$, $\Delta\varphi = 600 \text{ В}$, $l = 5 \text{ см} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$, $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$, $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$.

Найти: h .

Решение.

Делаем рисунок.

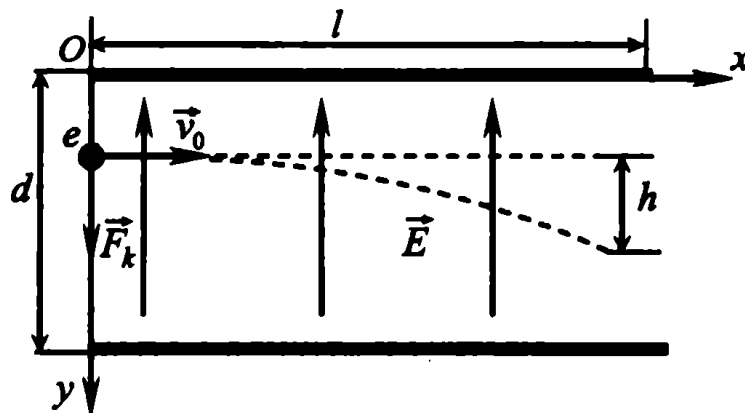


Рис. 163

На электрон действует одна сила \vec{F}_k со стороны электростатического поля конденсатора (см. рис. 163) (силой тяжести пренебрегаем).

Уравнение движения электрона есть

$$\vec{F}_K = m\vec{a},$$

т. к. $\vec{F} = e\vec{E}$, то

$$e\vec{E} = m\vec{a}.$$

Спроецируем полученное векторное уравнение на выбранные оси координат (учтём при этом, что электрон имеет отрицательный заряд): $|e|E = ma$.

Поскольку для однородного электростатического поля (поля конденсатора) $E = \frac{\Delta\varphi}{d}$, то

$$|e|\frac{\Delta\varphi}{d} = ma. \quad (1)$$

Уравнение для радиус-вектора \vec{r} электрона: $\vec{r} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}$.

Спроецируем это векторное уравнение на выбранные оси координат:

$$Ox: x = v_0 t;$$

$$Oy: y = \frac{at^2}{2}.$$

Полагая, что $x = l$, найдём время t_1 , в течение которого электрон будет двигаться в электростатическом поле между обкладками конденсатора:

$$t_1 = \frac{l}{v_0}.$$

Тогда искомое смещение электрона по оси Oy $h = \frac{at_1^2}{2} = \frac{al^2}{2v_0^2}$.

Модуль ускорения $|\vec{a}|$ электрона выразим из уравнения (1) и окончательно будем иметь $h = \frac{|e|\Delta\varphi l^2}{dm2v_0^2}$.

Подставляя в это уравнение численные значения величин, получим: $h = 3,7 \cdot 10^{-3}$ м.

Ответ: $h = 3,7 \cdot 10^{-3}$ м.

Задача 238

Протон, летящий по направлению к неподвижному ядру двукратно ионизированного атома гелия, в некоторой точке поля ядра с напряжён-

ностью $E = 100 \text{ В/см}$ имеет скорость $v = 10^4 \text{ м/с}$. На какое расстояние протон может приблизиться к ядру? Заряд протона $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$, масса $m = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$.

Дано: $E = 10^4 \text{ В/м}$, $v = 10^4 \text{ м/с}$, $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$, $m = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$.

Найти: r_2 .

Решение.

В состав ядра атома гелия входят два протона, поэтому летящий к нему протон будет тормозиться полем ядра и на некотором расстоянии от ядра остановится. Так как поле ядра неоднородно, то на движущийся протон действует переменная сила, поэтому для решения задачи удобнее воспользоваться законом сохранения и превращения механической энергии.

$$E_{K2} - E_{K1} = A. \quad (1)$$

Приращение кинетической энергии протона равно работе внешних сил над протоном — работе сил поля:

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Здесь φ_1 — потенциал ядра поля в той точке, где протон обладал кинетической энергией: $E_{K1} = \frac{mv^2}{2}$; φ_2 — потенциал ядра поля в той точке, где протон остановился: $E_{K2} = 0$.

Если расстояния от ядра до указанных точек поля равны r_1 и r_2 , то

$$\varphi_1 = \frac{2q}{4\pi\epsilon_0 r_1}; \quad \varphi_2 = \frac{2q}{4\pi\epsilon_0 r_2};$$

$2q$ — заряд ядра.

Выражение для работы примет вид: $A = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$,

а уравнение (1): $\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = -\frac{mv^2}{2}. \quad (2)$

Расстояние r_1 , на котором находился протон, когда его скорость была v_0 , найдём из соотношения $E = \frac{2|q|}{4\pi\epsilon_0 r_1^2}$, т. к. напряжённость поля, создаваемая ядром в этой точке, известна.

$$r_1 = \sqrt{\frac{q}{4\pi\epsilon_0 E}}; \quad r_1 = 5,35 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

Решая уравнения (2), получим

$$r_2 = \frac{q^2 r_1}{q^2 + \pi \epsilon_0 r_1 m v^2}; \quad r_2 = 5,50 \cdot 10^{-9} \text{ м.}$$

Ответ: $r_2 = 5,50 \cdot 10^{-9} \text{ м.}$

Задача 239

Небольшой металлический шарик массой m , на котором находится заряд $-q$, подвешен на нити длиной l , колеблется по закону математического маятника над бесконечно заряженной плоскостью с поверхностной плотностью заряда σ . Найдите период колебаний маятника.

Дано: $m, -q, l, \sigma$.

Найти: T .

Решение.

Период колебаний математического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

где g — полное ускорение, действующее на шарик.

В данном случае колебания заряженного шарика происходят в однородном электрическом поле, созданном равномерно заряженной плоскостью. Это поле действует на отрицательно заряженный шарик с силой \vec{F}_K и сообщает ему постоянное ускорение \vec{a} , направленное вертикально вниз, т. е. по направлению \vec{g} — ускорения свободного падения. Следовательно, $g = g + a$ и $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g+a}}$, ускорение $a = \frac{F}{m}$, где $F = qE$ сила, действующая на шарик с зарядом q в электрическом поле с напряжённостью \vec{E} , создаваемой бесконечно заряженной плоскостью:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0},$$

следовательно, $F = \frac{q\sigma}{2\epsilon_0 m}$, тогда $a = \frac{q\sigma}{2\epsilon_0 m}$, и период колебаний

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2\epsilon_0 m l}{2\epsilon_0 g m + q\sigma}}.$$

Ответ: $T = 2\pi \sqrt{\frac{2\epsilon_0 m l}{2\epsilon_0 g m + q\sigma}}.$

2. Расчёт напряжённости и потенциала электростатического поля, созданного системой точечных зарядов и заряженных тел

Алгоритм решения задач

В основе расчёта \vec{E} и φ лежат определения этих величин, закон Кулона и принцип суперпозиции электростатических полей.

1. Установить, какие заряды создают поле.
2. Выбрать такую инерциальную систему отсчёта, относительно которой заряды, создающие поле, покоятся.

ВНИМАНИЕ! Только в этом случае поле будет электростатическим.

3. Определить направление векторов напряжённости электростатического поля \vec{E}_i , создаваемого каждым зарядом в отдельности в заданной точке; изобразить их на рисунке.

4. Записать математическое выражение принципа суперпозиции электростатических полей в его конкретной форме: $\vec{E} = \sum \vec{E}_i$ или $\varphi = \sum \varphi_i$.

5. Решить полученную систему уравнений относительно неизвестных величин.

Задача 240 *

Проводящий шар радиусом r имеет поверхностную плотность заряда σ . Определите напряжённость $|\vec{E}|$ и потенциал электростатического поля φ на расстоянии $R = \frac{r}{2}$ и $R = 2r$ от центра шара.

Дано: r, σ .

Найти: $|\vec{E}_A|, |\vec{E}_B|, \varphi_A, \varphi_B$.

Решение.

Делаем рисунок.

Напряжённость электрического поля внутри проводника отсутствует, поэтому в точке A (см. рис. 164 на с. 265) $E_A = 0$, а потенциал внутри проводящего шара постоянен:

$$\varphi_A = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}, \text{ где } Q = \sigma \cdot 4\pi r^2.$$

Напряжённость и потенциал в точке B вне шара соответственно равны:

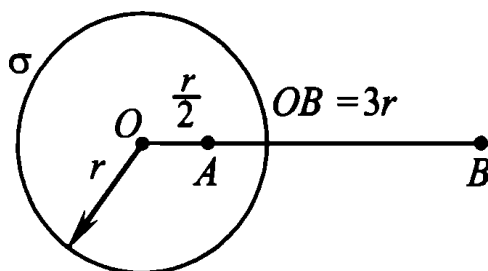


Рис. 164

$$|\vec{E}_B| = \frac{|Q|}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{|\sigma| \cdot 4\pi r^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot 4r^2} = \frac{|\sigma|}{4\epsilon_0};$$

$$\varphi_B = \frac{|Q|}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{\sigma \cdot 4\pi r^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot 2r} = \frac{\sigma \cdot r}{2\epsilon_0}.$$

Внутри шара $\varphi_A = \frac{|Q|}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{\sigma \cdot 4\pi r^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot r} = \frac{\sigma \cdot r}{\epsilon_0} = \text{const.}$

Ответ: $\varphi_A = \frac{\sigma \cdot r}{\epsilon_0}, \varphi_B = \frac{\sigma \cdot r}{2\epsilon_0}, |\vec{E}_A| = 0, |\vec{E}_B| = \frac{|\sigma|}{4\epsilon_0}.$

Задача 241

Определите разность потенциалов между двумя точками поля 1 и 2, расположенными на оси Ox , с координатами x_1 и x_2 (см. рис. 165) от равномерно заряженной бесконечной плоскости с поверхностной плотностью заряда σ .

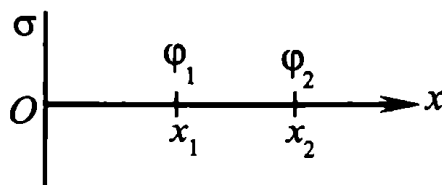


Рис. 165

Дано: σ .

Найти: $\varphi_1 - \varphi_2$.

Решение.

Электростатическое поле, создаваемое плоскостью, однородно, поэтому для решения задачи можно воспользоваться формулой $E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}$.

Так как $d = x_2 - x_1$, а напряжённость электростатического поля, создаваемая бесконечно заряженной плоскостью, $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$, где σ — поверх-

ностная плотность заряда, то $\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{x_2 - x_1}$. Откуда искомая разность

потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(x_2 - x_1)$.

Ответ: $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(x_2 - x_1)$.

ВНИМАНИЕ!

Из последнего соотношения легко получить соотношение для разности потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ между двумя равномерно разноимённо заряженными бесконечными параллельными плоскостями. $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0}$, здесь учтено, что $d = x_2 - x_1$, а напряжённость поля между двумя плоскостями $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$.

Задача 242

Определите ёмкость

- а) уединённого металлического шара радиусом R , находящегося в среде с диэлектрической проницаемостью ε ;
- б) конденсатора, состоящего из двух проводящих сфер радиусами R и r и общим центром (сферический конденсатор).

Решение.

- а) Электроёмкость уединённого проводника, имеющего заряд q и потенциал φ , определяют по формуле $C_1 = \frac{q}{\varphi}$, для шара $\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R}$, откуда $C_1 = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R$.

- б) Взаимную электроёмкость двух проводников (в нашем случае обкладок сферического конденсатора) можно вычислить, применяя формулу

$$C_2 = \frac{q_1}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q_2}{\varphi_2 - \varphi_1},$$

где q_1 и q_2 — заряды первой (внутренней) и второй (внешней) сферы соответственно; $\varphi_1 - \varphi_2$ — разность потенциалов между первой и второй сферами, $\varphi_2 - \varphi_1$ — наоборот.

С учётом того, что $|q_1| = |q_2|$ и потенциалы сфер

$$\varphi_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r}, \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R},$$

имеем

$$C_2 = \frac{q_1}{\frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} - \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R}} = \frac{4\pi\epsilon\epsilon_0 r R}{R - r}.$$

Таким образом, ёмкость сферического конденсатора

$$C_2 = \frac{4\pi\epsilon\epsilon_0 r R}{R - r},$$

где ϵ — диэлектрическая проницаемость среды между обкладками (сферами) конденсатора.

Ответ: $C_1 = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R, C_2 = \frac{4\pi\epsilon\epsilon_0 r R}{R - r}.$

ВНИМАНИЕ!

Формулами (*) и (**) часто пользуются при решении других задач (без вывода).

Задача 243

Металлический шар радиусом $r_1 = 2 \cdot 10^{-2}$ м, заряженный до потенциала $\varphi_1 = 30$ В, соединили тонкой длинной проволокой с шаром ёмкостью $C_2 = 3 \cdot 10^{-12}$ Ф, на котором находился заряд $q_2 = 1,0 \cdot 10^{-8}$ Кл. Определите поверхностную плотность зарядов на шариках.

Дано: $r_1 = 2 \cdot 10^{-2}$ м, $\varphi_1 = 30$ В, $C_2 = 3 \cdot 10^{-12}$ Ф, $q_2 = 1,0 \cdot 10^{-8}$ Кл.

Найти: σ'_1 и σ'_2 .

Решение.

При соединении шаров проводником (проволокой) заряды будут переходить с одного шара на другой до тех пор, пока потенциалы шаров станут одинаковыми, т. е. $\varphi'_1 = \varphi'_2$.

ВНИМАНИЕ!

Часто ошибочно полагают, что заряды будут переходить до тех пор, пока не станут равными на обоих проводниках (шарах).

Потенциалы шаров можно выразить через их ёмкости и заряды:

$$\frac{q'_1}{C_1} = \frac{q'_2}{C_2}, \quad (1)$$

где C_1 и C_2 — ёмкости шаров; q'_1 и q'_2 — заряды на них после перераспределения.

Ёмкости шаров связаны с их радиусами соотношением

$$C_1 = 4\pi\epsilon\epsilon_0 r_1 \text{ и } C_2 = 4\pi\epsilon\epsilon_0 r_2. \quad (2)$$

При всяком перераспределении зарядов в изолированной системе, состоящей из двух заряженных шаров, сумма зарядов остаётся неизменной:

$$q_1 + q_2 = q'_1 + q'_2, \quad (3)$$

где $q_1 + q_2$ — общий заряд шаров до их соединения проволокой; $q'_1 + q'_2$ — общий заряд шаров после соединения.

Начальный заряд q_1 первого шара можно найти, зная его ёмкость C_1 и начальный потенциал φ_1 :

$$q_1 = C_1 \varphi_1. \quad (4)$$

Уравнения 1—4 позволяют определить q'_1 и q'_2 .

Поверхностная плотность зарядов на шарах после перераспределения

зарядов равна: $\sigma'_1 = \frac{q'_1}{4\pi r_1^2}$; $\sigma'_2 = \frac{q'_2}{4\pi r_2^2}$ или

$$\sigma'_1 = \frac{\epsilon_0(4\pi\epsilon_0 r_1 \varphi_1 + q_2)}{(4\pi\epsilon_0 r_1 + C_2)r_1}, \quad \sigma'_1 = 5,6 \cdot 10^{-8} \text{ (Кл/м}^2\text{)},$$

$$\sigma'_2 = \frac{4\pi\epsilon_0^2(4\pi\epsilon_0 r_1 \varphi_1 + q_2)}{(4\pi\epsilon_0 r_1 + C_2)C_2}, \quad \sigma'_2 = 4,2 \cdot 10^{-8} \text{ (Кл/м}^2\text{)}.$$

Ответ: $\sigma'_1 = 5,6 \cdot 10^{-8} \text{ Кл/м}^2$, $\sigma'_2 = 4,2 \cdot 10^{-8} \text{ Кл/м}^2$.

Задача 244

Три заряженные капли воды, каждая радиусом $r = 1 \text{ мм}$, сливаются в одну большую. Найдите потенциал φ большой капли. Заряд каждой маленькой капли $q = 10^{-10} \text{ Кл}$.

Дано: $n = 3$, $\epsilon = 1$, $q = 10^{-10}$ Кл, $r = 1$ мм $= 10^{-3}$ м,
 $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

Найти: φ .

Решение.

Потенциал большой капли равен отношению её заряда Q к ёмкости C . $\varphi = \frac{Q}{C}$, где $Q = nq$ (по закону сохранения электрического заряда). $C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R$, тогда

$$\varphi = \frac{nq}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R},$$

где R — радиус большой капли — можно найти из условия $V_1 = V_2$, где $V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3$ — объём большой капли; $V_2 = n\frac{4}{3}\pi r^3$ — суммарный объём, n — число маленьких капель.

Отсюда $R = rn^{\frac{1}{3}}$, таким образом,

$$\varphi = \frac{nq}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R} = \frac{n^{\frac{2}{3}}q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} = 1,9 \text{ (кВ)}.$$

Ответ: $\varphi = 1,9$ кВ.

Задача 245

Расстояние между пластинами плоского воздушного конденсатора, присоединённого к источнику напряжения с $U = 180$ В, $d_1 = 5,0$ мм. Площадь одной пластины $S = 175$ см². Найдите работу внешних сил по раздвижению пластин до расстояния $d_2 = 12$ мм в двух случаях:

- 1) конденсатор перед раздвижением пластин отключён от источника;
- 2) конденсатор в процессе раздвижения пластин всё время соединён с источником.

Дано: $U = 180$ В, $d_1 = 5 \cdot 10^{-3}$ м, $d_2 = 12 \cdot 10^{-3}$ м, $S = 0,0175$ м²,
 $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, $\epsilon = 1$.

Найти: A_1 и A_2 .

Решение.

Работа внешних сил по раздвижению пластин в обоих случаях равна приращению энергии конденсатора: $A = W_2 - W_1$, где W_2 и W_1 — энергия конденсатора после и до раздвижения пластин.

1) Энергия W_1 и электроёмкость C_1 конденсатора до раздвижения пластин: $W_1 = \frac{q_1^2}{2C_1}$, $C_1 = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d_1}$, а после раздвижения пластин: $W_2 = \frac{q_2^2}{2C_2}$,
 $C_2 = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d_2}$.

ВНИМАНИЕ!

Если конденсатор отключён от источника, то заряд на его обкладках в процессе раздвижения пластин сохраняется: $q = \text{const}$ (другие физические величины могут изменяться).

Таким образом, $q_1 = q_2 = q$, с другой стороны, $q = C_1 U$.

Учитывая это,

$$\begin{aligned} A_1 = W_2 - W_1 &= \frac{\epsilon_0^2 \epsilon^2 S^2 U^2 d_2}{2d_1^2 \epsilon_0 \epsilon S} - \frac{\epsilon_0^2 \epsilon^2 S^2 U^2 d_1}{2d_1^2 \epsilon_0 \epsilon S} = \\ &= \frac{\epsilon_0 \epsilon S U^2 (d_2 - d_1)}{2d_1^2} = 7 \cdot 10^{-7} \text{ (Дж)}. \end{aligned}$$

ВНИМАНИЕ!

Если конденсатор соединён с источником, то при раздвижении его пластин разность потенциалов на них остаётся постоянной: $U_1 = U_2 = U$, при этом другие физические величины могут изменяться — изменяются ёмкость и заряд конденсатора.

$$A_2 = W_2 - W_1.$$

2) Энергия конденсатора до раздвижения пластин:

$$W_1 = \frac{U^2 C_1}{2} = \frac{\epsilon\epsilon_0 S U^2}{2d_1};$$

после раздвижения:

$$W_2 = \frac{U^2 C_2}{2} = \frac{\epsilon\epsilon_0 S U^2}{2d_2}.$$

Следовательно,

$$A_2 = \frac{\epsilon\epsilon_0 S U^2}{2} \left[\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1} \right] = \frac{\epsilon\epsilon_0 S U^2}{2d_1 d_2} (d_1 - d_2) = -2,9 \cdot 10^{-7} \text{ (Дж)}.$$

Знак «минус» означает, что энергия конденсатора уменьшилась (часть энергии конденсатора была отдана в источник напряжения и соединительные провода, где превратилась в тепло Джоуля — Ленца).

Ответ: $A_1 = 7 \cdot 10^{-7}$ Дж, $A_2 = -2,9 \cdot 10^{-7}$ Дж.

Задача 246 *

Металлический шар радиусом r , заряженный до потенциала φ_1 , окружают проводящей тонкостенной сферической оболочкой радиусом R . Определите потенциал φ_2 шара после того, как шар будет на некоторое время соединён проводником с оболочкой.

Дано: r , φ_1 , R .

Найти: φ_2 .

Решение.

Делаем рисунок 166.

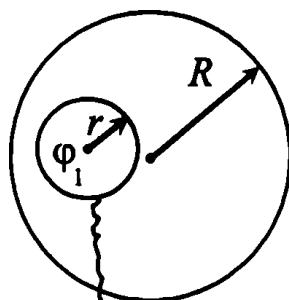


Рис. 166

Заряд q_1 шара найдём из формулы $q_1 = 4\pi\epsilon_0\varphi_1r$. После соединения шара и оболочки весь заряд q_1 перетечёт с шара на оболочку и распределится равномерно по поверхности оболочки.

Её потенциал (совпадающий с новым значением потенциала шара):

$$\varphi_2 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R} = \varphi_1 \frac{r}{R}.$$

Ответ: $\varphi_2 = \varphi_1 \frac{r}{R}$.

3. Работа сил электростатического поля

Алгоритм решения задач

1. Выяснить, какие заряды создают электростатическое поле, а какие заряды или заряженные частицы перемещаются в нём.
2. Рассчитать потенциал электростатического поля в точках, соответствующих начальному и конечному положениям перемещающегося заряда (частицы).
3. Вычислить работу сил электростатического поля по перемещению заряда (частицы) по формуле

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

При необходимости работу сил поля приравнять к приращению энергии частицы и решить полученное уравнение относительно неизвестных величин.

Задача 247

Два точечных заряда, $q_1 = 6 \cdot 10^{-19}$ Кл и $q_2 = 12 \cdot 10^{-9}$ Кл, находятся в воздухе на расстоянии $r_1 = 40$ см друг от друга. Найдите работу сил взаимодействия между зарядами при их сближении до расстояния $r_2 = 25$ см.

Дано: $q_1 = 6 \cdot 10^{-19}$ Кл, $q_2 = 12 \cdot 10^{-9}$ Кл, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, $r_1 = 0,4$ м, $r_2 = 0,25$ м.

Найти: A .

Решение.

Искомая работа $A = q(\varphi_1 - \varphi_2)$, где φ_1 и φ_2 — потенциалы электростатического поля, созданного зарядом q_1 на расстоянии r_1 и r_2 от него

соответственно, $\varphi_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1}$; $\varphi_2 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_2}$.

Таким образом,

$$A = q_2 \left[\frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1} - \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_2} \right] = \frac{q_1 q_2 (r_2 - r_1)}{4\pi\epsilon_0 r_1 r_2} = -0,97 \text{ (мкДж)}.$$

Знак «минус» означает, что перемещение заряда q_2 происходит в направлении, противоположном направлению кулоновской силы, действующей на него.

К такому же точно результату мы придём, если будем считать, что поле создаётся зарядом q_2 , а перемещается заряд q_1 .

Ответ: $A = -0,97$ мкДж.

Задача 248

Заряженный шарик массой m перемещается из точки 1, потенциал которой φ_1 , в точку 2 с потенциалом $\varphi_2 = 0$. Определите скорость v_1 шарика в точке 1, если в точке 2 его скорость v_2 . Заряд шарика q . Действие на шарик силы тяжести не учитывать.

Дано: $m, \varphi_1, \varphi_2, v_2, q$.

Найти: v_1 .

Решение.

Приращение кинетической энергии шарика ΔE_K равно работе электростатического поля (силы Кулона): $\Delta E_K = A = E_{K2} - E_{K1}$.

Учитывая, что $\Delta E_K = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$, а $A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = q\varphi_1$,

$$\text{получим } \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = q\varphi_1, \quad v_1 = \sqrt{v_2^2 - \frac{2q\varphi_1}{m}}.$$

$$\textbf{Ответ: } v_1 = \sqrt{v_2^2 - \frac{2q\varphi_1}{m}}.$$

Задача 249

Определите работу электростатических сил по перемещению заряда $q_0 = 10^{-8}$ Кл из точки A в точку B и из точки C в точку D (см. рис. 167 на с. 274), если $r = 6$ см, $a = 8$ см, $q_1 = 3 \cdot 10^{-8}$ Кл, $q_2 = -3 \cdot 10^{-8}$ Кл.

Дано: $q_0 = 10^{-8}$ Кл, $q_1 = 3 \cdot 10^{-8}$ Кл, $q_2 = -3 \cdot 10^{-8}$ Кл, $r = 0,06$ м, $a = 0,08$ м.

Найти: A_{AB}, A_{CD} .

Решение.

Работа электростатических сил по перемещению заряда из точки A в точку B : $A_{AB} = q_0(\varphi_A - \varphi_B)$.

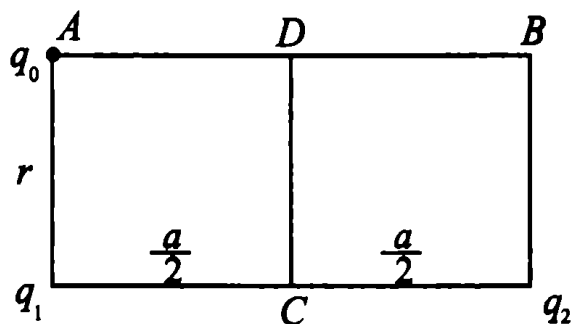


Рис. 167

По принципу суперпозиции: $\varphi_A = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{r^2 + a^2}}$;

$$\varphi_B = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{r^2 + a^2}} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r}; \quad A = q_0(\varphi_A - \varphi_B) = 3,6 \cdot 10^{-7} \text{ (Дж)}.$$

Аналогично $A_{CD} = q_0(\varphi_C - \varphi_B)$.

Точки D и C находятся на одинаковых расстояниях от зарядов q_1 и q_2 , которые равны по величине и обратны по знаку, поэтому $\varphi_C = 0$, $\varphi_D = 0$, т. е. $A_{CD} = 0$.

Ответ: $A_{AB} = 3,6 \cdot 10^{-7}$ Дж, $A_{CD} = 0$.

Задача 250

Определите разность потенциалов между обкладками плоского конденсатора, если расстояние между ними d , а плотность энергии электростатического поля w .

Дано: d , w , $\epsilon = 1$.

Найти: $\varphi_1 - \varphi_2$.

Решение.

Плотность энергии w между обкладками конденсатора можно выразить через вектор напряжённости электростатического поля внутри конденсатора:

$$w = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2}, \quad (1)$$

а разность потенциалов:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Ed. \quad (2)$$

Выражая E из (1) и подставляя в (2), получим: $\varphi_1 - \varphi_2 = d\sqrt{\frac{2w}{\epsilon\epsilon_0}}$.

Ответ: $\varphi_1 - \varphi_2 = d\sqrt{\frac{2w}{\epsilon\epsilon_0}}$.

11. Постоянный электрический ток

11.1. Постоянный электрический ток, сила тока, напряжение. Электрическое сопротивление, закон Ома для участка цепи

Электрическим током называют упорядоченное движение заряженных частиц.

Сила тока равна отношению заряда, переносимого через поперечное сечение проводника за время Δt , к этому интервалу времени:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}.$$

Условия, необходимые для существования электрического тока:

- а) наличие в веществе свободных носителей электрического заряда;
- б) существование разности потенциалов на концах проводника.

Закон Ома для участка цепи

Сила тока прямо пропорциональна приложенному к этому участку напряжению и обратно пропорциональна сопротивлению участка:

$$I = \frac{U}{R}.$$

Основная электрическая характеристика проводника — *сопротивление*. Сопротивление проводника представляет собой меру противодействия проводника установлению в нём электрического тока. Сопротивление зависит от материала проводника и его геометрических размеров. Сопротивление проводника длиной l с постоянной площадью поперечного сечения S :

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

где ρ — величина, зависящая от рода вещества и называемая удельным сопротивлением проводника.

Зависимость сопротивления проводников от температуры

Если при температуре, равной 0°C , сопротивление проводника равно R_0 , а при температуре t оно равно R , то относительное изменение сопротивления прямо пропорционально изменению температуры:

$$\frac{R - R_0}{R} = \alpha t,$$

α — температурный коэффициент сопротивления.

Для чистых металлов

$$\alpha \approx \frac{1}{273} \text{ K}^{-1}.$$

Сопротивление проводника меняется в основном за счёт изменения его удельного сопротивления. Удельное сопротивление проводника зависит от температуры по закону

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t).$$

График этой зависимости приведён на рисунке 168.

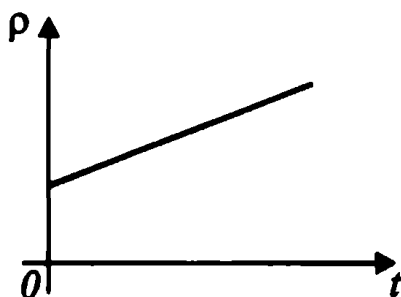


Рис. 168

11.2. Последовательное и параллельное соединение проводников

При последовательном соединении проводников все проводники включаются в цепь поочерёдно друг за другом (см. рис. 169).

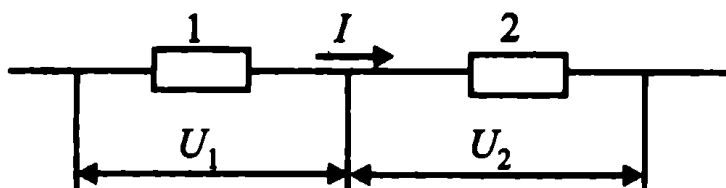


Рис. 169

Сила тока в обоих проводниках одинакова, т. е.

$$I = I_1 = I_2.$$

Напряжение на концах рассматриваемого участка цепи складывается из напряжения на первом и втором проводниках:

$$U = U_1 + U_2.$$

Полное сопротивление всего участка цепи при последовательном соединении проводников равно сумме сопротивлений отдельных проводников:

$$R = R_1 + R_2.$$

При параллельном соединении проводников электрический ток разветвляется на две части (см. рис. 170):

$$I = I_1 + I_2.$$

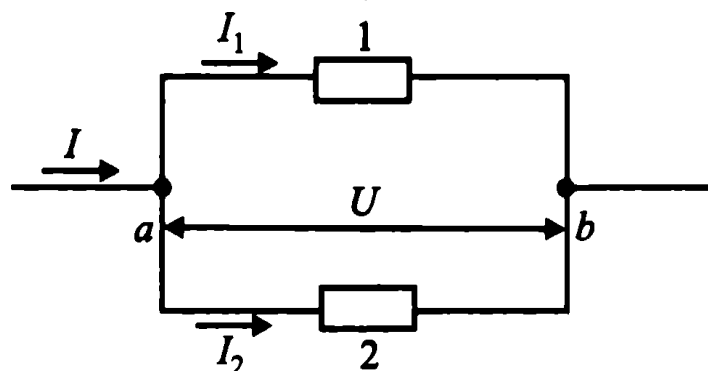


Рис. 170

Напряжение U на концах проводников, соединённых параллельно, одно и то же. Величина, обратная полному сопротивлению участка цепи, равна сумме обратных величин сопротивлений отдельных проводников:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

11.3. Электродвижущая сила. Закон Ома для полной цепи.

Работа электрического тока. Закон Джоуля — Ленца.

Мощность электрического тока

Электродвижущая сила

Любые силы, действующие на электрически заряженные частицы, за исключением сил электростатического происхождения (т. е. кулоновских), называют сторонними силами. Внутри источника тока заряды движутся

под действием сторонних сил против кулоновских сил, а во всей остальной цепи их приводит в движение электрическое поле.

Электродвижущая сила в замкнутом контуре представляет собой отношение работы сторонних сил при перемещении заряда вдоль контура к заряду:

$$\mathcal{E} = \frac{A_{\text{ст.}}}{q}.$$

Закон Ома для полной цепи

Полная цепь (замкнутая) состоит из источника тока (внутренняя часть цепи) и резистора сопротивлением R (внешняя часть цепи).

Источник тока имеет электродвижущую силу ЭДС \mathcal{E} и внутреннее сопротивление r . Сила тока в замкнутой цепи равна отношению ЭДС цепи к её полному сопротивлению:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}.$$

Работа и мощность тока

Работа тока на участке цепи равна произведению силы тока, напряжения и времени, в течение которого совершалась работа:

$$A = IU\Delta t, \quad [A] = \text{Дж.}$$

Можно эту формулу записать иначе с помощью закона Ома для участка цепи:

$$A = IU\Delta t = I^2 R \Delta t = \frac{U^2}{R} \Delta t.$$

Закон Джоуля — Ленца:

$$Q = I^2 R \Delta t,$$

т. е. количество теплоты, выделенное проводником с током, равно произведению квадрата силы тока, сопротивления проводника и времени прохождения тока по проводнику.

Мощность тока равна отношению работы тока за время Δt к этому интервалу времени:

$$P = \frac{A}{\Delta t} = IU, \quad [P] = \text{Вт.}$$

11.4. Носители свободных электрических зарядов в металлах, жидкостях и газах

Электрический ток в металлах

В металлах электрический ток представляет собой направленное движение свободных электронов под действием электрического поля. Свободные электроны образуются за счёт отщепления от атомов валентных электронов. Под действием электрического поля электроны участвуют одновременно в двух движениях: хаотическом тепловом и направленном под действием поля. Скорость направленного движения мала, но переход к нему происходит быстро ($v \approx 3 \cdot 10^8$ м/с).

Направленному движению свободных электронов препятствуют ионы, колеблющиеся в узлах кристаллической решётки металла. Это приводит к появлению сопротивления прохождению электрического тока. При увеличении температуры металла амплитуда колебаний ионов возрастает, что приводит к увеличению сопротивления проводника.

Электрический ток в жидкостях

Электрический ток представляет упорядоченное движение *положительных и отрицательных ионов* под действием созданного в жидкости электрического поля.

Электролитическая диссоциация — процесс распада молекул солей, кислот, щелочей на положительные и отрицательные ионы в результате растворения в воде.

Электролиты — водные растворы солей, кислот, щелочей, а также расплавы некоторых солей и оснований, проводящие электрический ток посредством ионов.

Электролиз — процесс выделения вещества на электродах при прохождении тока через электролит.

Закон электролиза (закон Фарадея):

$$m = kq = kIt,$$

где m — масса вещества, выделившегося при электролизе на каждом из электродов (см. рис. 171 на с. 280); $q = It$ — заряд, прошедший через электролит; k — электрохимический эквивалент вещества.

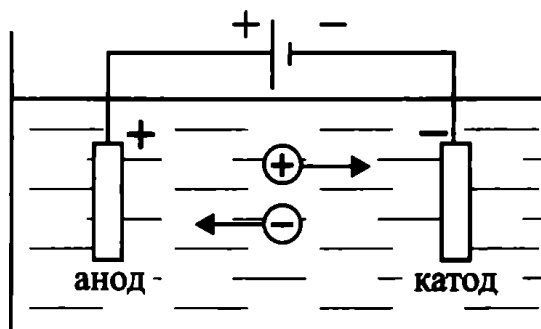


Рис. 171

Электрический ток в газах

Носителями электрического тока в газах являются свободные электроны и ионы.

При нормальных условиях газы — диэлектрики: они становятся проводниками после ионизации.

Ионизация — процесс образования ионов путём отделения электронов от молекул газа. Нейтральная молекула теряет электроны, превращаясь в положительный ион; захватывает электроны, превращаясь в отрицательный ион.

Самопроизвольный процесс, обратный ионизации, называется **рекомбинацией**. Если процесс рекомбинации преобладает над процессом ионизации, то проводимость газа быстро уменьшается до нуля.

Ионизация газа происходит в результате воздействия на газ внешнего ионизатора: сильного нагревания, облучения рентгеновскими или ультрафиолетовыми лучами, бомбардировки электронами.

Газовый разряд — электрический ток в газе.

Для газового разряда необходимы два условия:

- 1) ионизированная газовая среда;
- 2) электрическое поле (разность потенциалов, приложенная к некоторому объёму газа, заключённого в сосуд).

Газовый разряд, не требующий для своего поддержания воздействия внешнего ионизатора, называется *самостоятельным разрядом* (искровой, тлеющий, дуговой, коронный). Ионизация газа при самостоятельном заряде инициируется и поддерживается внешним электрическим полем. *Несамостоятельный разряд* — газовый разряд, возникающий под

действием внешнего ионизатора и прекращающийся после его удаления.

Плазма — четвёртое состояние вещества — представляет собой полностью или частично ионизированный газ, в котором концентрации положительных и отрицательных ионов равны. В состоянии плазмы находится подавляющая часть вещества Вселенной.

Электрический ток в полупроводниках

Полупроводники — вещества, удельное сопротивление которых убывает с повышением температуры, в зависимости от степени наличия примесей, изменения освещённости.

По значению своего удельного сопротивления полупроводники занимают промежуточное положение между металлами и диэлектриками. Характерной особенностью полупроводников является уменьшение удельного сопротивления при увеличении температуры.

Различают полупроводники:

- собственные, т. е. беспримесные;
- примесные — донорные и акцепторные.

Примеры решения заданий базового уровня сложности

Задача 251

Какой из графиков, представленных на рисунке 172 (см. с. 282), соответствует вольт-амперной характеристике полупроводникового диода, включённого в прямом направлении?

Решение. Это должна быть нелинейная характеристика, так как с ростом напряжения сила тока должна увеличиваться быстрее, чем по линейному закону. Это график 2.

Ответ: 2.

Задача 252

Школьник собрал цепь постоянного тока так, как изображено на рисунке 173 (см. с. 282). Каковы показания амперметра? Внутренним сопротивлением источников пренебречь.

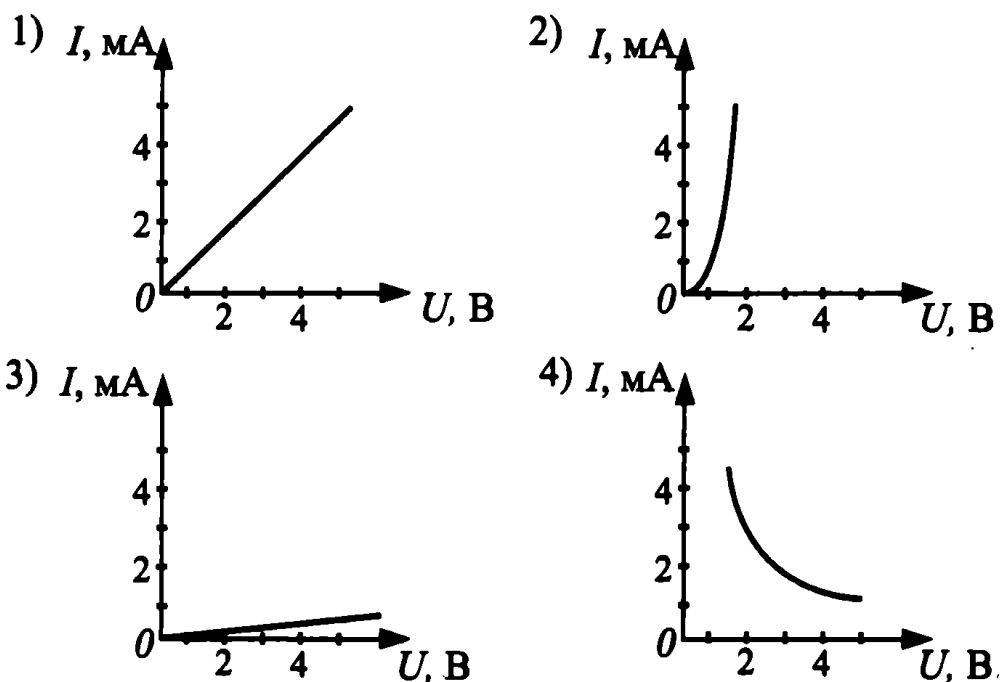


Рис. 172

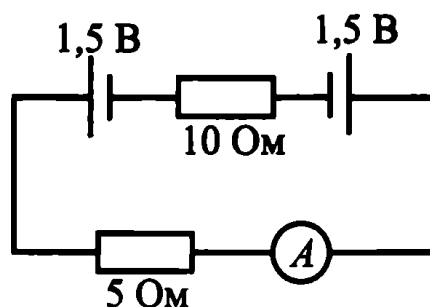


Рис. 173

Решение. Воспользуемся законом Ома для замкнутой цепи. Так как источники ЭДС включены навстречу друг другу, а сопротивления соединены последовательно, то

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R_1 + R_2} = 0.$$

$$I = \frac{1,5 - 1,5}{10 + 5} = 0.$$

Ответ: 0 А.

Задача 253

Школьник собрал цепь постоянного тока так, как изображено на рисунке 174 (см. с. 283). Что показывает амперметр?

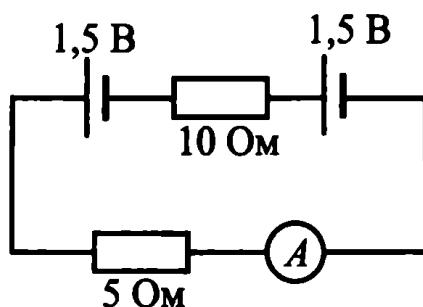


Рис. 174

Решение. Запишем закон Ома для полной цепи.

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}{R_1 + R_2} = 0.$$

Так как источники ЭДС действуют в одном направлении, а сопротивления соединены последовательно, то

$$I = \frac{1,5 + 1,5}{10 + 5} = 0,2 \text{ (A)}.$$

Ответ: 0,2 А.

Задача 254

На рисунке 175 изображены графики зависимости силы тока для трёх разных проводников от напряжения на их концах. Сопротивление какого проводника равно 4 Ом?

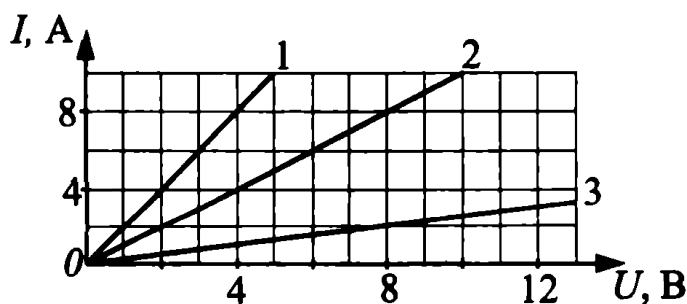


Рис. 175

Решение. Используя закон Ома

$$R = \frac{U}{I},$$

найдем, что для графика № 3 $R = 4 \text{ Ом}$.

Ответ: 3.

Задача 255

Каким станет сопротивление участка цепи после замыкания ключа K (см. рис. 176)?

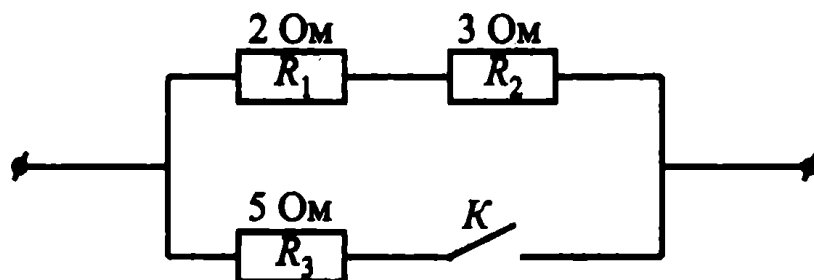


Рис. 176

Решение. Сопротивление верхней ветви цепи:

$$R_4 = R_1 + R_2 = 2 + 3 = 5 \text{ Ом.}$$

Полное сопротивление цепи:

$$R = \frac{R_4 + R_3}{R_4 \cdot R_3} = 2,5 \text{ Ом.}$$

$$R = \frac{5 + 5}{5 \cdot 5} = 2,5 \text{ Ом.}$$

Ответ: 2,5 Ом.

Задача 256

При подаче на точку A электрической схемы положительного по отношению к точке B напряжения через источник течёт ток 2 А (см. рис. 177). При смене полярности ток через источник равен...

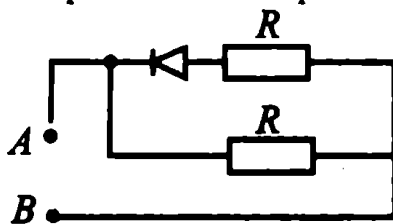
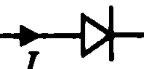
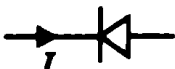


Рис. 177

Решение. Через идеальный диод ток свободно течёт в направлении  I , но не течёт в направлении  I .

Поэтому в первом случае ток равен $\frac{U}{R} = I$, а во втором — $\frac{U}{R/2} = 2I$.

Ответ: 4 А.

Задача 257

В схеме, изображённой на рисунке 178, $R_1 = R_2 = R_3$. При подключении вольтметра к сопротивлению R_1 он покажет напряжение, равное 4 В. Каким будет показание вольтметра при подключении его к сопротивлению R_2 ?

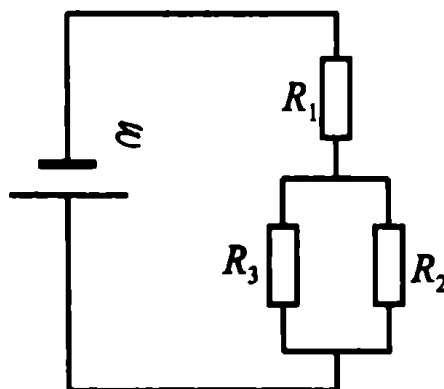


Рис. 178

Решение. Так как сопротивления R_2 и R_3 соединены параллельно и равны друг другу по условию ($R_1 = R_2 = R_3 = R$), то их общее сопротивление равно $R/2$. Эквивалентная схема, соответствующая этому случаю, приведена на рисунке 179. Понятно, что напряжение на сопротивлении и будет искомым. Так как ток, текущий через R_1 и $R/2$, один и тот же, а $R_3 = R$ по условию, то напряжение на $R/2$ будет в два раза меньше, чем на R_1 . То есть оно равно $U/2$.

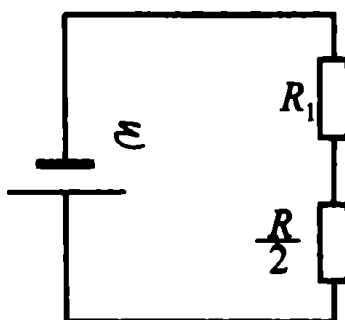


Рис. 179

Ответ: 2 В.

Задача 258

На рисунке 180 изображена схема электрической цепи. Во сколько раз уменьшится энергия, выделяемая на лампочке, при уменьшении напряже-

ния на её клеммах в 2 раза? Вольтметр считать идеальным. Время протекания тока одно и то же.

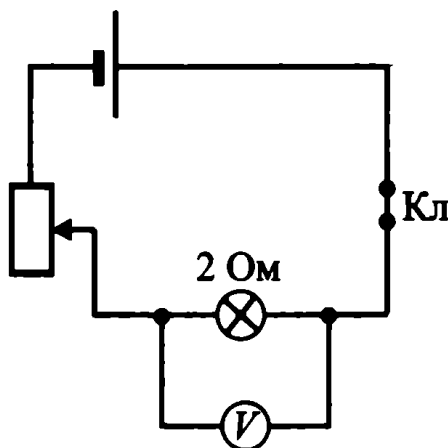


Рис. 180

Решение. При уменьшении напряжения сопротивление лампочки не изменилось. Поэтому энергию, выделяющуюся на лампочке, удобно подсчитать по формуле закона Джоуля — Ленца $Q = \frac{U^2}{R}t$. Снижение напряжения в 2 раза приводит к уменьшению энергии в $2^2 = 4$ раза.

Ответ: в 4 раза.

Задача 259

Источник тока с ЭДС $\mathcal{E} = 4$ В и внутренним сопротивлением 1 Ом замкнут на нагрузочное сопротивление 4 Ом. Найдите КПД источника.

Решение. Коэффициентом полезного действия источника тока называют отношение мощностей, выделяющихся в нагрузочном сопротивлении P_1 и во всей цепи P . Поскольку ток во всех элементах цепи один и тот же,

$$\eta = \frac{P_1}{P} = \frac{I^2 R}{I^2 (R + r)} = \frac{R}{R + r} = 0,8.$$

Ответ: $\eta = 80\%$.

Задача 260

Изучая закономерности параллельного соединения резисторов, ученица собрала электрическую цепь по схеме, изображённой на рисунке 181 (см. с. 287). Какое количество энергии выделится во внешней части цепи при протекании тока в течение 1 минуты? Необходимые данные указаны на схеме. Вольтметр считать идеальным.

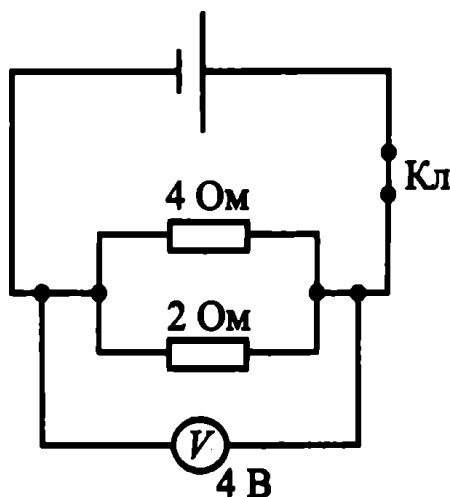


Рис. 181

Решение. Сопротивление участка цепи подсчитывается по формуле параллельного соединения сопротивлений:

$$R = \frac{4 \text{ Ом} \cdot 2 \text{ Ом}}{4 \text{ Ом} + 2 \text{ Ом}} = \frac{8}{6} \text{ Ом} \approx 1,33 \text{ Ом}.$$

Выделившаяся энергия может быть подсчитана по формуле

$$Q = \frac{U^2}{R} t = \frac{(4 \text{ В})^2}{1,33 \text{ Ом}} \cdot 60 \text{ с} \approx 720 \text{ Дж}.$$

Ответ: 720 Дж.

Задача 261

Определите цену деления шкалы амперметра (см. рис. 182).

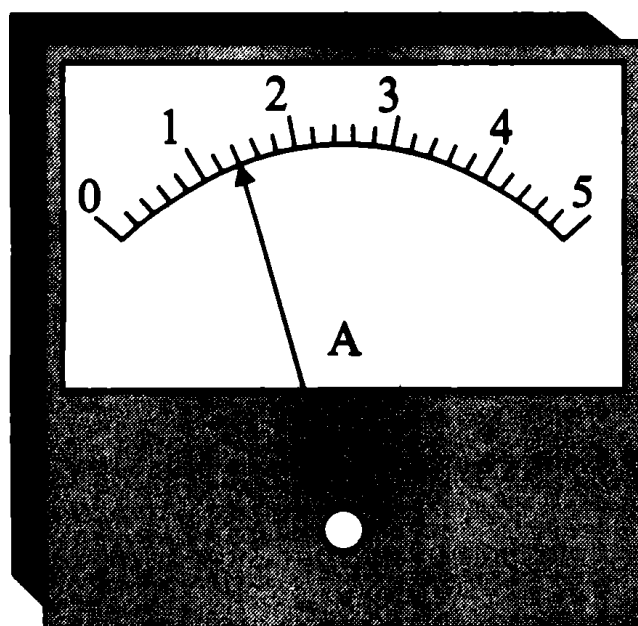


Рис. 182

Решение. Цена деления шкалы амперметра $\frac{3-2}{5} = 0,2 \text{ А/дел.}$

Ответ: 0,2 А/дел.

Задача 262

На участок цепи, изображённый на рисунке 183, приложено постоянное напряжение. Что произойдёт с полным сопротивлением участка и мощностью, выделяющейся на первом резисторе, если ключ замкнуть?

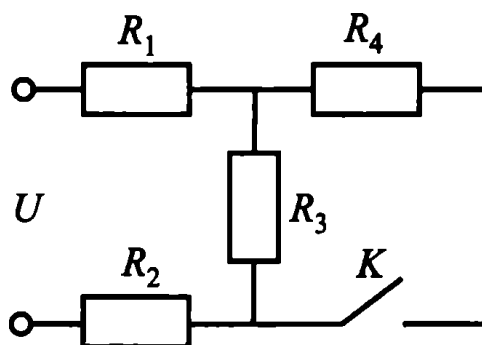


Рис. 183

Для каждой величины определите соответствующий характер изменения:

- 1) увеличится
- 2) уменьшится
- 3) не изменится

Запишите в таблицу выбранные цифры для каждой физической величины. Цифры в ответе могут повторяться.

Сопротивление	Мощность

Решение. При замыкании ключа сопротивление участка уменьшится. Согласно закону Ома, сила тока $I = \frac{U}{R}$ при этом увеличится.

Мощность тока на первом резисторе $P = I^2 R_1$ также увеличится.

Ответ: 21.

Задача 263

Через резистор с сопротивлением R , подключённый к источнику постоянного напряжения U , течёт ток I . Установите соответствие между физическими величинами и формулами, по которым их можно рассчитать.

К каждой позиции первого столбца подберите соответствующую позицию из второго столбца и запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

Физические величины	Формулы
А) мощность тока	1) $I^2 R$
Б) количество теплоты, выделяющееся в резисторе	2) $\frac{U^2 t}{R}$
	3) $\frac{U^2}{Rt}$
	4) $U^2 R$

Решение. Мощность тока вычисляется по формуле

$$P = I \cdot U = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}.$$

Количество теплоты, выделяющееся на резисторе:

$$Q = P \cdot t = I \cdot U \cdot t = I^2 \cdot R \cdot t = \frac{U^2}{R} \cdot t.$$

Ответ: 12.

Примеры решения заданий повышенного уровня сложности

Задача 264

Если в нагрузке источника тока при сопротивлениях 27 Ом и 3 Ом выделяется одинаковая полезная мощность, то внутреннее сопротивление источника тока равно...

Решение. В этих случаях полезные мощности равны друг другу:

$$\frac{\mathcal{E}^2 R_1}{(R_1 + r)^2} = \frac{\mathcal{E}^2 R_2}{(R_2 + r)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{R_1 R_2} = 9 \text{ (Ом)}.$$

Ответ: 9 Ом.

Задача 265

Железный провод постоянного сечения имеет массу 10 кг и длину 200 м. Определите сопротивление провода. (Удельное сопротивление железа $\rho_{\text{ж}} = 0,1 \text{ мкОм} \cdot \text{м}$.)

Решение. Масса провода равна $m = \rho V = \rho l S$. Его сопротивление $R = \rho_{\text{ж}} \cdot \frac{l}{S}$. Выразив из первого уравнения S и подставив во второе, получим:

$$R = \frac{\rho_{\text{ж}} \rho l^2}{m} = \frac{10^{-7} \text{ Ом} \cdot \text{м} \cdot 7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 \cdot 4 \cdot 10^4 \text{ м}^2}{10 \text{ кг}} = 3,12 \text{ (Ом)}.$$

Ответ: 3,12 Ом.

Задача 266

Лампа мощностью 60 Вт включена в сеть напряжением 220 В. Сколько электронов пройдёт через поперечное сечение спирали лампы за 1 с?

Решение. По закону Джоуля — Ленца

$$P = IU,$$

откуда

$$I = \frac{P}{U}.$$

Заряд, прошедший через поперечное сечение проводника,

$$q = It = \frac{Pt}{U},$$

с другой стороны

$$q = Ne,$$

тогда

$$\frac{Pt}{U} = Ne,$$

откуда

$$N = \frac{Pt}{Ue}.$$

Считаем:

$$N = \frac{60 \cdot 1}{220 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 1,7 \cdot 10^{18}.$$

Ответ: $1,7 \cdot 10^{18}$.

Задача 267

Чайник включён в сеть напряжением 220 В. Чему равен КПД чайника, если сила тока в его спирали 14 А, и в нём за 20 мин можно нагреть от 40 °С до кипения 4,4 кг воды?

Решение. Мощность чайника можно найти по формуле

$$P = I \cdot U.$$

Найдём количество теплоты, необходимое для нагревания воды до температуры кипения:

$$Q = c \cdot m \cdot (t_2 - t_1).$$

Коэффициент полезного действия чайника равен отношению полезной работы (выделившегося количества теплоты) к совершённой:

$$\eta = \frac{c \cdot m \cdot (t_2 - t_1)}{I \cdot U \cdot \tau},$$

$$\eta = \frac{4200 \cdot 4,4 \cdot 60}{14 \cdot 220 \cdot 1200} = 0,3.$$

Ответ: 30 %.

Задача 268

Через три одинаковых резистора сопротивлением R каждый, подключённых последовательно к источнику постоянного напряжения U , течёт ток I . Установите соответствие между физическими величинами и формулами, по которым их можно рассчитать.

К каждой позиции первого столбца подберите соответствующую позицию из второго столбца и запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

Физические величины	Формулы
А) мощность тока, текущего через резисторы	1) $\frac{I^2}{3R}$
Б) количество теплоты, выделившееся на резисторах	2) $3I^2 R t$
	3) $\frac{3U^2 t}{R}$
	4) $3I^2 R$

Решение. Общее сопротивление трёх подключённых последовательно резисторов сопротивлением R каждый равно

$$r = R + R + R = 3R.$$

Мощность тока, текущего через резисторы,

$$P = I \cdot U = I^2 \cdot r = 3I^2 \cdot R.$$

Количество теплоты, выделившееся на трёх резисторах,

$$Q = I \cdot U \cdot t = I^2 \cdot r \cdot t = 3I^2 \cdot R \cdot t.$$

Ответ: 42.

Задача 269

На рисунке 184 приведён график зависимости силы тока, протекающего через реостат, от сопротивления реостата. На основании анализа этого графика выберите все верные утверждения. Запишите цифры, под которыми они указаны.

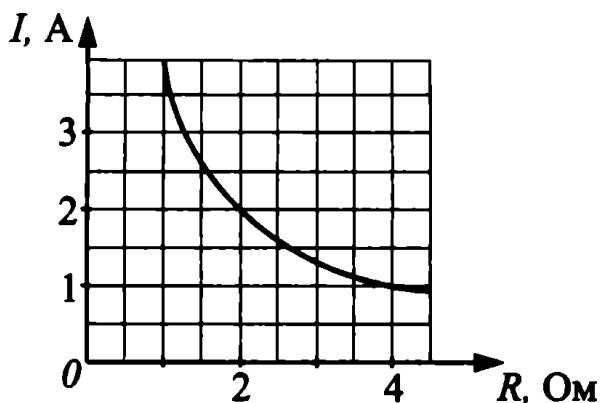


Рис. 184

- 1) Закон Ома в данном случае не выполняется.
- 2) Напряжение на реостате равно 4 В.
- 3) С ростом сопротивления реостата мощность тока растёт.

4) При силе тока 2 А мощность тока составляла 10 Вт.

5) При сопротивлении реостата 8 Ом сила тока будет равна 0,5 А.

Решение. Согласно закону Ома для участка цепи без ЭДС,

$$I = \frac{U}{R},$$

откуда $U = IR$. Например, для точки с координатами $R = 2$ Ом, $I = 2$ А напряжение $U = 2 \cdot 2 = 4$ (В).

Для любой другой точки напряжение также составляет 4 В.

При сопротивлении реостата 8 Ом сила тока $I = \frac{4}{8} = 0,5$ (А).

Ответ: 25.

Задача 270

В справочнике физических свойств различных материалов представлена следующая таблица.

Вещество	Плотность в твёрдом состоянии, г/см ³	Удельное электрическое сопротивление (при 20 °С), Ом · мм ² /м
Алюминий	2,7	0,028
Константан (сплав)	8,8	0,5
Латунь	8,4	0,07
Медь	8,9	0,017
Никелин (сплав)	8,8	0,4
Нихром (сплав)	8,4	1,1

Используя данные таблицы, выберите из предложенного перечня все верные утверждения. Запишите цифры, под которыми они указаны.

- 1) При равных размерах проводник из никелина будет иметь ту же массу, что и проводник из константана, но его электрическое сопротивление будет меньше.
- 2) При равной длине проводник из константана площадью сечения 5 мм² будет иметь такое же электрическое сопротивление, что и проводник из никелина площадью сечения 4 мм².

- 3) Проводники из нихрома и латуни при одинаковых размерах будут иметь одинаковые электрические сопротивления.
- 4) При замене медной спирали электроплитки на латунную такого же размера электрическое сопротивление спирали увеличится.
- 5) При равной площади поперечного сечения проводник из константана длиной 5 м будет иметь такое же электрическое сопротивление, что и проводник из никелина длиной 4 м.

Решение. Рассмотрим каждое из утверждений.

1. Никелин и константан имеют одинаковую плотность, следовательно, проводники из никелина и константана одинаковых размеров будут иметь одинаковую массу. Удельное электрическое сопротивление никелина меньше, чем у константана, значит, и сопротивление никелинового проводника будет меньше. Первое утверждение верное.

2. Удельное электрическое сопротивление константана — $0,5 \text{ Ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}$, а никелина — $0,4 \text{ Ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}$. Удельное сопротивление проводника рассчитывается по формуле $R = \rho \frac{l}{S}$. Следовательно, при равной длине проводник из константана площадью сечения 5 мм^2 будет иметь такое же электрическое сопротивление, что и проводник из никелина площадью сечения 4 мм^2 . Второе утверждение верное.

3. Удельные электрические сопротивления нихрома и латуни разные, значит, и электрические сопротивления одинаковых по размеру проводников, сделанных из этих материалов, будут различны. Третье утверждение ложное.

4. Удельное электрическое сопротивление меди — $0,017 \text{ Ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}$, а латуни — $0,07 \text{ Ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}$. Значит, при равных размерах сопротивление медного проводника будет меньше, чем латунного. Четвёртое утверждение верное.

5. Удельное электрическое сопротивление константана — $0,5 \text{ Ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}$, а никелина — $0,4 \text{ Ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}$. Удельное сопротивление проводника рассчитывается по формуле $R = \rho \frac{l}{S}$. Следовательно, при равной площади поперечного сечения проводник из константана длиной 5 м будет иметь большее электрическое сопротивление, чем проводник из

никелина длиной 4 м. Пятое утверждение ложное.

Ответ: 124.

Примеры решения заданий высокого уровня сложности

Алгоритм решения задач

1. Начертить схему рассматриваемой электрической цепи, указав в ней основные элементы (источники тока, резисторы, конденсаторы и др.).
2. Разобраться в том, какие элементы цепи соединены последовательно, а какие — параллельно, при необходимости заменить каждую группу подобных элементов соответствующим эквивалентным элементом и изобразить упрощённые схемы цепи.
3. Указать направление токов в резисторах и источниках тока. Выбрать направление обхода отдельных участков и контуров.
4. Соблюдая правило знаков для силы тока ($I > 0$, если ток течёт в направлении выбранного обхода), напряжения и ЭДС ($\mathcal{E} > 0$, если рассматриваемый источник тока посылает ток в направлении обхода), записать закон Ома для однородного участка цепи или для замкнутой цепи; формулу для работы электрического тока; закон Джоуля — Ленца и т. д.
5. Решить полученную систему уравнений относительно неизвестных величин.

Задача 271

Электрическая лампочка накаливания потребляет ток $I = 0,2$ А. Диаметр вольфрамового волоска $d = 2 \cdot 10^{-5}$ м, температура волоска при горении лампы $t = 2000$ °С. Определите напряжённость E электрического поля в волоске. Удельное сопротивление вольфрама $\rho_0 = 0,056 \cdot 10^{-3}$ Ом·м, термический коэффициент сопротивления $\alpha = 4,6 \cdot 10^{-3}$ град $^{-1}$.

Дано: $I = 0,2$ А, $d = 2 \cdot 10^{-5}$ м, $t = 2000$ °С, $\alpha = 4,6 \cdot 10^{-3}$ град $^{-1}$, $\rho_0 = 0,056 \cdot 10^{-3}$ Ом·м.

Найти: E .

Решение.

Для решения задачи следует использовать закон Ома и формулу сопротивления. Суть решения состоит в том, чтобы связать напряжённость электрического поля, созданного проводником, с силой тока, сечением и удельным сопротивлением проводника.

Пусть по проводнику длиной l и сечением S течёт ток I , тогда напряжение на концах проводника $U = IR$. Так как $E = \frac{U}{l}$ и $R = \frac{\rho l}{S}$, то, подставляя в закон Ома вместо U и R их выражения, получим:

$$E = \frac{I}{S} \rho.$$

Удельное сопротивление проводников зависит от температуры как

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t).$$

Таким образом, $E = \frac{I}{S} \rho_0(1 + \alpha t)$, где $S = \frac{\pi d^2}{4}$. Подставляя сюда числовые значения, получим $E = 360$ (В/м).

Ответ: $E = 360$ В/м.

Задача 272

Вычислите общее сопротивление цепи R_0 в приведённой на рисунке схеме (см. рис. 185). Сопротивление каждой стороны и диагонали квадрата равно r .

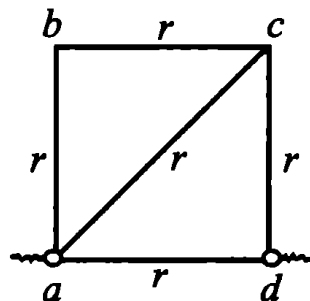


Рис. 185

Дано: r .

Найти: R_0 .

Решение.

Рассматривая попарное соединение проводников в исходной схеме, нетрудно установить, что два из них — ab и cd — соединены между собой последовательно. Кроме этой пары, в схеме больше нет двух проводников, которые были бы соединены последовательно или параллельно.

ВНИМАНИЕ!

Часто неправильно считают, что последовательно включены сопротивления ad и cd , не учитывая, что между ними есть токопроводящий провод, и следовательно, ток между проводами может разветвляться.

Заменяя эти два сопротивления (ab и bc) одним эквивалентным сопротивлением $r_1 = 2r$, получим эквивалентную схему а (см. рис. 186), из которой видно, что сопротивление r_1 оказывается включённым параллельно проводнику ac .

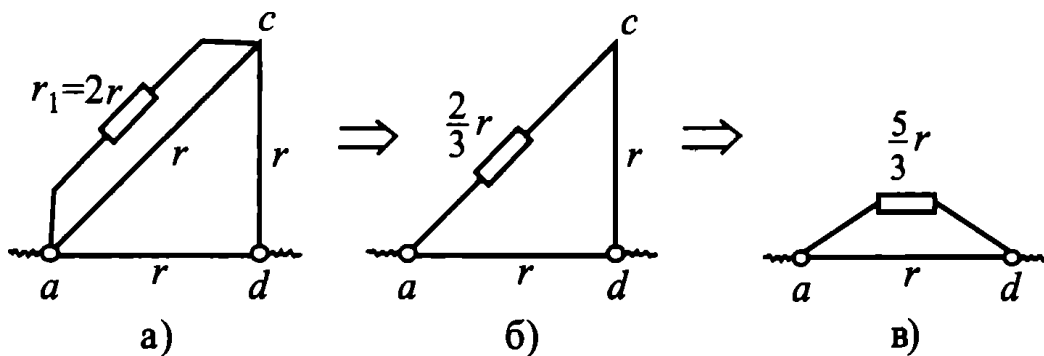


Рис. 186

Находим общее сопротивление r_2 проводников r_1 и r (контура $abca$ при подключении его в точках a и c): $r_2 = \frac{2r \cdot r}{2r + r} = \frac{2}{3}r$ (схема б, рис. 186).

Весь этот контур (сопротивление r_2) соединён последовательно с проводником cd , и его общее сопротивление $r_3 = \frac{2}{3}r + r = \frac{5}{3}r$ (схема в, рис. 186).

Полученное сопротивление r_3 подключено параллельно к сопротивлению участка ad . Их общее сопротивление, а следовательно, и искомое сопротивление всей цепи

$$R_0 = \frac{\frac{5}{3}r \cdot r}{\frac{5}{3}r + r} = \frac{5}{8}r.$$

Ответ: $R_0 = \frac{5}{8}r$.

Задача 273

Вычислите общее сопротивление цепи R_0 в приведённой на рисунке схеме (см. рис. 187). Сопротивления резисторов приведены там же.

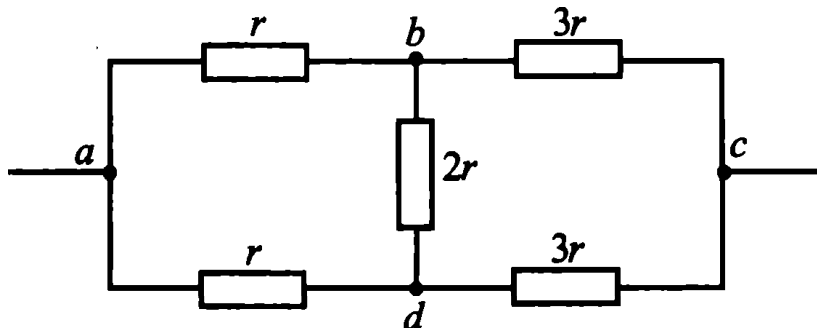


Рис. 187

Решение.

В схеме нет ни последовательных, ни параллельных соединений. Так, сопротивления r и $3r$ нельзя считать соединёнными последовательно, поскольку между ними включено сопротивление $2r$; сопротивления r и r (или $3r$ и $3r$) нельзя считать параллельными, так как точки b и d замкнуты сопротивлением $2r$.

ВНИМАНИЕ! Приём решения задачи.

Установив, что в схеме нет параллельно и последовательно соединённых проводников, нужно попытаться найти точки с одинаковыми потенциалами.

Точки с одинаковыми потенциалами всегда есть в схемах, обладающих осью или плоскостью симметрии относительно точек источника питания.

1. Если схема симметрична относительно оси (плоскости), проходящей через точки входа и выхода тока (имеется продольная плоскость симметрии), то точки одного потенциала находятся на концах симметричных сопротивлений, поскольку по ним текут одинаковые токи.

2. Если схема симметрична относительно оси (плоскости), перпендикулярной линии, на которой лежат точки входа и выхода тока — в схеме имеется поперечная ось (плоскость) симметрии, то одинаковым потенциалом обладают все точки, лежащие на пересечении этой оси (плоскости)

с проводниками. Это обстоятельство вытекает из того, что работа электрических сил над зарядами не зависит от формы пути.

В нашей задаче (см. рис. 187 на с. 298) сопротивления включены симметрично:

в схеме есть продольная ось симметрии, проходящая через точки a и c . Поэтому для вычисления общего сопротивления контура нужно найти точки с одинаковыми потенциалами и, разъединив их (или соединив), упростить схему. Когда ток подходит к узлу a (см. схему) или c , он разветвляется на две равные части, поскольку условия его прохождения по каждой ветви до точки c будут идентичны. Потенциалы в точках b и d будут одинаковыми, так как падение напряжения на сопротивлениях r и r одинаково и потенциал проводников в точке a один и тот же. Разность потенциалов между точками b и d равна нулю, поэтому ток по сопротивлению $2r$ не идёт, следовательно, не нарушая режима работы цепи, эти точки можно разъединить, выбросив проводник $2r$. После такого упрощения схемы проводники r и $3r$ оказываются соединёнными последовательно, верхняя и нижняя ветви параллельны. Общее сопротивление всей цепи $R_0 = \frac{r + 2r}{2} = 2r$.

Ответ: $R_0 = 2r$.

Задача 274

В схеме предыдущей задачи на участке adc поменяем местами сопротивления r и $3r$ и найдём общее сопротивление цепи R_0 (см. рис. 188).

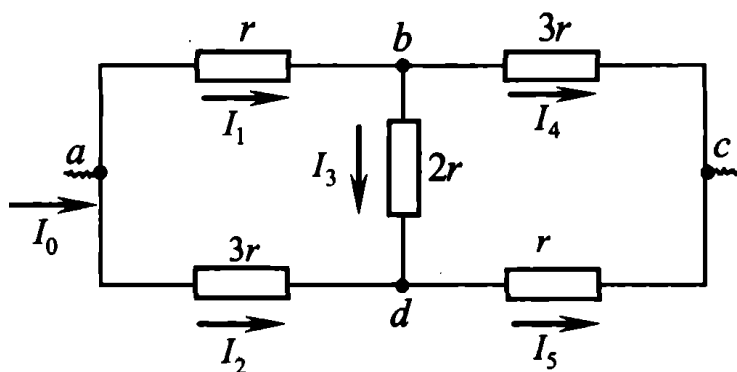


Рис. 188

В приведённой схеме нет ни последовательно, ни параллельно соединённых проводников, нет в ней также и точек с равными потенциалами,

поскольку она не симметрична. Для нахождения полного сопротивления цепи здесь нужно использовать общий метод расчёта.

Допустим, что к узлу a подходит ток I_0 и разветвляется в нём на токи I_1 и I_2 , т. е.

$$I_0 = I_1 + I_2. \quad (1)$$

Предположим, что в точке b ток I_1 разветвляется на токи I_3 и I_4 :

$$I_1 = I_3 + I_4. \quad (2)$$

В точке d токи I_2 и I_3 сливаются в один ток I_5 , который, дойдя до точки c , сливается с током I_4 в ток I_0 , т. е.

$$I_5 = I_2 + I_3; \quad (3)$$

$$I_0 = I_4 + I_5. \quad (4)$$

Данная схема содержит четыре узла (a, b, c, d), и мы получили четыре уравнения токов (эти уравнения следуют из закона сохранения заряда).

В этих четырёх уравнениях имеется 6 неизвестных величин.

Составление второй группы уравнений основано на том, что работа электрических сил по перемещению заряда из точки a в точку c не зависит от формы пути (по контуру abc , adc , $abdc$ или $adbc$).

Если через R_0 обозначить общее сопротивление цепи, то, согласно сказанному выше, должно быть:

$$\text{для контура } abc: I_0 R_0 = I_1 r + I_4 3r; \quad (5)$$

$$\text{для контура } adc: I_0 R_0 = I_2 3r + I_5 r; \quad (6)$$

$$\text{для контура } adbc: I_0 R_0 = I_2 3r - I_3 2r + I_4 3r. \quad (7)$$

Падение напряжения на каждом сопротивлении численно равно работе по перемещению единичного заряда по этому сопротивлению. Так как работы складываются алгебраически, то ток I_3 взят с минусом, потому что он направлен против обхода контура.

Составленных уравнений достаточно для определения сопротивления R_0 , однако можно составить ещё одно уравнение — для перемещения заряда по контуру $abdc$:

$$I_0 R_0 = I_1 r + I_3 2r + I_5 r. \quad (8)$$

В уравнениях (1)–(8) неизвестными являются все токи (их шесть) и общее сопротивление контура R_0 .

Решая относительно R_0 семь любых уравнений из восьми составленных, получим $R_0 = \frac{7}{4}r$.

Ответ: $R_0 = \frac{7}{4}r$.

Задача 275

При подключении к гальванометру шунта сопротивлением $R_1 = 100$ Ом стрелка гальванометра отклоняется на всю шкалу при силе тока во внешней цепи $I_1 = 3$ А. При подключении к гальванометру добавочного сопротивления $R_2 = 300$ Ом шкала прибора становится в четыре раза грубее, чем без добавочного сопротивления и шунта. Какой шунт надо взять, чтобы стрелка отклонялась на всю шкалу при силе тока во внешней цепи $I_2 = 7,5$ А?

Дано: $R_1 = 100$ Ом, $I_1 = 3$ А, $R_2 = 300$ Ом, $I_2 = 7,5$ А.

Найти: R_3 .

Решение.

В задаче рассматривается три случая подключения к гальванометру разных сопротивлений: дважды в качестве шунта и один раз как добавочного сопротивления. При включении шунта с сопротивлением R_1 стрелка отклоняется на всю шкалу при токе в неразветвлённой части цепи I_1 .

По гальванометру в этом случае проходит допустимый для него ток I_r . Обозначим внутреннее сопротивление гальванометра R_r , тогда

$$R_1 = \frac{R_r I_r}{I_1 - I_r}. \quad (1)$$

При включении последовательно к гальванометру только добавочного сопротивления шкала прибора становится в $n = 4$ раза грубее. Ток в гальванометре, а стало быть, и падение напряжения на нём уменьшается в n раз, и, следовательно, добавочное сопротивление должно удовлетворять условию

$$R_2 = (n - 1)R_1. \quad (2)$$

Чтобы стрелка отклонялась на всю шкалу при силе тока в цепи I_2 , параллельно гальванометру нужно подключить сопротивление R_3 , чтобы через гальванометр проходил максимально допустимый ток I_r , т. е.

$$R_3 = \frac{R_r I_r}{I_2 - I_r}. \quad (3)$$

Находя из уравнений (2) и (1) R_r и I_r и подставляя их в (3), с учётом числовых значений получим

$$R_3 = \frac{I_1 R_1 R_2}{I_1 R_1 + I_2 (R_2 - R_1) + (I_2 - I_1) n R_1} = 25 \text{ (Ом)}.$$

Ответ: $R_3 = 25 \text{ Ом}$.

Задача 276 *

В электрической цепи (см. рис. 189) амперметр A показывает $I_1 = 32 \text{ мА}$. Сопротивление всех резисторов одинаково и равно R . Вычислите силу тока I_x , который будет протекать через амперметр, если перегорит резистор, заштрихованный на схеме. Напряжение, подаваемое на разъёмы P и Q цепи, постоянно.

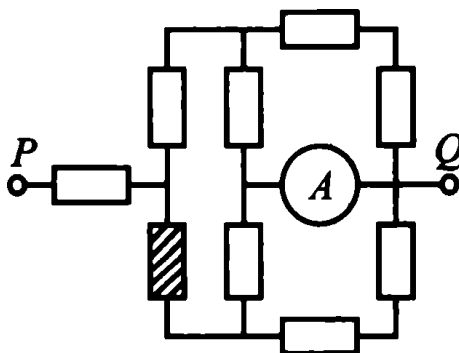


Рис. 189

Решение.

Пусть ток течёт от узла P к узлу Q . Укажем на схеме направление тока и силу тока в соответствующих участках цепи (см. рис. 190 на с. 303).

С учётом симметрии схемы (относительно пунктирной линии) её можно упростить, «сложив» верхнюю и нижнюю части (см. рис. 191 на с. 303).

Приведём последнюю схему к более удобному виду (см. рис. 192 на с. 303). Сила тока I_2 в нижней ветви в два раза меньше, чем I_1 . Следо-

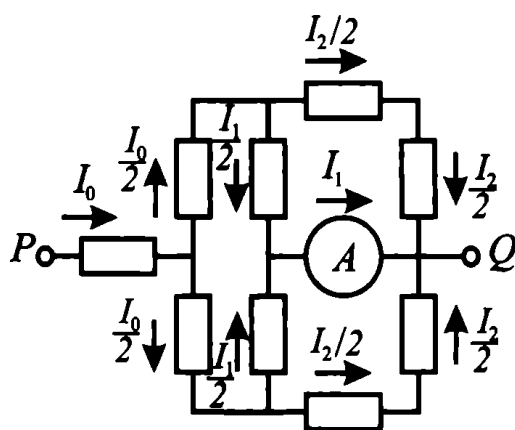


Рис. 190

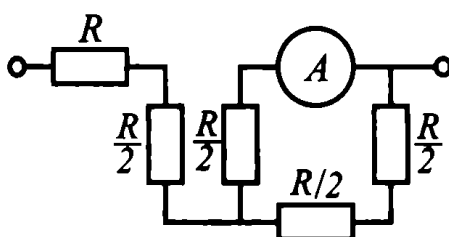


Рис. 191

вательно, сила тока, втекающего в цепь, $I_0 = \frac{3I_1}{2}$.

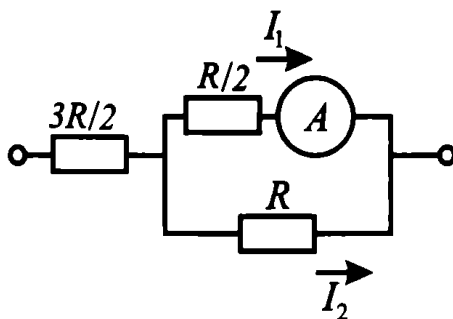


Рис. 192

Сопротивление всей цепи

$$R_0 = \frac{3}{2}R + \frac{1}{3}R = \frac{11}{6}R,$$

а напряжение между узлами P и Q равно

$$U = I_0 R_0 = \frac{3}{2}I_1 \cdot \frac{11}{6}R = \frac{11}{4}I_1 R.$$

Если перегорит резистор, заштрихованный на схеме (см. рис. 189 на с. 302), ток через нижнюю часть цепи течь не будет. В этом случае эквивалентная схема цепи может быть представлена в следующем виде (см. рис. 193 на с. 304).

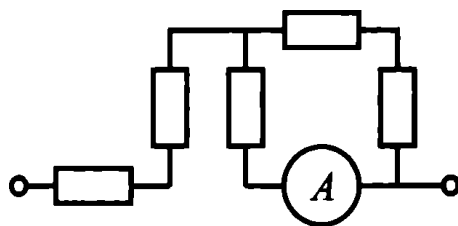


Рис. 193

Теперь сопротивление всей цепи

$$R'_0 = 2R + \frac{2}{3}R = \frac{8}{3}R,$$

а сила тока

$$I'_0 = \frac{U}{R'_0} = \frac{11}{4}I_1R \cdot \frac{3}{8R} = \frac{33}{32}I_1.$$

Сила тока, протекающего через амперметр и последовательно соединённый с ним резистор R , вдвое больше, чем на верхнем участке цепи с сопротивлением $2R$ (при параллельном соединении силы токов обратно пропорциональны сопротивлению резисторов). Следовательно,

$$I_x = \frac{2}{3}I'_0 = \frac{22}{32}I_1 = 22 \text{ (мА)}.$$

Ответ: $I_x = 22 \text{ мА}$.

Задача 277

Плоский конденсатор с пластинами размером $S = l \times l$ и расстоянием между ними d присоединён к полюсам батареи с ЭДС \mathcal{E} . В пространство между пластинами с постоянной скоростью v вдвигают пластинку из диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ϵ и толщиной, равной расстоянию между пластинами, d . Какой ток пойдёт по цепи?

Дано: $S = l \times l$, d , \mathcal{E} , ϵ , v .

Найти: I .

Решение.

Если изменить электроёмкость конденсатора, подключённого к источнику постоянного напряжения, то заряд на обкладках конденсатора будет также изменяться, переходя из источника на обкладки конденсатора или стекая с них в источник. В обоих случаях по соединительным проводам идёт ток. Среднюю силу тока можно найти, зная величину начального q_1 и

конечного q_2 зарядов на конденсаторе и время t , в течение которого произошло изменение заряда:

$$I = \frac{q_1 - q_2}{t}. \quad (1)$$

До внесения диэлектрика в плоский конденсатор его электроёмкость

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{d} = \frac{\epsilon_0 l^2}{d} \quad (S = l^2).$$

Так как конденсатор подключён к источнику ЭДС \mathcal{E} , на конденсаторе находится заряд

$$q_1 = C_1 \mathcal{E} = \frac{\epsilon_0 l^2 \mathcal{E}}{d}.$$

После внесения в конденсатор диэлектрика его ёмкость стала $C_2 = \frac{\epsilon \epsilon_0 l^2}{d}$,

так как по условию задачи диэлектрик заполняет всё пространство между пластинами конденсатора полностью, при этом заряд на конденсаторе

$$q_2 = C_2 \mathcal{E} = \frac{\epsilon \epsilon_0 l^2 \mathcal{E}}{d}.$$

Электрический ток в цепи течёт только в процессе изменения заряда конденсатора, вызванного движением пластины из диэлектрика, поэтому время этого изменения можно найти, зная скорость движения пластины v и расстояние, которое она проходит, перекрывая пластины. Это расстояние равно высоте пластины, и, следовательно, $t = \frac{l}{v}$.

Подставляя полученные выражения для q_1 , q_2 и t в (1), получим

$$I = \frac{\epsilon_0(\epsilon - 1)lv\mathcal{E}}{d}.$$

Ответ: $I = \frac{\epsilon_0(\epsilon - 1)lv\mathcal{E}}{d}.$

Задача 278

Плоский конденсатор ёмкостью C заполнен проводящим диэлектриком с проницаемостью ϵ и удельным сопротивлением ρ . Расстояние между

пластинами равно d . Через сопротивление R конденсатор подключён к источнику с ЭДС \mathcal{E} и внутренним сопротивлением r . Определите напряжённость электрического поля в диэлектрике E .

Дано: $C, \mathcal{E}, \rho, d, \epsilon, R, r$.

Найти: E .

Решение.

Некоторые диэлектрики в той или иной степени обладают электропроводностью. Если к источнику постоянного тока подключить конденсатор, заполненный проводящим диэлектриком, в цепи пойдёт электрический ток (ток утечки). Между пластинами будет существовать электрическое поле, напряжённость E которого можно определить, зная напряжение на обкладках конденсатора U_C и расстояние между ними d : $E = \frac{U_C}{d}$.

Так как конденсатор является проводником, то это напряжение не равно ЭДС подключённого источника: чтобы его найти, нужно знать сопротивление конденсатора.

Если плоский конденсатор с площадью обкладок S и расстоянием между ними d заполнен проводящим диэлектриком с проницаемостью ϵ и удельным сопротивлением ρ , то ёмкость и сопротивление конденсатора равны соответственно: $C = \epsilon\epsilon_0 \frac{S}{d}$, $R_C = \rho \frac{S}{d}$.

Объединяя эти формулы в одну, получим $R_C = \frac{\epsilon_0 \epsilon \rho}{C}$.

Следовательно, в цепи, согласно закону Ома, $I = \frac{\mathcal{E}}{R_C + R + r}$, а падение напряжения U_C на сопротивлении R_C есть $U_C = \frac{\mathcal{E} R_C}{R_C + R + r}$.

Таким образом,

$$E = \frac{U_C}{d} = \frac{\epsilon\epsilon_0 \rho \mathcal{E}}{[\epsilon\epsilon_0 \rho + (R + r)C]d}.$$

Ответ: $E = \frac{\epsilon\epsilon_0 \rho \mathcal{E}}{[\epsilon\epsilon_0 \rho + (R + r)C]d}$.

Задача 279

В конце зарядки батареи аккумулятора силой тока $I_1 = 3$ А присоединённый к ней вольтметр показывал напряжение $U_1 = 4,25$ В. В начале разрядки батареи силой тока $I_2 = 4$ А тот же вольтметр показывал напряжение $U_2 = 3,9$ В. Определите ЭДС и внутреннее сопротивление батареи r . Током, проходящим по вольтметру, можно пренебречь.

Дано: $I_1 = 3$ А, $I_2 = 4$ А, $U_1 = 4,25$ В, $U_2 = 3,9$ В.

Найти: \mathcal{E} , r .

Решение.

При зарядке аккумулятора его положительный полюс соединяется с положительным полюсом генератора, отрицательный — с отрицательным. ЭДС генератора больше ЭДС аккумулятора, и ток через батарею течёт в сторону, противоположную току, который она даёт при разрядке.

Если ЭДС батареи \mathcal{E} , внутреннее сопротивление r и от положительного полюса к отрицательному через батарею идёт зарядный ток I_1 , то вольтметр, подключённый к зажимам батареи, покажет напряжение $U_1 = \mathcal{E} + I_1 r$.

Если эта же батарея подключена после зарядки к такому сопротивлению, что при токе в цепи I_2 , вольтметр показывает на её зажимах напряжение U_2 , то $U_2 = \mathcal{E} - I_2 r$.

В отличие от предыдущего случая, здесь источники расходуют свою энергию, ток идёт в сторону ЭДС, поэтому перед I_2 стоит знак «минус». Из этих уравнений с учётом числовых значений токов и напряжений находим:

$$\mathcal{E} = \frac{I_1 U_2 + I_2 U_1}{I_1 + I_2}, \quad r = \frac{U_1 - U_2}{I_1 + I_2},$$
$$\mathcal{E} = 4,1 \text{ В}, \quad r = 0,05 \text{ Ом}.$$

Ответ: $\mathcal{E} = 4,1$ В, $r = 0,05$ Ом.

Задача 280

Найдите разность потенциалов между точками A и C , B и D изображённой на рисунке 194 (см. рис. 308) схемы.

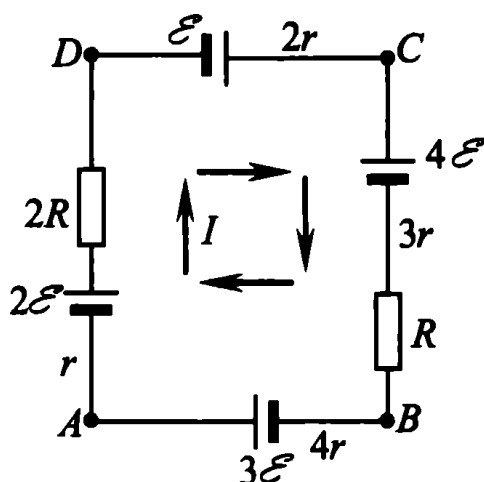


Рис. 194

Решение.

Решение задач этого типа начинают с нахождения общей ЭДС контура и силы тока в нём. Из рисунка видно, что источник с ЭДС 4ε включён навстречу остальным источникам. Общая действующая ЭДС контура в этом случае

$$\mathcal{E}_0 = \varepsilon + 2\varepsilon + 3\varepsilon - 4\varepsilon = 2\varepsilon,$$

и в цепи в направлении, указанном на рисунке 194, течёт ток $I = \frac{2\varepsilon}{3R + 10r}$.

Напряжение на участке, содержащем ЭДС, в общем случае определяется по формуле $U = \varphi_1 - \varphi_2$. Между точками A и C его можно найти двумя путями: рассматривая или участок ABC , или участок ADC . ЭДС участка ABC $\mathcal{E}_{ABC} = 4\varepsilon - 3\varepsilon = \varepsilon$, сопротивление $R_{ABC} = R + 7r$, и, следовательно, напряжение на участке $U_{AC} = \varepsilon + I(R + 7r)$.

Знак «плюс» здесь поставлен потому, что ток по участку течёт не в том направлении, как его давала бы ЭДС этого участка (участок «заряжается»). Подставляя в это уравнение значение силы тока I , после вычислений

$$\text{получим } U_{AC} = \frac{5R + 24r}{3R + 10r} \varepsilon.$$

Это же выражение можно получить иначе. ЭДС участка ADC равна $\mathcal{E}_{ADC} = 3\varepsilon$, его сопротивление $R_{ADC} = 2R + 3r$, направление тока совпадает с направлением ЭДС участка (участок «разряжается»), следовательно,

$$\text{но, } U_{AC} = 3\varepsilon - I(2R + 3r) = \frac{5R + 24r}{3R + 10r} \varepsilon, \text{ что совпадает с предыдущим}$$

результатом. Разность потенциалов между точками B и D легко получить.

$$U_{BD} = \frac{11R + 49r}{3R + 10r} \mathcal{E}.$$

Ответ: $U_{BD} = \frac{11R + 49r}{3R + 10r} \mathcal{E}.$

Задача 281

Электродпечь должна за время $\tau = 10$ мин выпаривать воду массой $m = 1$ кг, взятой при $t_1 = 20^\circ\text{C}$. Какой должна быть длина нихромовой проволоки сечением $S = 0,5 \text{ мм}^2$, используемой в качестве нагревателя, если печь предназначена для напряжения $U = 120$ В и её КПД равен $\eta = 0,8$? Удельное сопротивление нихрома $\rho = 1,1 \cdot 10^{-6}$ Ом·м. Удельная теплоёмкость и удельная теплота парообразования воды равны соответственно $c = 4,2 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}$ и $r = 2,26 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$.

Дано: $m = 1$ кг, $t_1 = 20^\circ\text{C}$, $U = 120$ В, $\eta = 0,8$, $c = 4,2 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}$,

$r = 2,26 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$, $\tau = 10$ мин = 600 с, $\rho = 1,1 \cdot 10^{-6}$ Ом·м, $S = 0,5 \text{ мм}^2 = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2$.

Найти: l .

Решение.

Из условия задачи следует, что для расчёта теплового действия тока в данном примере удобно применить формулу $I\mathcal{E} = I^2 R$. Если спираль электродпечи имеет сопротивление R и включена в сеть с напряжением U , то за время τ к воде подводится энергия, равная $Q = \eta \frac{U^2}{R} \tau$.

Чтобы нагреть воду массой m от температуры t_1 до температуры $t_2 = 100^\circ\text{C}$ и затем обратить её в пар, необходимо затратить количество теплоты

$$Q = cm(t_2 - t_1) + rm.$$

При изготовлении нагревателя сопротивлением R из проволоки сечением S её длина l должна быть такой, чтобы $R = \rho \frac{l}{S}$. Решая это уравнение совместно, получим

$$m[c(t_2 - t_1) + r] = \eta \frac{U^2 S \tau}{\rho l}.$$

Выразив отсюда длину l проволоки и подставив числовые значения, получим

$$l = \frac{\eta U^2 S \tau}{\rho m[c(t_2 - t_1) + r]} = 1,2 \text{ (м)}.$$

Ответ: $l = 1,2 \text{ м}$.

Задача 282 *

Алюминиевая проволока диаметром $d = 2,5 \text{ мм}$, не слишком гнутая, покрыта льдом. Общий диаметр проволоки со льдом $D = 3,5 \text{ мм}$. Температура льда и проволоки $t = 0^\circ \text{С}$. По проволоке пустили ток силой $I = 15 \text{ А}$. За какое время лёд растает? Плотность льда $\rho_{\text{л}} = 0,9 \text{ г/см}^3$. Удельное сопротивление алюминия $\rho = 2,8 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 340 \text{ кДж/кг}$. (Примечание: формула площади круга $S = \pi \cdot r^2$, где r — радиус круга.)

Решение.

При прохождении тока через проволоку в ней выделяется тепло, по закону Джоуля — Ленца, $Q = I^2 R \tau$, где τ — искомое время таяния льда, а R — сопротивление проволоки. Это сопротивление, согласно известной формуле, равно

$$R = \rho \frac{l}{S} = \frac{4\rho l}{\pi d^2}.$$

Здесь l — длина проволоки, S — площадь её поперечного сечения.

Это количество теплоты расходуется на плавление льда:

$$Q = \lambda m.$$

Масса льда m равна произведению его плотности на объём V :

$$m = \rho_{\text{л}} V = \rho_{\text{л}} \frac{1}{4} \pi (D^2 - d^2) l.$$

Приравнявая полученные выражения для количеств теплоты и выражая время, окончательно получаем

$$\tau = \frac{\lambda \rho_{\text{л}} \pi^2 d^2 (D^2 - d^2)}{16 I^2 \rho} \approx 19 \text{ (мин.)}$$

Ответ: $\tau \approx 19$ мин.

Задача 283

Найдите заряд на конденсаторе в схеме, изображённой на рисунке 195.

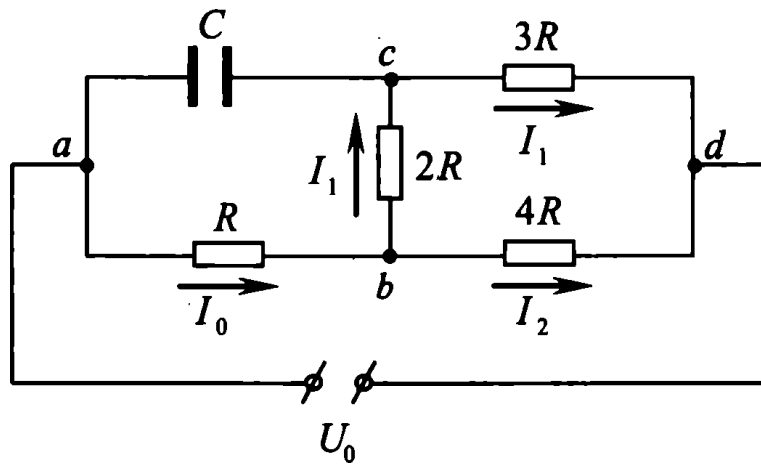


Рис. 195

Дано: $C, U_0, R, 2R, 3R, 4R$.

Найти: q .

Решение.

ВНИМАНИЕ!

Рассчитывая схемы, содержащие воздушный конденсатор, включённый в цепь постоянного напряжения, необходимо знать, что постоянный ток через конденсатор не течёт и в ветви, где он включён, тока нет.

В предложенной схеме ток I_0 , текущий от источника с напряжением U_0 , протечёт через сопротивление R и разветвится в точке b на токи I_1 и I_2 , не заходя в ветвь aCc . Чтобы определить заряд на конденсаторе, нужно найти разность потенциалов на его обкладках. Она, как видно из чертежа, равна разности потенциалов U_{ac} между точками a и c , равной в свою очередь сумме падений напряжений U_1 и U_2 соответственно на сопротивлениях R и $2R$. К нахождению U_{ac} фактически и сводится вся задача.

Заряд на конденсаторе $q = CU_{ac}$, где $U_{ac} = U_1 + U_2$.

Эту сумму можно найти, используя правила расчёта последовательной и параллельной цепи.

$$U_0 = U_1 + U_2 + U_3,$$

где U_3 — падение напряжения на сопротивлении $3R$. Таким образом, вычислив U_3 , мы найдём при заданном U_0 сумму $U_1 + U_2$.

Применим закон Ома ко всей цепи:

$$I_0 = \frac{U_0}{R + \frac{(2R + 3R)4R}{2R + 3R + 4R}} = \frac{9U_0}{29R}.$$

Для параллельных ветвей bcd и $b4Rd$ можно записать: $U_2 + U_3 = U_4$, $I_0 = I_1 + I_2$, где $U_2 = I_1 2R$; $U_3 = I_1 3R$; $U_4 = I_2 4R$.

Исключим из этих уравнений токи I_1 и I_2 , получим одно уравнение

$$U_3 = \frac{I_0 3R \cdot 4R}{2R + 3R + 4R} = \frac{4}{3} I_0 R, \text{ или } U_3 = \frac{12}{29} U_0.$$

Так как $U_{ac} = U_1 + U_2 = U_0 - U_3 = \frac{17}{29} U_0$, то окончательно имеем:

$$q = \frac{17}{29} U_0 C.$$

Ответ: $q = \frac{17}{29} U_0 C.$

Задача 284 *

При электролизе раствора серной кислоты за $\Delta t = 1$ ч выделилось $m = 0,30$ г водорода. Определите мощность P , расходуемую на нагревание электролита, если его сопротивление $R = 0,4$ Ом.

Дано: $\Delta t = 1$ ч = 3600 с, $m = 0,30$ г = $3 \cdot 10^{-4}$ кг, $R = 0,4$ Ом.

Найти: P .

Решение.

$F = 9,65 \cdot 10^4$ Кл/моль; $M = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль; $z = 2$. Мощность электрического тока, расходуемая на нагревание электролита, $P = I^2 R$. Для нахождения силы тока I , текущего через электролит, запишем закон

Фарадея для электролиза $m = k I \Delta t$, откуда $I = \frac{m}{k \Delta t}$, где $k = \frac{1}{F} \cdot \frac{M}{z}$.

Окончательно имеем: $P = \frac{m^2 R F^2 z^2}{M^2 \Delta t^2}$, $P = 26$ Вт.

Ответ: $P = 26$ Вт.

Задача 285 *

Для серебрения изделия (пластинки) через раствор азотнокислого серебра проходит ток плотностью j . С какой скоростью растёт толщина серебряного покрытия пластины? Плотность ρ и электрохимический эквивалент k серебра даны.

Дано: j, ρ, k .

Найти: ν .

Решение.

При прохождении электрического тока через раствор серебра за время t на катоде (пластинке) откладывается масса серебра $m = kIt$.

Если слой серебра плотностью ρ осаждается равномерно по всей поверхности пластинки площадью S и толщина слоя h , то масса выделившегося серебра $m = \rho Sh$ ($Sh = V$ — объём) или $kIt = \rho Sh$,

т. к. $j = \frac{I}{S}$ и $\frac{h}{t} = \nu$, получим $\nu = j \frac{k}{\rho}$.

Ответ: $\nu = j \frac{k}{\rho}$.

Задача 286 *

Сколько электроэнергии нужно затратить для получения из подкислённой воды водорода, имеющего при температуре $T = 300$ К и давлении $P = 10^5$ Па объём $V = 2,5 \cdot 10^{-3}$ м³, если электролиз ведётся при напряжении $U = 5$ В, а КПД установки $\eta = 0,75$?

Дано: $T = 300$ К, $P = 10^5$ Па, $V = 2,5 \cdot 10^{-3}$ м³, $\eta = 0,75$, $U = 5$ В.

Найти: W .

Решение.

Согласно закону Фарадея, масса m водорода, выделившегося при электролизе подкислённой воды при КПД установки $\eta = 0,75$, $m = \eta kIt$, где $k = 10^{-8}$ кг/Кл — электрохимический эквивалент водорода.

Если при электролизе к электродам приложена разность потенциалов U и их поляризацией можно пренебречь (ЭДС поляризации очень мала), то для получения данного количества газа необходимо затратить электро-энергию $W = IUt$, то есть $m = \eta k \frac{W}{u}$.

Массу водорода, полученного при электролизе, можно выразить из уравнения Менделеева — Клапейрона через параметры состояния газа:

$$PV = \frac{m}{M}RT,$$

и окончательно получим $W = \frac{MPVu}{\eta kRT}$, $W = 134$ кДж.

Ответ: $W = 134$ кДж.

12. Магнитное поле, электромагнитная индукция

12.1. Взаимодействие магнитов. Магнитное поле проводника с током

Опыты показывают, что между двумя параллельно расположенными проводниками бесконечной длины, по которым протекают постоянные токи, возникает сила взаимодействия. Проводники с одинаково направленными токами притягиваются, а проводники с противоположно направленными токами отталкиваются. Взаимодействие между проводниками с током, т. е. взаимодействие между движущимися электрическими зарядами, называют магнитным (см. рис. 196 на с. 315).

Магнитное поле

Взаимодействие проводников с током объясняется тем, что электрический ток, протекающий по одному из проводников, создаёт в окружающем его пространстве магнитное поле, которое и действует на другой проводник, помещённый в это поле.

Магнитное поле представляет собой особую форму материи, посредством которой осуществляется взаимодействие между движущимися заряженными частицами.

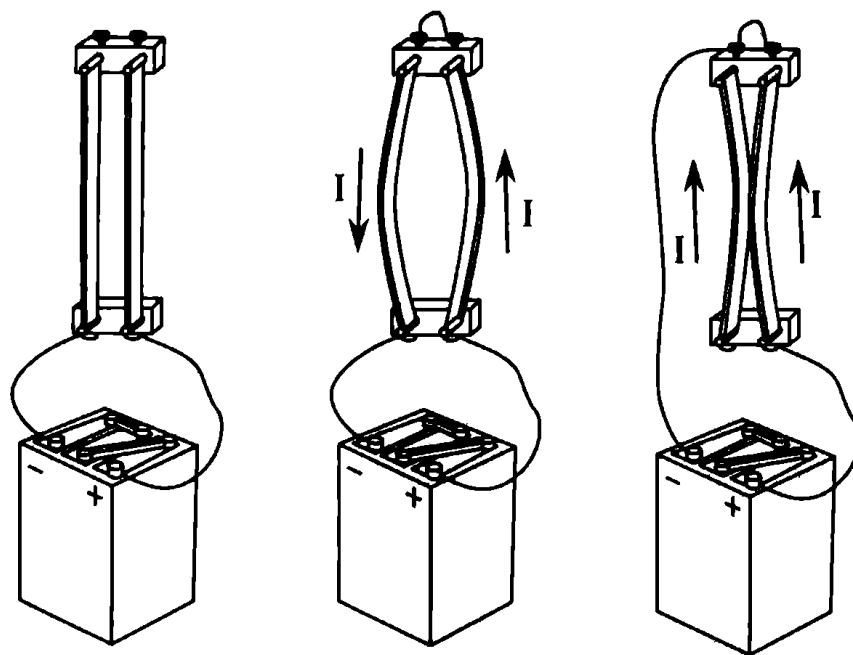


Рис. 196

Особенностью магнитного поля является то, что поле создаётся движущимися электрическими зарядами и действует только на движущиеся электрические заряды.

Индукция магнитного поля

Характеристикой магнитного поля является магнитная индукция \vec{B} . Поскольку это вектор, то следует определить и направление этого вектора, и его модуль. Направление вектора магнитной индукции связано с ориентирующим действием магнитного поля на магнитную стрелку. За направление вектора магнитной индукции принимается направление от южного полюса S к северному N магнитной стрелки, свободно устанавливающейся в магнитном поле.

Направление вектора магнитной индукции прямолинейного проводника с током можно определить с помощью правила буравчика: если направление поступательного движения буравчика совпадает с направлением тока в проводнике, то направление вращения рукоятки буравчика совпадает с направлением вектора магнитной индукции.

Графически магнитное поле можно изображать с помощью линий магнитной индукции. Линиями магнитной индукции называются воображаемые линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направ-

лением вектора магнитной индукции \vec{B} . Линии магнитной индукции всегда замкнуты, т.е не имеют ни начала, ни конца. Такое поле называется вихревым.

На рисунке 197 изображены линии магнитной индукции прямолинейного участка проводника с током.

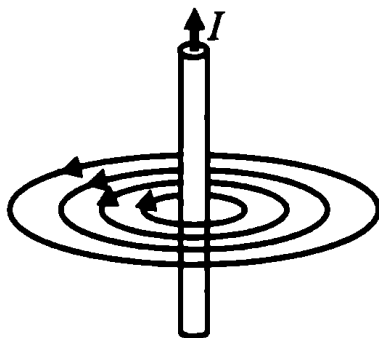


Рис. 197

Модулем вектора магнитной индукции называется отношение максимальной силы, действующей со стороны магнитного поля на участок проводника с током, к произведению силы тока на длину этого участка:

$$B = \frac{F_m}{I \Delta l}.$$

Единица магнитной индукции называется *тесла* (1 Тл).

Сила, действующая на проводник с током в магнитном поле.

Закон Ампера

На проводник с током, помещённый в магнитное поле, действует сила Ампера.

Закон Ампера:

на отрезок проводника с током силой I и длиной l , помещённый в однородное магнитное поле с индукцией \vec{B} , действует сила, модуль которой равен произведению модуля вектора магнитной индукции на силу тока, на длину участка проводника, находящегося в магнитном поле, и на синус угла между направлением вектора \vec{B} и проводником с током:

$$F = BIl \sin \alpha.$$

Направление силы Ампера определяется с помощью *правила левой руки*: если левую руку расположить так, чтобы перпендикулярная проводнику составляющая вектора магнитной индукции входила в ладонь, а четыре

вытянутых пальца указывали бы направление тока, то отогнутый на 90° большой палец укажет направление силы Ампера (см. рис. 198).

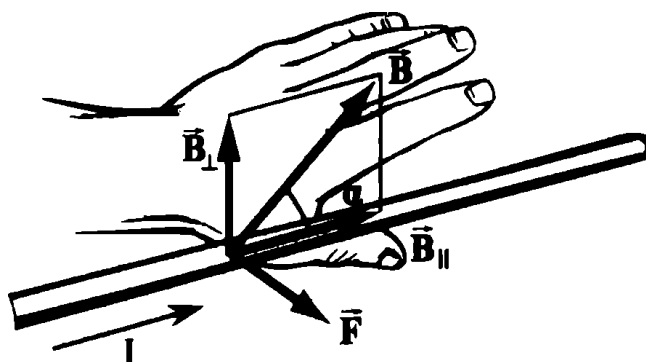


Рис. 198

Действие магнитного поля на движущийся заряд. Сила Лоренца

На электрический заряд, движущийся в магнитном поле, действует сила Лоренца. Модуль силы Лоренца равен произведению модуля заряда на модуль вектора магнитной индукции и на синус угла между вектором магнитной индукции и вектором скорости движущегося заряда:

$$F = qvB \sin \alpha.$$

Направление силы Лоренца определяется с помощью правила левой руки: если левую руку расположить так, чтобы составляющая магнитной индукции, перпендикулярная скорости заряда, входила в ладонь, а четыре пальца были направлены по движению положительного заряда, то отогнутый на 90° большой палец покажет направление силы Лоренца, действующей на заряд.

12.2. Магнитный поток, явление электромагнитной индукции, закон электромагнитной индукции Фарадея

Магнитным потоком Φ через поверхность контура площадью S называют величину, равную произведению модуля вектора магнитной индукции на площадь этой поверхности и на косинус угла между вектором магнитной индукции \vec{B} и нормалью к поверхности \vec{n} :

$$\Phi = BS \cos \alpha.$$

Единицей магнитного потока является *вебер* (1 Вб).

Электромагнитная индукция

Явление электромагнитной индукции заключается в возникновении электрического тока в проводящем контуре, который либо покоится в переменном во времени магнитном поле, либо движется в постоянном магнитном поле таким образом, что число линий магнитной индукции, пронизывающих этот контур, меняется.

Закон электромагнитной индукции Фарадея

ЭДС электромагнитной индукции E_i в контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока сквозь площадь поверхности, ограниченной этим контуром:

$$E_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

12.3. Правило Ленца, самоиндукция, индуктивность, энергия магнитного поля

Правило Ленца

Индукционный ток в замкнутом контуре всегда имеет такое направление, чтобы магнитный поток поля, созданного этим током, сквозь поверхность, ограниченную контуром, уменьшал бы те изменения поля, которые вызвали появление индукционного тока. На рисунке 199 (см. с. 319) указаны по правилу Ленца направления индукционных токов в катушке, вызванных перемещением магнита.

Явление самоиндукции. Индуктивность

Если по катушке течёт переменный ток, то магнитный поток, пронизывающий катушку, меняется. Поэтому возникает ЭДС индукции в том же самом проводнике, по которому течёт переменный ток. Это явление называется самоиндукцией.

Известно, что между током I в проводящем контуре и магнитным потоком Φ , пронизывающим этот контур, есть пропорциональность:

$$\Phi = LI,$$

где L — индуктивность контура.

Единицу индуктивности называют *генри* (1 Гн).

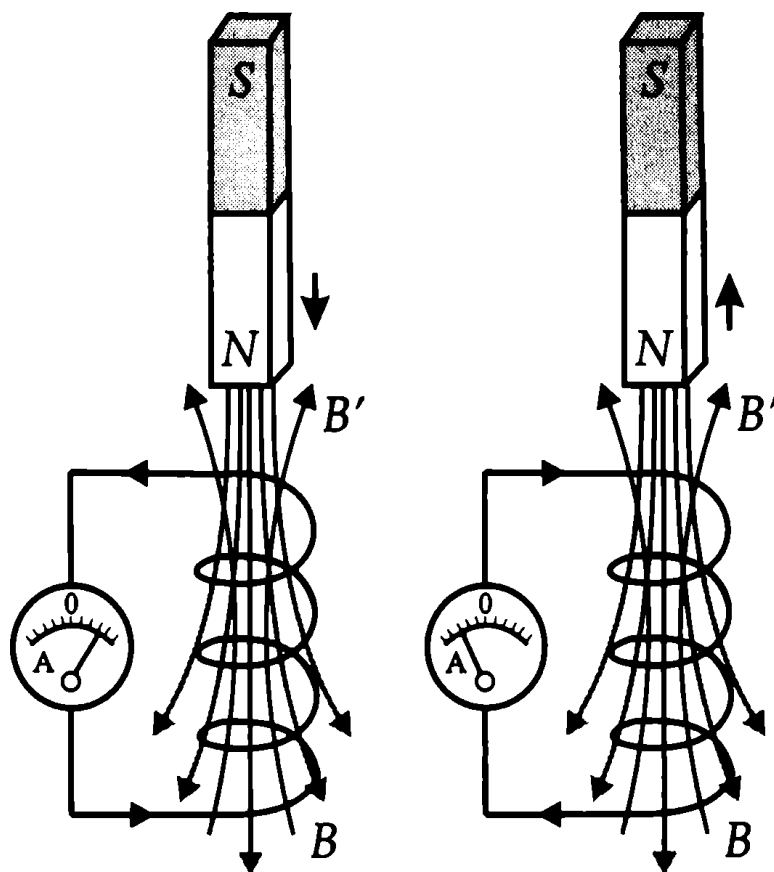


Рис. 199

Энергия магнитного поля

Энергию магнитного поля можно рассчитать по формуле

$$W_m = \frac{LI^2}{2}.$$

Примеры решения заданий базового уровня сложности

Задача 287

На проводник с током 2 А длиной 25 см в однородном магнитном поле с индукцией 0,1 Тл действует сила, равная 50 мН. Какова ориентация проводника в магнитном поле?

Решение. Сила Ампера

$$F_A = BIl \sin \alpha,$$

откуда

$$\sin \alpha = \frac{F_A}{BIl}, \quad \sin \alpha = \frac{50 \cdot 10^{-3}}{0,1 \cdot 2 \cdot 0,25} = 1,$$

угол $\alpha = 90^\circ$.

Ответ: 90° .

Задача 288

На проводник с током I в магнитном поле с индукцией \vec{B} действует сила Ампера (см. рис. 200) по направлению ...

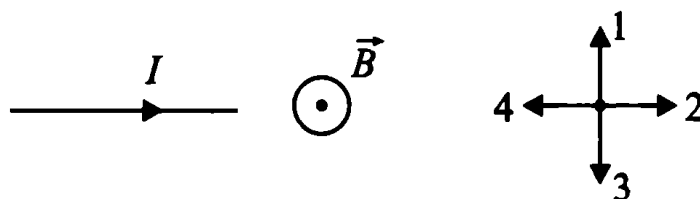


Рис. 200

Решение. Направление силы Ампера определяют по правилу левой руки: если расположить ладонь левой руки так, чтобы вектор \vec{B} входил в ладонь, вытянутые 4 пальца направить по направлению тока, то отогнутый большой палец укажет направление силы Ампера.

Ответ: 3.

Задача 289

Электрон e , влетевший в зазор между полюсами электромагнита, имеет горизонтальную скорость \vec{v} , перпендикулярную вектору индукции \vec{B} магнитного поля (см. рис. 201). Куда направлена (*вправо, влево, вверх, вниз, к наблюдателю, от наблюдателя*) действующая на него сила Лоренца \vec{F} ?

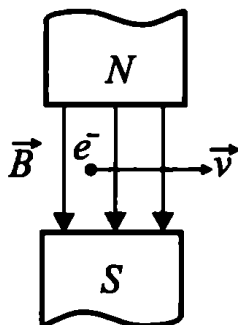


Рис. 201

Решение. По правилу левой руки и учитывая, что электрон имеет отрицательный заряд, находим, что сила направлена к нам из-за плоскости рисунка.

Ответ: к наблюдателю.

Задача 290

Квадратная рамка расположена в однородном магнитном поле в плоскости линий магнитной индукции так, как показано на рисунке 202. Направление тока в рамке показано стрелками. Как направлена (*вправо, влево, вверх, вниз, к наблюдателю, от наблюдателя*) сила, действующая на сторону ab рамки со стороны магнитного поля?

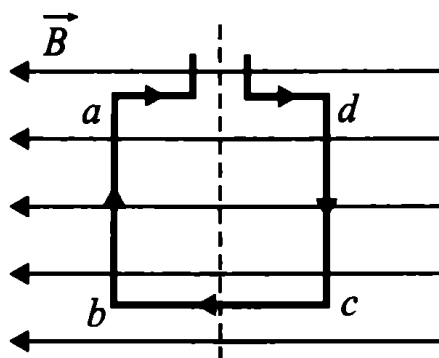


Рис. 202

Решение. Применяя правило левой руки для стороны ab , получим, что сила направлена перпендикулярно плоскости чертежа, к нам.

Ответ: к наблюдателю.

Задача 291

На рисунке 203 изображён горизонтальный проводник, по которому течёт электрический ток в направлении «от нас». Укажите, куда направлен относительно рисунка (*вправо, влево, вверх, вниз, к наблюдателю, от наблюдателя*) вектор магнитной индукции в точке A .



Рис. 203

Решение. Для того чтобы определить направление вектора магнитной индукции B в точке A , воспользуемся правилом буравчика. Так как на

рисунке ток в проводнике течёт в направлении «от нас» за плоскость рисунка, то вектор \vec{B} в точке A направлен вверх.

Ответ: вверх.

Задача 292

На рисунке 204 изображена рамка с током, помещённая в магнитное поле. Как направлена относительно рисунка (*вправо, влево, вверх, вниз, к наблюдателю, от наблюдателя*) вызванная этим полем сила Ампера, действующая на сторону 3–4 рамки? Ток в рамке течёт по часовой стрелке.

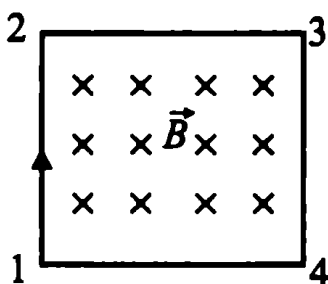


Рис. 204

Решение. Определим направление тока через проводник 3–4:

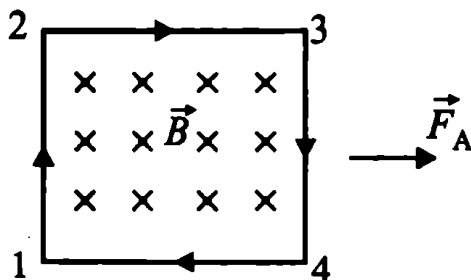


Рис. 205

Для нахождения направления силы Ампера воспользуемся правилом левой руки. Сила Ампера будет лежать в плоскости рисунка и направлена вправо (см. рис. 205).

Ответ: вправо.

Задача 293

Магнитное поле создано в точке A двумя параллельными длинными проводниками с токами I_1 и I_2 , расположенными перпендикулярно плоскости чертежа на рисунке 206 (см. с. 323). Ток I_1 течёт в направлении «к

нам», I_2 — «от нас». Куда направлены в плоскости чертежа (*вправо, влево, вверх, вниз, к наблюдателю, от наблюдателя*) векторы магнитной индукции B_1 и B_2 в точке A ?

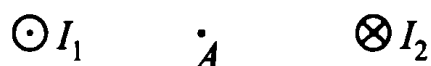


Рис. 206

Решение. По правилу буравчика: если направление поступательного движения буравчика (винта) совпадает с направлением тока в проводнике, то направление вращения ручки буравчика совпадает с направлением вектора магнитной индукции поля, создаваемого этим током. Следовательно, в точке A индукции магнитных полей, создаваемых и током I_1 , и током I_2 , направлены вверх.

Ответ: вверх.

Задача 294

Прямолинейный проводник длиной 40 см находится в однородном магнитном поле с индукцией 0,2 Тл. Сила тока в проводнике 50 А, угол α между проводником и направлением магнитного поля 60° . Найдите силу, действующую на этот проводник. Ответ округлите до сотых.

Решение. Сила Ампера, действующая на проводник с током,

$$F = IBL \sin \alpha = 50 \cdot 0,2 \cdot 0,4 \sin 60^\circ = 3,46 \text{ (Н)}.$$

Ответ: 3,46 Н.

Задача 295

С какой силой действует однородное магнитное поле с индукцией 4 Тл на проводник длиной 25 см, расположенный под углом 30° к вектору индукции, если сила тока в проводнике 2 А?

Решение. В однородном магнитном поле на проводник действует сила Ампера, которую можно рассчитать по формуле

$$F_A = I \cdot B \cdot l \cdot \sin \alpha;$$
$$F_A = 2 \cdot 4 \cdot 0,25 \cdot 0,5 = 1 \text{ (Н)}.$$

Ответ: 1 Н.

Задача 296

По параллельным металлическим проводникам, расположенным в однородном магнитном поле, с постоянной скоростью перемещается перемычка. Какой из графиков на рисунке 207 соответствует зависимости индукционного тока от времени?

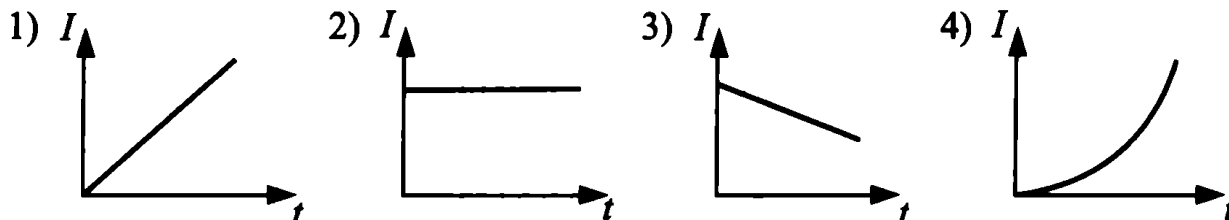


Рис. 207

Решение. При равномерном перемещении перемычки сила Ампера, действующая на неё, постоянна, т. к. сила Ампера компенсирует силу тяжести. Сила Ампера $F = IBl \sin \alpha$. Для постоянства скорости сила тока должна быть постоянной. Этому соответствует график 2.

Ответ: 2.

Задача 297

На рисунке 208 представлен график изменения силы тока в катушке с индуктивностью $L = 6$ Гн. Чему равна величина ЭДС самоиндукции?

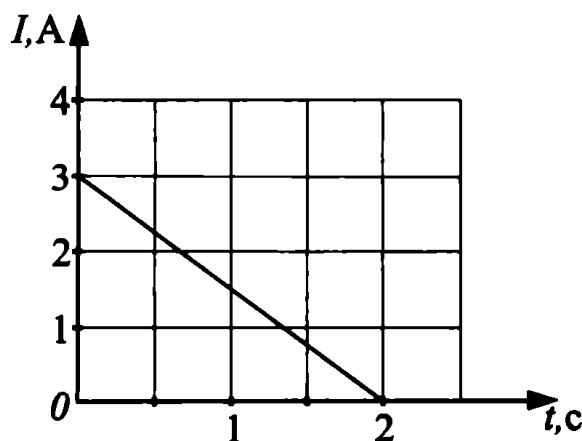


Рис. 208

Решение. Изменение силы тока за 2 с равно 3 А. ЭДС самоиндукции, вычисляемая по формуле $\mathcal{E} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$, равна $\mathcal{E} = \frac{6 \text{ Гн} \cdot |-3 \text{ А}|}{2 \text{ с}} = 9 \text{ В}$.

Ответ: 9 В.

Задача 298

На рисунке 209 приведена зависимость силы тока в катушке от времени. Какова индуктивность катушки, если энергия магнитного поля, создаваемого током в катушке в момент времени 1,8 с, равна 14,7 мкДж?

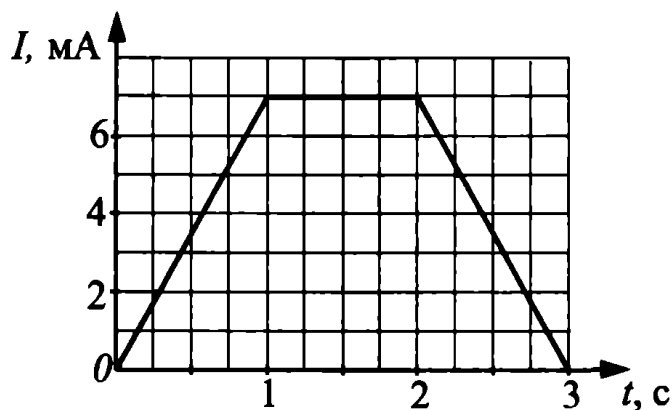


Рис. 209

Решение. По графику зависимости силы тока от времени определим силу тока в катушке в момент времени 1,8 с: $I = 7$ мА.

Энергия магнитного поля в катушке

$$W_m = \frac{LI^2}{2},$$

откуда

$$L = \frac{2 \cdot W_m}{I^2}.$$

Считаем:

$$L = \frac{2 \cdot 14,7 \cdot 10^{-6}}{(7 \cdot 10^{-3})^2} = 0,6 \text{ (Гн)}.$$

Ответ: 0,6 Гн.

Примеры решения заданий повышенного уровня сложности

Задача 299

С какой скоростью должна двигаться частица в двух взаимно перпендикулярных полях: электрическом ($E = 100$ В/м) и магнитном ($B = 0,5$ Тл), чтобы её движение было равномерным?

Решение. Для равномерного полёта частицы электрическая и магнитная силы должны уравнивать друг друга.

$$qvB = qE \Rightarrow v = \frac{E}{B} = \frac{100 \text{ В/м}}{0,5 \text{ Тл}} = 200 \text{ (м/с)}.$$

Ответ: 200 м/с.

Задача 300

Линейный проводник длиной 0,2 м с током 5 А равномерно движется по поверхности перпендикулярно силовым линиям магнитного поля с индукцией $B = 0,4 \text{ Тл}$. Найдите коэффициент трения проводника о поверхность, если его масса $m = 0,4 \text{ кг}$.

Решение. Поскольку движение проводника равномерно, сумма сил, действующих на него, равна 0 (см. рис. 210).

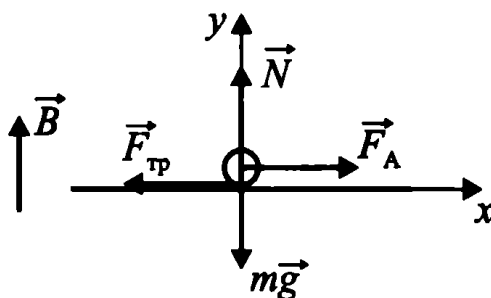


Рис. 210

Рассматривая проекции сил на оси x и y , находим:

$$F_A - F_{тр. ск.} = 0,$$

здесь $F_{тр. ск.} = \mu N = \mu mg$, а сила Ампера $F_A = BIl$ при данном расположении проводника. Получаем: $\mu mg = BIl$, $\mu = \frac{BIl}{mg}$. Подставляя численные значения, находим: $\mu = 0,1$.

Ответ: 0,1.

Задача 301

Между полюсами электромагнита в горизонтальном однородном магнитном поле с индукцией 0,15 Тл находится прямолинейный проводник массой 12 г и длиной 0,4 м, подвешенный горизонтально на гибких проводах под прямым углом к магнитному полю (см. рис. 211 на с. 327). Через проводник пропускают ток. При какой силе тока исчезает натяжение проводов, поддерживающих проводник?

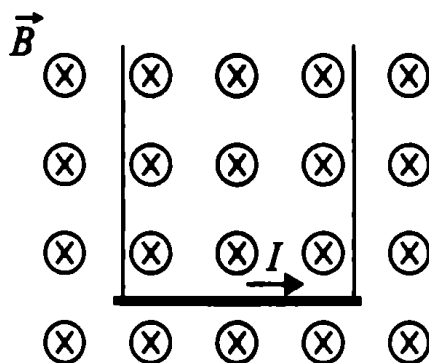


Рис. 211

Решение. Сила Ампера, действующая на проводник в магнитном поле, изображённом на рисунке 211, направлена вверх в плоскости рисунка. Следовательно, натяжение проводов, поддерживающих проводник, исчезнет в тот момент, когда эта сила Ампера будет равна силе тяжести.

$$IBl \sin \alpha = mg.$$

Так как проводник расположен перпендикулярно направлению линий индукции магнитного поля, $\alpha = 90^\circ$, $\sin \alpha = 1$.

Следовательно, сила тока

$$I = \frac{mg}{Bl} = \frac{0,012 \cdot 10}{0,15 \cdot 0,4} = 2 \text{ (A)}.$$

Ответ: 2 А.

Задача 302

По горизонтально расположенным рельсам, замкнутым резистором 5 Ом, без трения перемещают металлическую перемычку. Однородное магнитное поле индукцией 0,5 Тл направлено перпендикулярно плоскости расположения рельс. Расстояние между рельсами 2 метра. Какую мощность надо затратить, чтобы равномерно перемещать перемычку со скоростью 2 м/с?

Решение. Затрачиваемая работа идёт на нагрев резистора индукционным током ЭДС $\mathcal{E} = lvB$, а ток $I = \frac{lvB}{R}$. Выделяемая мощность

$$P = I^2 R = \frac{l^2 v^2 B^2}{R^2} R = \frac{l^2 v^2 B^2}{R} = \frac{(2 \text{ м})^2 \cdot (2 \text{ м/с})^2 \cdot (0,5 \text{ Тл})^2}{5 \text{ Ом}} = 0,8 \text{ (Вт)}.$$

Ответ: 0,8 Вт.

Задача 303

Какое ускорение сообщает однородное электростатическое поле напряжённостью 3 кВ/м протону?

Решение. По второму закону Ньютона $F = ma$, где $F = qE$, тогда

$$a = \frac{qE}{m}.$$

Считаем:

$$a = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3 \cdot 10^3}{1,673 \cdot 10^{-27}} = 2,9 \cdot 10^{11} \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

Ответ: $2,9 \cdot 10^{11} \text{ м/с}^2$.

Задача 304

Электрон движется по окружности радиусом 1 см в однородном магнитном поле. Вектор магнитной индукции поля направлен перпендикулярно направлению скорости электрона и равен 9,1 мТл. Найдите скорость электрона.

Решение. Сила Лоренца, действующая на электрон, равна $F = qvB$.

Ускорение электрона $a = \frac{v^2}{R}$. Из второго закона Ньютона

$$qvB = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \frac{qBR}{m} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,0091 \cdot 0,01}{9,1 \cdot 10^{-31}} = 1,6 \cdot 10^7 \text{ (м/с)}.$$

Ответ: $1,6 \cdot 10^7 \text{ м/с}$.

Задача 305

Протон вращается в однородном магнитном поле индукцией 0,1 Тл по окружности. Каков период его обращения?

Решение. Период обращения протона в магнитном поле

$$T = \frac{2\pi R}{v}.$$

Согласно второму закону Ньютона,

$$qvB = \frac{mv^2}{R},$$

откуда

$$R = \frac{mv}{qB}.$$

Тогда

$$T = \frac{2\pi mv}{vqB} = \frac{2\pi m}{qB}.$$

Считаем:

$$T = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 1,673 \cdot 10^{-27}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,1} = 6,6 \cdot 10^{-7} \text{ (с)} = 0,66 \text{ (мкс)}.$$

Ответ: 0,66 мкс.

Задача 306

Заряженная частица движется в магнитном поле по окружности радиусом 4 см со скоростью 10^6 м/с. Индукция магнитного поля равна 0,6 Тл. Найдите заряд частицы, если её энергия равна $19,2 \cdot 10^{-16}$ Дж.

Решение. Масса частицы найдётся из выражения для кинетической энергии $E = \frac{mv^2}{2}$, а заряд найдём из уравнения движения частицы по окружности радиусом R :

$$qvB = \frac{mv^2}{R}.$$

Окончательно получим

$$q = \frac{mv^2}{vBR} = \frac{2E}{vBR},$$

$$q = \frac{2 \cdot 19,2 \cdot 10^{-16}}{10^6 \cdot 0,6 \cdot 0,04} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ (Кл)}.$$

Ответ: $1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Задача 307

Проводящий виток радиусом 5 см расположен во внешнем однородном магнитном поле с индукцией 0,1 Тл так, что магнитный поток через контур равен нулю. При повороте витка на угол 90° относительно его диаметра поток становится максимальным. Чему равна ЭДС индукции в контуре, если поворот занял 0,5 с?

Решение. По закону Фарадея

$$\mathcal{E}_i = \left| \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right|,$$

где $\Delta\Phi = BS = B\pi R^2$. Тогда

$$\mathcal{E}_i = \frac{B\pi R^2}{\Delta t}.$$

Считаем:

$$\mathcal{E}_i = \frac{0,1 \cdot 3,14 \cdot 5^2 \cdot 10^{-4}}{0,5} \approx 1,6 \text{ (мВ)}.$$

Ответ: 1,6 мВ.

Задача 308

Положительно заряженная пылинка ($q > 0$) массой m влетела со скоростью v в однородное электрическое поле напряжённостью E вдоль его силовых линий. Установите соответствие между физическими величинами и формулами, по которым их можно рассчитать.

К каждой позиции первого столбца подберите соответствующую позицию из второго столбца и запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

Физические величины	Формулы
А) ускорение пылинки	1) $\frac{qE}{m}$
Б) кинетическая энергия пылинки в момент времени t	2) $\frac{mE}{q}$
	3) $\frac{m\left(v + \frac{qE}{m}t\right)^2}{2}$
	4) $\frac{qEt^2}{2m}$

Решение. II закон Ньютона для пылинки:

$$\vec{F} = m\vec{a},$$

где $\vec{F} = q\vec{E}$.

Тогда $qE = ma$, откуда

$$a = \frac{qE}{m}.$$

Так как пылинка движется с постоянным ускорением, то $v = v_0 + at$

или $v = v_0 + \frac{qE}{m}t.$

Кинетическая энергия пылинки

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

$$E_k = \frac{m\left(v_0 + \frac{qE}{m}t\right)^2}{2}.$$

Ответ: 13.

Задача 309

Для изучения свойств магнитного поля ученик поместил проводящий контур между полюсами магнита. При пропускании электрического тока через контур он начинает вращаться так, как показано на рисунках 212а и 212б.

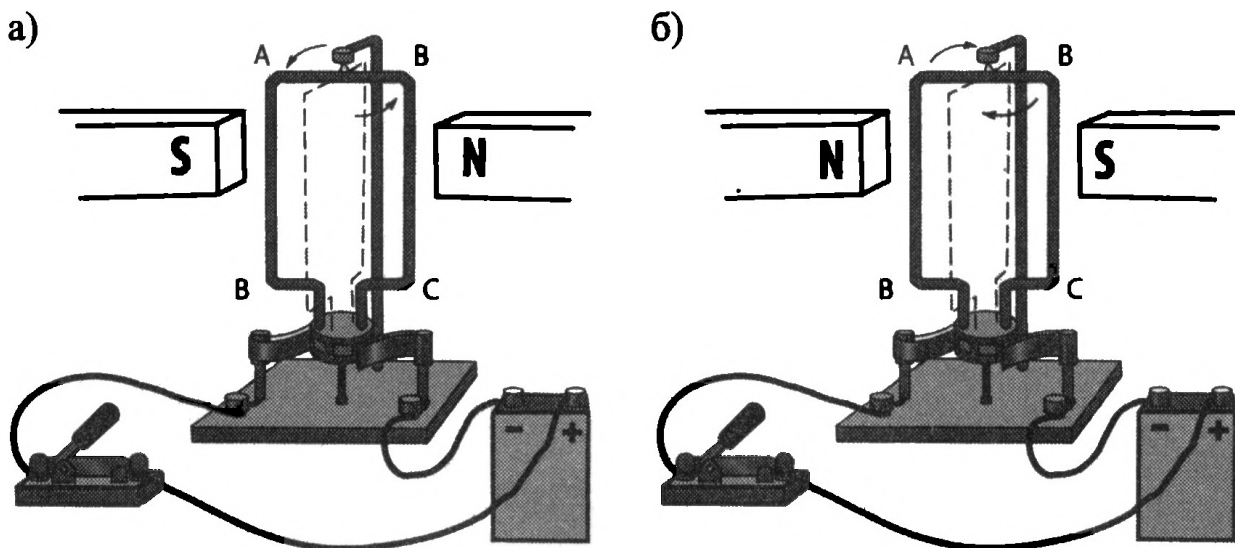


Рис. 212

Выберите из предложенного перечня все утверждения, которые соответствуют результатам проведённых экспериментальных наблюдений. Запишите цифры, под которыми они указаны.

- 1) Контур с током взаимодействует с магнитом.
- 2) При изменении силы электрического тока, протекающего через контур, скорость вращения контура изменяется.
- 3) Направление вращения контура зависит от направления тока в нём.
- 4) Направление вращения контура зависит от направления внешнего магнитного поля.
- 5) Скорость вращения контура зависит от свойств среды, в которую он помещён.

Решение. Рассмотрим каждое из утверждений.

1. Из рисунков следует, что контур с током взаимодействует с магнитом. Первое утверждение верное.

2. Сила тока, текущего через контур, в процессе эксперимента не изменялась. Следовательно, о зависимости скорости вращения контура от силы протекающего в нем тока, ничего сказать нельзя. Второе утверждение ложное.

3. Ток в цепи в обоих проведённых экспериментах течёт в одну сторону (источник тока на обоих электрических схемах подключен одинаково). Второе утверждение ложное.

4. Направления внешнего магнитного поля в экспериментах менялось (полюса магнитов в первой и втором эксперименте расположены одинаково). Получается, что направление вращения контура зависит от направления внешнего магнитного поля. Четвертое утверждение верное.

5. Окружающая среда в экспериментах не менялась, а значит, о том, что произойдёт, если она изменится, ничего утверждать нельзя. Пятое утверждение ложное.

Ответ: 14.

Примеры решения заданий высокого уровня сложности

Алгоритм решения задач

По теме «Действие магнитного поля на электрический ток и движущийся электрический заряд (силы Ампера и Лоренца)» необходимо:

1. Установить источник магнитного поля. Выяснить, является ли это поле однородным; если оно неоднородно, то одинакова ли его индукция в том месте, где находится рассматриваемый проводник с током (движущийся заряд). Задать или определить в этой области (используя правило правого винта) направление вектора \vec{B} .
2. Задать или учесть направление тока в проводнике (направление движения заряженной частицы), после чего определить направление силы Ампера (силы Лоренца), действующей на проводник (частицу).
3. Если на проводник (частицу), кроме силы Ампера (силы Лоренца), действуют другие силы, определить их происхождение и направление. Все силы изобразить на рисунке.
4. Составить в векторном виде уравнение движения или равновесия проводника (частицы).
5. Выбрать оси координат и спроецировать на них полученное векторное уравнение.
6. Решить полученную систему уравнений относительно неизвестных величин.

При решении задач по теме «Электромагнитная индукция» следует руководствоваться алгоритмом применения правила Ленца.

Задача 310

Контур в виде квадрата с диагональю, изготовленный из медной проволоки сечением $S = 1 \text{ мм}^2$, подключён к источнику постоянного напряжения $U = 110 \text{ В}$, как показано на рисунке 213 (см. рис. 334). Плоскость квадрата расположена параллельно магнитному полю $B = 1,7 \cdot 10^{-2} \text{ Тл}$. Определите величину и направление силы, действующей на контур со стороны поля.

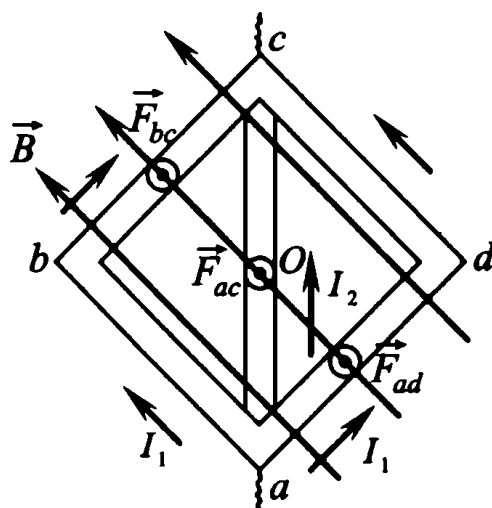


Рис. 213

Дано: $S = 1 \text{ мм}^2 = 10^{-6} \text{ м}^2$, $U = 110 \text{ В}$, $B = 1,7 \cdot 10^{-2} \text{ Тл}$.

Найти: F .

Решение.

Чтобы найти равнодействующую сил (Ампера), действующих со стороны магнитного поля на контур с током, нужно найти величину и направление сил, действующих на отдельные элементы контура, и затем их сложить.

По расположению элементов контура относительно магнитного поля в контуре можно выделить пять прямолинейных проводников: ab , bc , cd , ad , ac . По этим проводникам протекают токи I_1 и I_2 , величину которых можно определить из закона Ома для участка цепи. Так как напряжение подводится к точкам a и c , длина стороны квадрата равна l , площадь поперечного сечения проволоки и её удельное сопротивление равны соответственно S и ρ , то

$$I_1 = \frac{U}{R_{abc}} = \frac{US}{\sqrt{2}\rho l}; \quad I_2 = \frac{US}{\sqrt{2}\rho l}.$$

Проводники ab и cd расположены параллельно полю, поэтому $F_{ab} = 0$, $F_{cd} = 0$, т.к. $\sin \alpha = 0$. Проводники bc и ad перпендикулярны полю ($\alpha = 90^\circ$, $\sin \alpha = 1$), и на них действуют параллельные силы (Ампера), равномерно распределённые по проводу, равнодействующая которых $F_{bc} = F_{ad} = I_1 l B$.

Приложены эти силы в середине проводников и направлены перпендикулярно плоскости рисунка (на нас). Проводник ac составляет с вектором

\vec{B} угол $\alpha = 45^\circ$, его длина $l\sqrt{2}$, следовательно, со стороны поля на него действует сила $F = 2F_{bc} + F_{ac} = (2I_1 + I_2)lB$. Точка её приложения совпадает с центром контура — точкой 0.

Окончательно имеем: $F = \frac{(2 + \sqrt{2})USB}{2\rho}$, $F = 190 \text{ Н}$.

Ответ: $F = 190 \text{ Н}$.

Задача 311

Электрон, прошедший ускоряющую разность потенциалов U , влетает в вакууме в однородное магнитное поле с индукцией \vec{B} перпендикулярно силовым линиям. Определите радиус окружности, описываемой электроном в поле, и период его обращения. Заряд и массу электрона считать известными.

Дано: U , B , m , e .

Найти: R , T .

Решение.

Заряженная частица, влетающая в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции, под действием силы Лоренца (всегда перпендикулярной вектору скорости) приобретает нормальное ускорение и начинает описывать окружность в плоскости, перпендикулярной направлению поля (см. рис. 214).

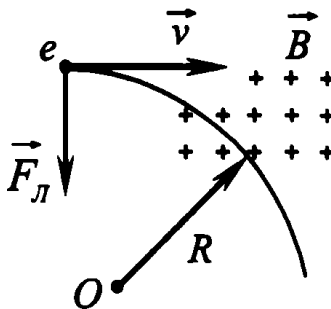


Рис. 214

Если в магнитное поле, направленное перпендикулярно плоскости чертежа (от нас), влетает электрон со скоростью \vec{v} , то на него будет действовать сила Лоренца \vec{F}_L , направление которой определяется правилом пра-

вой руки, поскольку заряд электрона отрицательный. Величина этой силы $F_L = evB$, $\sin \alpha = 1$, т. к. $\vec{v} \perp \vec{B}$.

При $|\vec{B}| = \text{const}$ величина силы Лоренца будет оставаться неизменной, и если пренебречь силой тяжести, то можно считать, что электрон описывает окружность некоторым радиусом R . Согласно второму закону Ньютона, $F_L = \frac{mv^2}{R}$.

Эти два уравнения служат основными соотношениями при решении всех задач на движение заряженных частиц в однородном магнитном поле; записав их, следует составить вспомогательные уравнения исходя из дополнительных условий задачи. В данном случае скорость электрона задана через ускоряющую разность потенциалов U .

По закону сохранения и превращения энергии работа сил поля A равна изменению кинетической энергии электрона. Пролетев между точками электрического поля с разностью потенциалов U , электрон приобрёл энергию $\frac{mv^2}{2} = eU$ (кинетической энергией в начале разгона мы пренебрегаем).

$$\text{Таким образом, } \frac{mv^2}{R} = evB \Rightarrow v = \frac{eBR}{m},$$

$$\frac{mv^2}{2} = eU \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU}{m}},$$

$$R = \frac{1}{B} \sqrt{2U \frac{m}{e}}.$$

Электрон, двигаясь со скоростью v по окружности радиусом R , за время, равное одному периоду T , проходит путь, равный длине окружности: $2\pi R = vT$.

$$T = 2\pi \frac{R}{v} = 2\pi \frac{m}{eB}.$$

Ответ: $T = 2\pi \frac{m}{eB}.$

Задача 312

Протон влетает со скоростью \vec{v} в однородное магнитное поле с индукцией \vec{B} под углом α к силовым линиям. Определите радиус R и шаг h спиральной линии, по которой будет двигаться протон.

Решение.

Делаем рисунок.

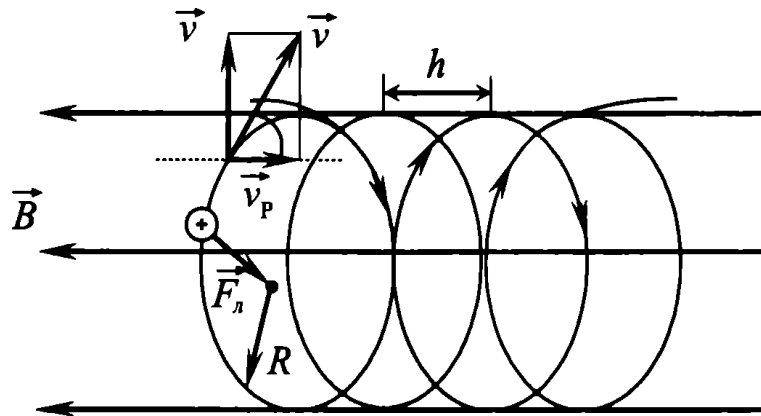


Рис. 215

Если заряженная частица влетает в однородное магнитное поле так, что её вектор скорости \vec{v} направлен под углом α к вектору магнитной индукции \vec{B} и действие всех сил, кроме силы Лоренца, ничтожно мало, то частица начинает двигаться по винтовой линии. В этом нетрудно убедиться, разложив вектор скорости по направлению поля $v_{\parallel} = v \cos \alpha$ и направлению, ему перпендикулярному, $v_{\perp} = v \sin \alpha$ (см. рис. 215). При выбранном направлении векторов \vec{B} и \vec{v} сила Лоренца \vec{F}_L действует на протон перпендикулярно плоскости чертежа (на нас) и непрерывно изменяет направление составляющей v_{\perp} , сообщая частице в плоскости, перпендикулярной полю, нормальное ускорение a_n . В результате протон описывает в этой плоскости окружность некоторого радиуса R , поскольку $\vec{B} = \text{const}$ и $v_{\perp} = \text{const}$. Если масса и заряд протона равны соответственно m и q , то

$$F_L = qv_{\perp}B = qvB \sin \alpha.$$

В то же время, согласно второму закону Ньютона,

$$F_L = \frac{mv_{\perp}^2}{R} = \frac{mv^2 \sin^2 \alpha}{qB}.$$

Вдоль поля на протон никакие силы не действуют, следовательно, в этом направлении он движется прямолинейно с постоянной скоростью

$$v_{\parallel} = v \cos \alpha.$$

В результате наложения прямолинейного движения на круговое протон описывает в пространстве винтовую линию. Шаг h этой линии — расстояние, на которое смещается частица вдоль поля за один оборот —

$$h = v_{\parallel} T = v \cos \alpha \cdot T,$$

где T — период обращения протона по окружности радиусом R .

$$T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}} = \frac{2\pi R}{v \sin \alpha}, \text{ и } h = \frac{2\pi m v \cos \alpha}{qB}.$$

Ответ: $T = \frac{2\pi R}{v \sin \alpha}, h = \frac{2\pi m v \cos \alpha}{qB}.$

Задача 313

Электрон, движущийся со скоростью \vec{v} , попадает во взаимно перпендикулярные однородные электрическое и магнитное поля, напряжённость и индукция которых \vec{E} и \vec{B} . При каком условии электрон будет двигаться равномерно и прямолинейно?

Решение.

Для того чтобы электрон во взаимно перпендикулярных электрическом и магнитном полях двигался с постоянной скоростью, необходимо (согласно первому закону Ньютона), чтобы векторная сумма всех действующих на электрон сил равнялась нулю. В нашем случае сила Лоренца \vec{F}_L , действующая на электрон со стороны магнитного поля \vec{B} , должна уравновешиваться силой Кулона \vec{F}_K , действующей со стороны электрического поля (см. рис. 216 на с. 339).

Таким образом, направление вектора скорости $\vec{v} \perp \vec{B}$ и $\vec{v} \perp \vec{E}$, $F_L = F_K$, $qvB = qE$, $E = vB$.

Задача 314

В однородном магнитном поле с индукцией $B = 6 \cdot 10^{-2}$ Тл находится соленоид диаметром $d = 8$ см, имеющий $n = 80$ витков медной проволоки

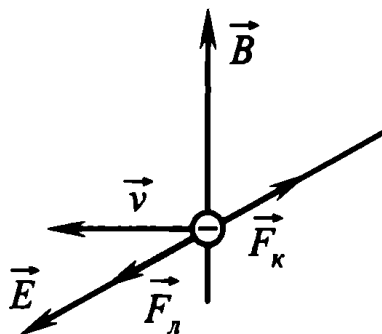


Рис. 216

сечением $s_0 = 1 \text{ мм}^2$. Соленоид поворачивают на угол $\alpha = 180^\circ$ за время $\Delta t = 0,1 \text{ с}$ так, что его ось остаётся направленной вдоль поля. Определите среднее значение ЭДС индукции, возникающей в соленоиде, и индукционный заряд. Удельное сопротивление меди $\rho = 0,017 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

Дано: $B = 6 \cdot 10^{-2} \text{ Тл}$, $d = 8 \text{ см} = 8 \cdot 10^{-2} \text{ м}$, $n = 80$, $s_0 = 1 \text{ мм}^2 = 10^{-6} \text{ м}^2$, $\alpha = 180^\circ$, $\Delta t = 0,1 \text{ с}$, $\rho = 0,017 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

Найти: $\langle \mathcal{E}_i \rangle$, q .

Решение.

При изменении магнитного потока, пронизывающего соленоид, состоящий из n витков, на $\Delta \Phi$ за время Δt в нём возникает ЭДС индукции

$$\langle \mathcal{E}_i \rangle = -n \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}.$$

В данном случае поток магнитной индукции меняется за счёт изменения угла между нормалью к плоскости контура и направлением поля. Если в исходном положении катушка была расположена так, что её ось составляла с направлением \vec{B} угол α_1 , то при повороте оси на угол α_2 магнитный поток, пронизывающий соленоид, изменится на величину

$$\Delta \Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = BS(\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1),$$

где S — площадь поперечного сечения соленоида.

По условию задачи ось катушки в исходном положении совпадала с направлением поля ($\alpha_1 = 0$), а угол поворота $\alpha_2 = 180^\circ$. Изменение магнитного потока в этом случае будет максимальным: $\Delta \Phi = -2BS$.

С учётом того, что сечение соленоида $S = \frac{\pi d^2}{4}$, получим: $\langle \mathcal{E}_i \rangle = \frac{\pi d^2 n B}{2 \Delta t}$,

$$\langle \mathcal{E}_i \rangle = 0,24 \text{ В}.$$

При изменении магнитного потока на $\Delta\Phi$ в соленоиде индуцируется заряд $q = \frac{\Delta\Phi}{R}$ (поскольку $\langle \mathcal{E}_i \rangle = IR$, $I\Delta t = q$).

Сопротивление обмотки соленоида $R = \frac{n\pi\rho d}{s_0}$, следовательно,

$$q = \frac{s_0 d B}{2\rho}, \quad q = 0,14 \text{ Кл.}$$

Ответ: $q = 0,14$ Кл.

Задача 315 *

В магнитном поле с индукцией $B = 10^{-2}$ Тл вращается стержень длиной $l = 0,2$ м с постоянной угловой скоростью $\omega = 100 \text{ с}^{-1}$. Найдите ЭДС индукции, возникающей в стержне, если ось вращения проходит через конец стержня параллельно силовым линиям магнитного поля.

Дано: $B = 10^{-2}$ Тл, $l = 0,2$ м, $\omega = 100 \text{ с}^{-1}$.

Найти: \mathcal{E}_i .

Решение.

Делаем рисунок 217.

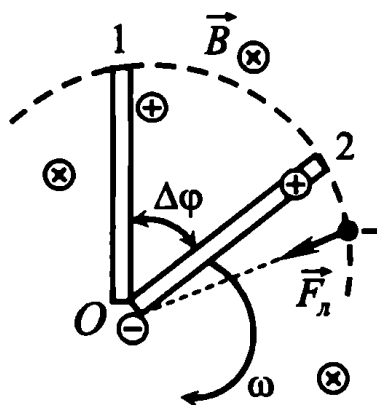


Рис. 217

Появление сторонних сил внутри проводника (стержня) и возникновение разности потенциалов на его концах вызвано действием силы Лоренца \vec{F}_L на заряды, находящиеся в проводнике, пересекающем магнитные силовые линии.

Если стержень вращается в однородном магнитном поле с постоянной угловой скоростью ω и пересекает линии индукции под прямым углом (см. рис. 217 на с. 340), то под действием силы Лоренца свободные электроны начнут смещаться вдоль стержня к одному из его концов.

При выбранном направлении поля и вращения стержня \vec{F}_L направлена к оси вращения и туда же смещаются электроны. Движение электронов происходит до тех пор, пока возникающее внутри проводника электрическое поле не достигнет величины, при которой силы электрического отталкивания уравновешивают силы Лоренца.

В результате перемещения электронов на одном конце стержня оказывается их избыток, на другом — недостаток и между концами стержня возникает постоянная разность потенциалов, равная $\mathcal{E}_i = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, где $\Delta\Phi$ — величина магнитного потока, пересекаемого стержнем за время Δt .

При вращении стержня под прямым углом к силовым линиям магнитного поля $\Delta\Phi = B\Delta S$, где ΔS — площадь сектора, описываемая стержнем.

За время Δt стержень поворачивается на угол $\Delta\varphi$, и площадь сектора $\Delta S = \frac{\pi R^2 \Delta\varphi}{360^\circ} = \frac{180^\circ \cdot l^2 \Delta\varphi}{360^\circ \cdot 2} = \frac{\Delta\varphi l^2}{2}$, тогда изменение магнитного потока $\Delta\Phi = \frac{B\Delta\varphi l^2}{2}$, а ЭДС индукции $\mathcal{E}_i = \frac{B\Delta\varphi l^2}{2\Delta t} = \frac{B\omega l^2}{2}$.

Ответ: $\mathcal{E}_i = \frac{B\omega l^2}{2}$.

Задача 316

Горизонтальный проводник длиной $l = 0,20$ м и весом $P = 0,1$ Н, подвешенный на двух тонких невесомых нитях, находится в однородном вертикальном магнитном поле с индукцией $B = 0,25$ Тл. На какой угол α от вертикали отклонятся нити, поддерживающие проводник, если по нему пропустить ток $I = 2,0$ А?

Дано: $B = 0,25$ Тл, $l = 0,20$ м, $P = 0,1$ Н, $I = 2,0$ А.

Найти: α .

Решение.

Делаем рисунок 218.

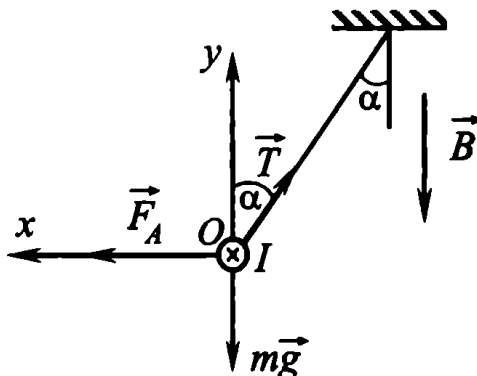


Рис. 218

Выбираем систему координат. Условие равновесия стержня в векторном виде: $\vec{F}_A + \vec{T} + m\vec{g} = 0$, или в проекциях на оси координат:

$$Ox: -T \sin \alpha + F_A = 0;$$

$$Oy: T \cos \alpha - mg = 0,$$

откуда $\frac{F_A}{P} = \operatorname{tg} \alpha$. Учитывая, что $F_A = IlB$, получим $\operatorname{tg} \alpha = \frac{IlB}{mg}$, $\alpha = 45^\circ$.

Ответ: $\alpha = 45^\circ$.

Задача 317

В однородном магнитном поле с индукцией B находится круговой виток радиусом R , по которому течёт ток I . Какую работу нужно совершить, чтобы преобразовать круговой виток в квадратный контур?

Дано: B, R, I .

Найти: A .

Решение.

В общем случае, работа, совершаемая проводником с током при его перемещении в магнитном поле на величину Δx ,

$$A = F \cdot \Delta x = IBl \cdot \Delta x = IB\Delta S = I\Delta\Phi,$$

где $\Delta\Phi$ — изменение магнитного потока.

$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = BS_2 - BS_1$, где $S_1 = \pi R^2$ — площадь кругового контура, $S_2 = a^2$ ($a = \frac{\pi R}{2}$) — площадь квадратного контура.

Следовательно, $\Delta\Phi = B\left(\frac{\pi^2 R^2}{4} - \pi R^2\right) = B\pi R^2\left(\frac{\pi}{4} - 1\right)$.

И окончательно имеем: $A = I\pi R^2\left(\frac{\pi}{4} - 1\right)$.

Ответ: $A = I\pi R^2\left(\frac{\pi}{4} - 1\right)$.

Задача 318*

В проволочный каркас в форме двух прямоугольников размерами $AB = BC = a$ и $CD = 2a$ впаяны резисторы с сопротивлениями R , $7R$ и R_x (рис. 219). Конструкция помещена в однородное магнитное поле, направленное перпендикулярно её плоскости и изменяющееся во времени с постоянной скоростью $\frac{\Delta B}{\Delta t} = k$. При каком сопротивлении резистора R_x ток через резистор сопротивлением $7R$ не будет течь?

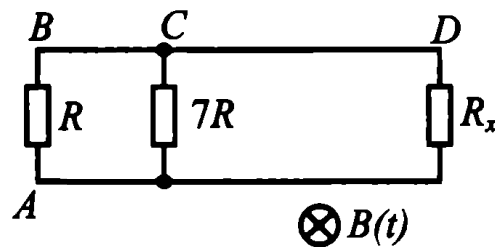


Рис. 219

Решение.

ЭДС в левом и правом контурах «направлены» против часовой стрелки (при $k > 0$), и их модули $\mathcal{E}_1 = ka^2$, $\mathcal{E}_2 = 2ka^2$.

По второму правилу Кирхгофа для левого и правого контуров при силе тока I через резисторы с сопротивлениями R и R_x получаем

$$\mathcal{E}_1 = IR, \quad \mathcal{E}_2 = IR_x.$$

Отсюда $R_x = R \frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_2} = 2R$.

Ответ: $R_x = 2R$.

13. Электромагнитные колебания и волны**13.1. Свободные электромагнитные колебания,
колебательный контур**

Колебательным контуром называется электрическая цепь, состоящая из последовательно соединённых конденсатора с ёмкостью C и катушки с индуктивностью L . Свободными электромагнитными колебаниями в колебательном контуре называют периодическое изменение заряда, разности потенциалов на обкладках конденсатора и электрического тока в цепи.

Превращение энергии в колебательном контуре

Если зарядить конденсатор колебательного контура некоторым зарядом q , то он приобретёт энергию $W_{\text{э}} = \frac{q^2}{2C}$. В контуре возникают электромагнитные колебания, и энергия заряженного конденсатора переходит в энергию магнитного поля катушки $W_{\text{м}} = \frac{Li^2}{2}$ и наоборот.

Собственная частота колебаний в контуре

Для свободных незатухающих колебаний в контуре циклическая частота определяется формулой $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$.

Период свободных колебаний в контуре определяется формулой Томсона $T = 2\pi\sqrt{LC}$.

**13.2. Вынужденные электромагнитные колебания,
переменный ток**

Если в однородном магнитном поле с индукцией B вращается проводочная рамка с угловой скоростью ω , то в рамке возникает синусоидальная ЭДС. Переменный ток представляет собой вынужденные колебания тока в электрической цепи, происходящие с частотой ω , совпадающей с частотой, вынуждающей ЭДС $I = I_0 \sin(\omega t + \varphi)$, где I_0 — амплитудное значение силы тока.

Активное, индуктивное и ёмкостное сопротивление

Пусть цепь переменного тока состоит из нагрузки со значительным сопротивлением R . Эту величину будем называть активным сопротивлением. В проводнике с активным сопротивлением колебания силы тока по фазе совпадают с колебаниями напряжения, а амплитуда силы тока определяется равенством

$$I_m = \frac{U_m}{R}.$$

Включим в цепь переменного тока катушку с индуктивностью L . Колебания напряжения на катушке опережают колебания силы тока на $\frac{\pi}{2}$. Амплитуда силы тока в катушке:

$$I_m = \frac{U_m}{\omega L}.$$

Назовём величину $X_L = \omega L$ индуктивным сопротивлением, тогда можем записать:

$$I = \frac{U}{X_L}.$$

Включим в цепь переменного тока конденсатор ёмкостью C . Колебания силы тока опережают колебания напряжения на конденсаторе на $\frac{\pi}{2}$. Амплитуда силы тока

$$I_m = U_m C \omega.$$

Назовём величину $X_C = \frac{1}{\omega C}$ ёмкостным сопротивлением, тогда можем записать:

$$I = \frac{U}{X_C}.$$

Закон Ома для переменного тока

Амплитуда силы переменного тока прямо пропорциональна амплитуде ЭДС и обратно пропорциональна полному сопротивлению цепи. Полным сопротивлением цепи переменного тока называется величина

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega + \frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

Резонанс в электрической цепи

Резонансом в электрическом колебательном контуре называется яв-

ление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний силы тока при совпадении частоты внешнего переменного напряжения с собственной частотой колебательного контура.

Трансформатор. Передача электрической энергии и её использование

Трансформатором называется устройство, предназначенное для преобразования переменных токов. Трансформатор состоит из замкнутого стального сердечника, на который надеты две катушки (см. рис. 220).

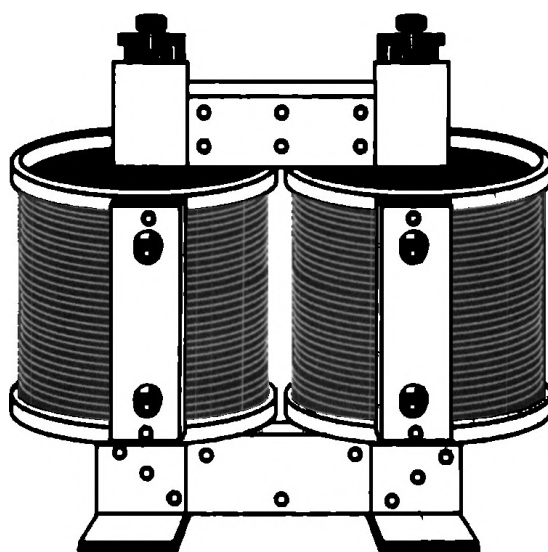


Рис. 220

Катушка, которая подключается к источнику переменного напряжения, называется первичной обмоткой, а катушка, которая подключается к потребителю, называется вторичной обмоткой. Отношение напряжения на первичной обмотке и вторичной обмотке трансформатора равно отношению числа витков в этих обмотках:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}.$$

Величину $K = \frac{N_1}{N_2}$ назовём коэффициентом трансформации. Если $K > 1$, трансформатор понижающий, если $K < 1$, трансформатор повышающий.

Для уменьшения потерь на нагревание проводов при передаче электроэнергии потребителю необходимо сильно увеличивать напряжение в цепи. Для этого и используются повышающие трансформаторы.

Потребители используют небольшое напряжение, для этого служат понижающие трансформаторы.

13.3. Электромагнитные волны

Электромагнитной волной называется распространяющаяся в пространстве совокупность связанных между собой переменных электрических и магнитных полей. Скорость распространения электромагнитных волн в данной среде равна скорости света в данной среде.

Электромагнитные волны являются поперечными волнами. В электромагнитной волне колебания векторов напряжённости переменного электрического поля и магнитной индукции взаимно перпендикулярны и лежат в плоскости, перпендикулярной направлению распространения самой волны. Электромагнитные волны поглощаются, отражаются и преломляются подобно всем другим видам волн.

Электромагнитные волны, обладая широким диапазоном частот (или длин волн), отличаются друг от друга по способам их генерации и регистрации, а также по своим свойствам. Поэтому электромагнитные волны делятся на несколько видов: радиоволны, световые волны, рентгеновское и гамма-излучения. Границы между различными видами электромагнитных волн довольно условны.

γ -лучи и рентгеновские лучи используют в медицине, дефектоскопии, кристаллографии; радиоволны — для радиосвязи; СВЧ-радиоволны хорошо отражаются от предметов, особенно проводящих. Это свойство СВЧ-волн используют в радиолокации — обнаружении предметов (самолётов, кораблей и т. п.) на больших расстояниях для точного определения их положения; кроме того, СВЧ-волны порождают в проводящих средах магнитные токи Фуко, что используют в медицине для нагрева тканей (СВЧ-процедуры) и в СВЧ-печах. Для электромагнитных волн характерно явление дифракции (огибание волнами препятствий), что позволяет осуществлять дальнюю (за пределами прямой видимости) радиосвязь. Кроме того, на УКВ-радиоволнах возможна даже глобальная связь без космических спутников, что объясняется многократным отражением радиоволн от

ионосферы (насыщенного ионами слоя атмосферы) и поверхности (особенно влажной) земли.

Название участка спектра	Длина волн		Частота колебаний	
	от	до	от	до
Низкочастотные электромагнитные волны	∞	10 км	0	$3 \cdot 10^4$
Длинные радиоволны	10 км	1 км	$3 \cdot 10^4$	$3 \cdot 10^5$
Средние радиоволны	1 км	100 м	$3 \cdot 10^5$	$3 \cdot 10^6$
Короткие радиоволны	100 м	10 м	$3 \cdot 10^6$	$3 \cdot 10^7$
Метровые радиоволны	10 м	1 м	$3 \cdot 10^7$	$3 \cdot 10^8$
Дециметровые радиоволны	100 см	10 см	$3 \cdot 10^8$	$3 \cdot 10^9$
Сантиметровые радиоволны	10 см	1 см	$3 \cdot 10^9$	$3 \cdot 10^{10}$
Миллиметровые радиоволны	1 см	0,1 см	$3 \cdot 10^{10}$	$3 \cdot 10^{11}$
Микрорадиоволны	1000 мкм	100 мкм	$3 \cdot 10^{11}$	$3 \cdot 10^{12}$
Инфракрасное излучение	1 мм	760 нм	$3 \cdot 10^{12}$	$4 \cdot 10^{14}$
Видимое излучение	760 нм	380 нм	$4 \cdot 10^{14}$	$8 \cdot 10^{14}$
Ультрафиолетовое излучение	380 нм	10 нм	$8 \cdot 10^{14}$	$3 \cdot 10^{16}$
Рентгеновское излучение	80 нм	0,001 нм	$3 \cdot 10^{16}$	$3 \cdot 10^{19}$
Гамма-излучение	0,001 нм и менее		$3 \cdot 10^{19}$ и более	

Длина волны λ и частота ν электромагнитной волны связаны между собой отношением

$$\lambda = c \cdot T = \frac{c}{\nu} \Rightarrow \nu = \frac{c}{\lambda},$$

где T — период электромагнитных колебаний; c — скорость света.

Примеры решения заданий базового уровня сложности

Задача 319

Зависимость заряда на конденсаторе колебательного контура от времени при различных значениях активного сопротивления контура R_I и R_{II} показана на рисунке 221 (см. с. 349). В каком случае активное сопротивление больше?

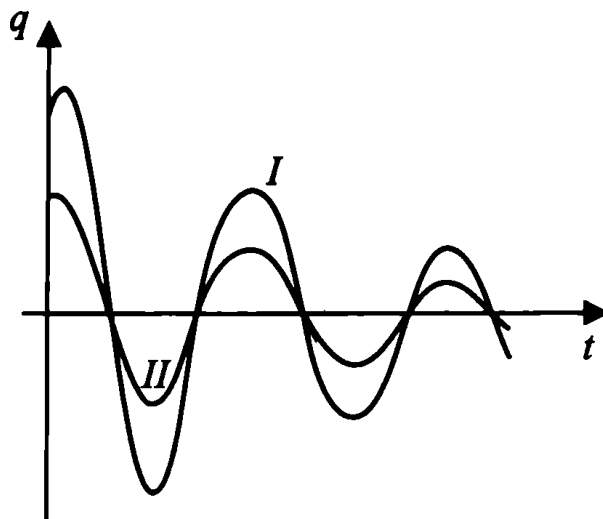


Рис. 221

Решение. Чем больше сопротивление, тем бóльшая часть энергии контура переходит во внутреннюю энергию, тем быстрее колебания затухают. На первой кривой затухание колебаний быстрое, на второй — медленное. Сопротивление R_I больше сопротивления R_{II} .

Ответ: в первом.

Задача 320

Индуктивность колебательного контура увеличили в 16 раз без изменения ёмкости. Период колебаний при этом увеличился в ... раз(-а).

Решение. По формуле Томсона $T = 2\pi\sqrt{LC}$. При увеличении индуктивности в 16 раз период увеличивается в 4 раза.

Ответ: в 4 раза.

Задача 321

В электрическую сеть переменного тока последовательно включены конденсатор, резистор, катушка индуктивности. Сопротивления конденсатора и катушки переменному току одинаковы. Частоту генератора увеличили в 2 раза. Во сколько раз стали различаться сопротивления конденсатора и катушки?

Решение. Сопротивление конденсатора переменному току $\frac{1}{\omega C}$, а катушки ωL . При увеличении частоты в 2 раза сопротивление конденсатора уменьшится в 2 раза, а катушки увеличится в 2 раза.

Ответ: в 4 раза.

Задача 322

Сила тока в витке площадью S_0 и индуктивностью L_0 меняется по закону $I(t) = I_0 \sin \omega t$. На каком из рисунков правильно изображена зависимость амплитуды \mathcal{E} самоиндукции, возникающей в контуре, от частоты (см. рис. 222)?

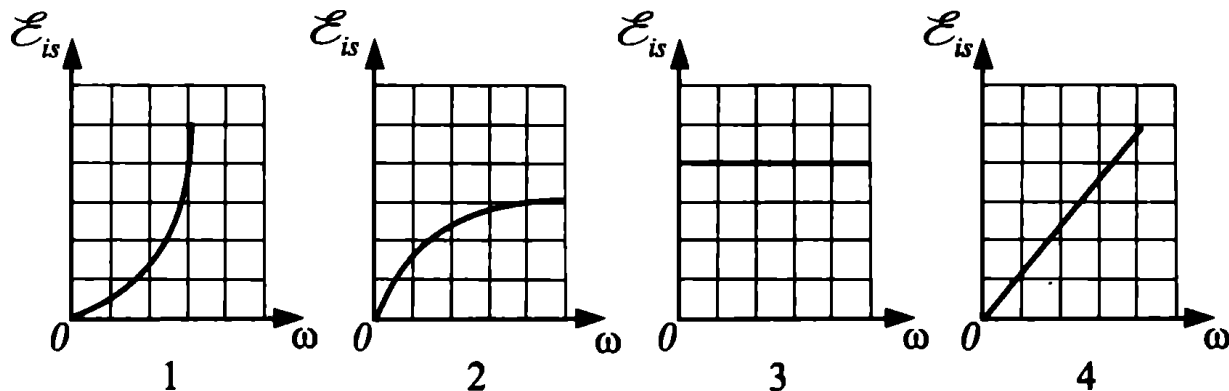


Рис. 222

Решение. Поскольку $\mathcal{E}_{is} = -L_0 I'(t) = -(L_0 I_0 \omega) \cos \omega t$, то амплитуда $\mathcal{E}_0 = L I_0 \omega$, т. е. прямо пропорциональна частоте.

Ответ: график 4.

Задача 323

Напряжение на конденсаторе и сила тока в катушке индуктивности колебательного контура меняются по законам $U = 2 \sin 1000t$ (В) и $I = 4 \cos 1000t$ (А), t — время в секундах. Найдите ёмкость конденсатора (в мкФ).

Решение. Из приведённых формул следует, что амплитудные значения силы тока равны $U_0 = 2$ В, $I_0 = 4$ А; из закона сохранения энергии $\frac{CU_0^2}{2} = \frac{LI_0^2}{2}$; кроме того, частота колебаний в контуре $\frac{1}{\sqrt{LC}} = 1000$ рад/с.

Отсюда находим: $LC = 10^{-6}$, $C = 4L$, т. е. $C^2 = 4 \cdot 10^{-6}$, или

$$C = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Ф} = 2000 \text{ мкФ}.$$

Ответ: 2000 мкФ.

Задача 324

Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L = 50$ мкГн и конденсатора ёмкостью 5 нФ. Чему равен период колебаний контура?

Решение. Период колебаний контура

$$T = 2\pi\sqrt{LC} = 2 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{5 \cdot 10^{-5} \cdot 5 \cdot 10^{-9}} = 3,14 \cdot 10^{-6} \text{ (с)}.$$

Ответ: 3,14 мкс.

Примеры решения заданий повышенного уровня сложности

Задача 325

Изменение электрического заряда конденсатора в колебательном контуре происходит по закону $q = 0,1 \cos 6\pi t$ (Кл). Чему равна частота колебаний тока в контуре?

Решение. Уравнение изменения электрического заряда конденсатора в колебательном контуре имеет вид: $q = q_m \cos \omega t$.

Следовательно, $\omega = 6\pi$. Все физические параметры контура имеют одну и ту же частоту колебаний.

Ответ: 6π .

Задача 326

На какую длину волны λ настроен колебательный контур, если он состоит из катушки, индуктивность которой $L = 2 \cdot 10^{-3}$ Гн, и плоского конденсатора, расстояние между пластинами которого $d = 1,0$ см? Диэлектрическая проницаемость вещества между пластинами $\epsilon = 11$, а площадь одной пластины $S = 3 \cdot 10^{-2}$ м².

Решение. Длина электромагнитной волны

$$\lambda = cT,$$

где $c = 3 \cdot 10^8$ м/с — скорость распространения электромагнитных волн; T — период собственных незатухающих колебаний.

$$T = 2\pi\sqrt{LC}, \quad C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d},$$

или

$$\lambda = cT = c \cdot 2\pi \sqrt{\frac{L\epsilon_0 \epsilon S}{d}}.$$

После вычислений имеем: $\lambda = 1,4 \cdot 10^{-3}$ м.

Ответ: $1,4 \cdot 10^{-3}$ м.

Задача 327

Электромагнитные волны распространяются в некоторой однородной среде со скоростью $v = 2 \cdot 10^8$ м/с. Какова длина электромагнитных волн в этой среде, если их частота в вакууме $\nu = 10^6$ Гц?

Решение. При переходе электромагнитной волны из одной среды в другую период и частота колебаний волны остаются неизменными, поэтому

$$\lambda = v \cdot T \frac{v}{\nu} = \frac{2 \cdot 10^8}{10^6} = 200 \text{ (м)}.$$

Ответ: 200 м.

Задача 328

Колебательный контур настроен на частоту 10 МГц. Какова ёмкость конденсатора в контуре, если индуктивность катушки равна 0,01 мГн?

Решение. По закону Томсона

$$T = 2\pi\sqrt{LC},$$

так как $T = \frac{1}{\nu}$, то $\frac{1}{\nu} = 2\pi\sqrt{LC}$, откуда

$$C = \frac{1}{(2\pi\nu)^2 L}.$$

Считаем:

$$C = \frac{1}{4 \cdot 3,14^2 \cdot 10^{14} \cdot 10^{-5}} = 25 \text{ (пФ)}.$$

Ответ: 25 пФ.

Задача 329

В идеальном колебательном контуре амплитуда колебаний силы тока в катушке индуктивности $I_m = 5$ мА, а амплитуда напряжения на конденсаторе $U_m = 2,0$ В. В момент времени t сила тока в катушке $I = 3$ мА. Найдите напряжение на конденсаторе в этот момент.

Решение. В любой момент времени сумма энергий электрического и магнитного полей в идеальном колебательном контуре постоянна. Поэтому можно записать:

$$\frac{LI_m^2}{2} = \frac{CU_m^2}{2} \text{ и } \frac{Li^2}{2} + \frac{Cu^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2}.$$

Решим совместно эти два уравнения. Из первого из них $\frac{L}{C} = \frac{U_m^2}{I_m^2}$.

Из второго

$$U = \sqrt{\frac{L(I_m^2 - i^2)}{C}} = \frac{U_m}{I_m} \sqrt{I_m^2 - i^2} =$$

$$= \frac{2 \text{ В}}{5 \cdot 10^{-3} \text{ А}} \sqrt{(5 \cdot 10^{-3} \text{ А})^2 - (3 \cdot 10^{-3} \text{ А})^2} = 1,6 \text{ (В)}.$$

Ответ: 1,6 В.

Задача 330

Конденсатору ёмкостью 0,3 мкФ сообщают заряд 21 мкКл и замыкают его на катушку индуктивностью 3 мГн. Чему будет равна максимальная сила тока в катушке?

Решение. Во время электромагнитных колебаний максимальная энергия электрического поля $W_{\text{э}} = \frac{q_{\text{max}}^2}{2C}$ переходит в максимальную энер-

гию магнитного поля $W_{\text{м}} = \frac{LI_{\text{max}}^2}{2}$.

$$\frac{LI_{\text{max}}^2}{2} = \frac{q_{\text{max}}^2}{2C},$$

$$I_{\text{max}} = \frac{q_{\text{max}}}{\sqrt{LC}} = \frac{21 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{3 \cdot 10^{-3} \cdot 0,3 \cdot 10^{-6}}} = 0,7 \text{ (А)}.$$

Ответ: 0,7 А.

Задача 331

На какую длину волны настроен колебательный контур радиоприёмника, если он состоит из конденсатора ёмкостью 40 пФ и катушки индуктивностью 0,01 мГн?

Решение. По формуле Томсона

$$T = 2\pi \sqrt{LC}.$$

Длина волны и период связаны формулой

$$\lambda = cT,$$

где c — скорость электромагнитных волн, равная скорости света.

$$\lambda = c \cdot 2\pi \sqrt{LC}.$$

Переходя в систему СИ ($40 \text{ пФ} = 40 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}$ и $0,01 \text{ мГн} = 10^{-5} \text{ Гн}$) и подставляя численные значения, получаем: $\lambda = 37,68 \text{ м}$.

Ответ: 37,68 м.

Задача 332 *

Катушка индуктивностью 0,4 Гн обладает активным сопротивлением 5 Ом. При какой частоте переменного тока омическое сопротивление катушки будет в 20 раз меньше индуктивного?

Решение. Индуктивное сопротивление катушки

$$X_L = \omega L,$$

тогда

$$\omega L = 20R,$$

откуда

$$\omega = \frac{20R}{L}, \quad \omega = \frac{20 \cdot 5}{0,4} = 250 \text{ (Гц)}.$$

Ответ: 250 Гц.

Задача 333

На рисунке 223 представлены виды электромагнитных волн в зависимости от величины длины волны, представленной в ангстремах ($1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ м}$). Используя данные шкалы, выберите из предложенного перечня все верные утверждения. Запишите цифры, под которыми они указаны.

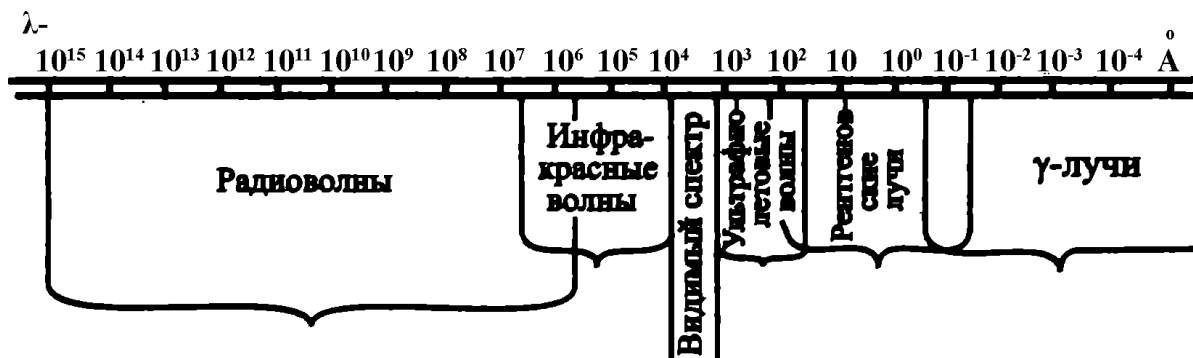


Рис. 223

- 1) Электромагнитные волны частотой $3 \cdot 10^3$ ГГц принадлежат видимому спектру.

- 2) Электромагнитные волны длиной $5 \cdot 10^{-7}$ м принадлежат видимому спектру.
- 3) Электромагнитные волны длиной 10 км принадлежат только инфракрасному излучению.
- 4) Рентгеновские лучи имеют бóльшую частоту по сравнению с ультрафиолетовыми лучами.
- 5) В вакууме рентгеновские лучи имеют бóльшую скорость распространения по сравнению с видимым светом.

Решение. Рассмотрим каждый из вариантов ответа:

1) Электромагнитные волны частотой $3 \cdot 10^3$ ГГц имеют длину волны $\lambda = \frac{c}{\nu} = 10^6$ А°. Эти волны не относятся к видимому спектру. Первое утверждение ложное.

2) Волны длиной $5 \cdot 10^{-7}$ м = $5 \cdot 10^3$ А°. Это видимый спектр. Второе утверждение верно.

3) Электромагнитные волны длиной 10 км = $1 \cdot 10^{14}$ А°. Это радиоволны, а не инфракрасное излучение. Третье утверждение ложное.

4) Из шкалы на рисунке 223 (см. с. 354) следует, что рентгеновские лучи имеют длины волн меньше, чем ультрафиолетовые волны. Частота волны обратно пропорциональна её длине. Следовательно, четвёртое утверждение верно.

5) Скорость распространения электромагнитных волн не зависит от их частоты или длины волны. Пятое утверждение ложное.

Ответ: 24.

Задача 334

Колебательный контур состоит из конденсатора электроёмкостью $C = 40$ мкФ и катушки индуктивностью $L = 0,5$ Гн (см. рис. 224а на с. 356). Напряжение на клеммах конденсатора в колебательном контуре меняется с течением времени согласно графику на рисунке 224б (см. с. 356).

Используя рисунок, выберите из предложенного перечня все верные утверждения. Запишите цифры, под которыми они указаны.

- 1) Максимальная энергия электрического поля конденсатора равна 5 Дж.

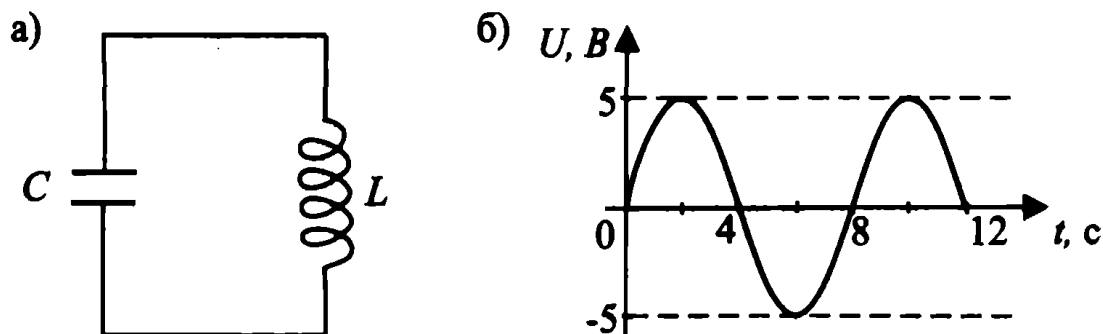


Рис. 224

- 2) Между 4-й и 6-й секундами энергия электрического поля конденсатора преобразуется в энергию магнитного поля катушки.
- 3) В момент времени $t = 2$ с энергия магнитного поля катушки равна 0.
- 4) Между 6-й и 8-й секундами энергия электрического поля конденсатора преобразуется в энергию магнитного поля катушки.
- 5) В момент времени $t = 8$ с энергия магнитного поля катушки максимальна.

Решение. Рассмотрим каждое из утверждений.

1. Максимальная энергия электрического поля

$$W = \frac{CU^2}{2}, \quad W = \frac{40 \cdot 10^{-6} \cdot 25}{2} = 500 \cdot 10^{-6} = 500 \text{ мкДж.}$$

Это утверждение ложное.

2. Между 4-й и 6-й секундами энергия магнитного поля катушки преобразуется в энергию электрического поля конденсатора. Это утверждение ложное.

3. В момент времени $t = 2$ с максимальна энергия электрического поля конденсатора, энергия магнитного поля катушки равна 0. Это утверждение верное.

4. Между 6-й и 8-й секундами энергия электрического поля конденсатора преобразуется в энергию магнитного поля катушки. Это утверждение верное.

5. В момент времени $t = 8$ с энергия электрического поля конденсатора равна нулю, следовательно, энергия магнитного поля катушки максимальна. Это утверждение верное.

Ответ: 345.

Примеры решения заданий высокого уровня сложности

Алгоритм решения задач

При решении задач данного раздела можно использовать алгоритм решения задач по теме «Механические колебания», меняя при этом параметры механических колебаний на соответствующие параметры электромагнитных колебаний, т. к. математические уравнения, описывающие механические и электромагнитные колебания, имеют одинаковый вид.

Приводим эти параметры:

№	Механические колебания	Электромагнитные колебания
1	Координата x	Заряд конденсатора q
2	Проекция v_x скорости	Сила тока I
3	Масса m	Индуктивность L
4	Коэффициент упругости k	Величина $\frac{1}{C}$, обратная ёмкости
5	Потенциальная энергия $\frac{kx^2}{2}$	Энергия электрического поля $\frac{q^2}{2C}$
6	Кинетическая энергия $\frac{mv_x^2}{2}$	Энергия магнитного поля $\frac{LI^2}{2}$
7	Проекция упругой силы F_x	Разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2 = U_{12}$ (электростатические силы)
8	Сила инерции ma_x	ЭДС самоиндукции \mathcal{E}_s (сторонние силы)

Задача 335

Колебательный контур состоит из катушки индуктивности $L = 3 \cdot 10^{-3}$ Гн и плоского воздушного конденсатора из двух дисков радиусом $R = 1,2$ см, расположенных на расстоянии $d = 0,3$ мм друг от друга. Определите период T собственных электромагнитных колебаний в контуре. Каков будет

период T_1 колебаний, если конденсатор заполнить диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_1 = 4,0$?

Дано: $L = 3 \cdot 10^{-3}$ Гн, $R = 1,2$ см $= 1,2 \cdot 10^{-2}$ м, $d = 0,3$ мм $= 3 \cdot 10^{-4}$ м, $\epsilon = 1,0$, $\epsilon_1 = 4,0$, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

Найти: T и T_1 .

Решение.

Если пренебречь активным сопротивлением контура, то электромагнитные колебания, возникающие в нём, будут гармоническими. Тогда период собственных колебаний в контуре $T = 2\pi\sqrt{LC}$.

Ёмкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d},$$

где $S = \pi R^2$ — площадь обкладок конденсатора, следовательно,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L\epsilon_0\epsilon\pi R^2}{d}} = 2\pi R\sqrt{\frac{L\epsilon_0\epsilon\pi}{d}}, \quad T = 1,8 \cdot 10^{-7} \text{ с.}$$

Аналогично

$$T_1 = 2\pi\sqrt{LC_1} = 2\pi R 2\pi\sqrt{\frac{L\epsilon_0\epsilon_1\pi}{d}},$$

очевидно, что

$$T_1 = T\sqrt{\epsilon_1} \cdot \epsilon = T\sqrt{4,0} \cdot 1,0 = 2T, \quad T_1 = 2,6 \cdot 10^{-7} \text{ с.}$$

Ответ: $T = 1,8 \cdot 10^{-7}$ с, $T_1 = 2,6 \cdot 10^{-7}$ с.

Задача 336

В идеальном колебательном контуре сила тока изменяется по закону $I = 0,4 \cos 10^4 t$ (А). Если в этом контуре индуктивность катушки равна 0,01 Гн, то чему равна ёмкость конденсатора?

Решение.

Из приведённого уравнения видно, что частота колебаний тока в контуре есть $\omega = 10^4 \text{ с}^{-1}$; с такой же частотой колеблются все физические параметры контура. По определению $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, откуда

$$C = \frac{1}{L\omega^2} = \frac{1}{0,01 \cdot 10^8} = 1 \text{ (мкФ)}.$$

Ответ: $C = 1$ мкФ.

Задача 337

Во сколько раз уменьшится энергия заряженного конденсатора в идеальном колебательном контуре через $\frac{T}{6}$ периода свободных колебаний после подключения конденсатора к катушке индуктивности?

Решение.

Энергия заряженного конденсатора после подключения его к катушке индуктивности изменяется по закону

$$W_{\text{э}} = W_{\text{э}}^{\text{max}} \cos \omega t,$$

где $W_{\text{э}}^{\text{max}} = \frac{q_m^2}{2C}$ — максимальная энергия на конденсаторе до подключения его к катушке индуктивности.

$$\omega = \frac{2\pi}{T}; \quad t = \frac{T}{6}; \quad \omega t = \frac{\pi}{3}; \quad \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}, \text{ т.е. } W_{\text{э}} = \frac{1}{4} W_{\text{э}}^{\text{max}}.$$

Энергия на конденсаторе к моменту времени $t = \frac{T}{6}$ уменьшится в 4 раза.

Ответ: в 4 раза.

Задача 338

Изменение заряда конденсатора в идеальном колебательном контуре происходит по закону $q = 10^{-3} \sin 100\pi t$ (Кл). Определите максимальную энергию магнитного поля в контуре при ёмкости конденсатора этого контура, равной 10 мкФ.

Решение.

Максимальная магнитная энергия $W_{\text{м}}^{\text{max}} = \frac{LI_{\text{м}}^2}{2}$ в контуре всегда равна максимальной энергии электростатического поля конденсатора $W_{\text{э}}^{\text{max}} = \frac{q_{\text{м}}^2}{2C}$, где $q_{\text{м}}$ — максимальный заряд на обкладках конденсатора. По условию задачи $q_{\text{м}} = 10^{-3}$ Кл, таким образом,

$$W_{\text{м}}^{\text{max}} = \frac{(10^{-3})^2}{2 \cdot 10^{-5}} = 0,05 \text{ (Дж)}.$$

Ответ: $W_{\text{м}}^{\text{max}} = 0,05$ Дж.

Задача 339

Максимальный заряд на обкладках конденсатора колебательного контура $q_M = 10^{-5}$ Кл. Амплитудное значение силы тока в контуре $I_M = 10^{-3}$ А. Определите период колебаний. Потерями энергии пренебречь.

Решение.

В колебательном контуре максимальные энергии магнитного и электростатического полей $W_M^{max} = W_C^{max}$ или $\frac{LI_M^2}{2} = \frac{q_M^2}{2C}$; $LC = \frac{q_M^2}{I_M^2}$.

Период колебаний $T = 2\pi\sqrt{LC}$, и $T = 2\pi\frac{q_M}{I_M}$, т. е. $T = 62,8$ с.

Ответ: $T = 62,8$ с.

§ 4. Оптика

14. Геометрическая оптика

14.1. Прямолинейное распространение света, закон отражения света, построение изображения в плоском зеркале

Свет в прозрачной однородной среде распространяется прямолинейно. Экспериментальным доказательством этого является образование тени и полутени.

Если источник света гораздо меньше размеров преграды, то на экране образуется только тень.

Если размеры источника сравнимы с размерами преграды или больше, то на экране образуется, кроме тени, ещё и полутень (см. рис. 225).

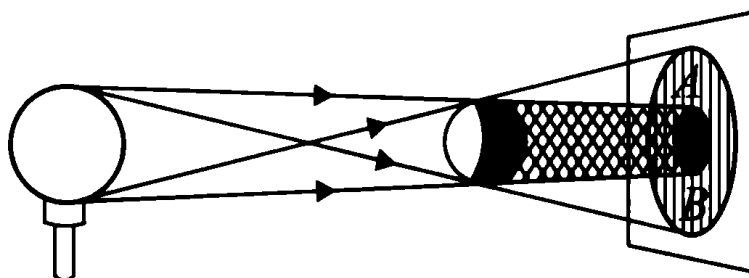


Рис. 225

Размеры и форма тени и полутени указывают на прямолинейное распространение света.

Законы отражения света

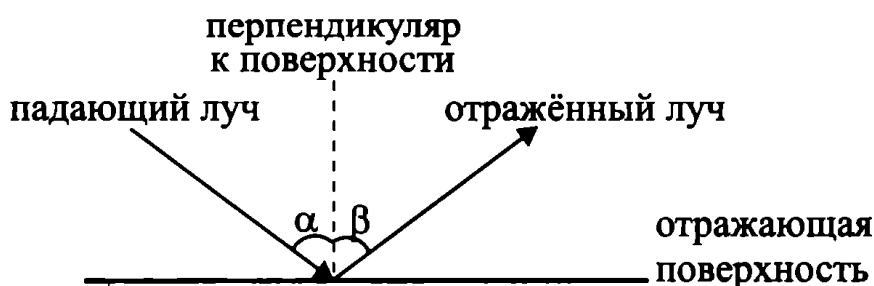


Рис. 226

Первый закон отражения: лучи, падающий и отражённый, лежат в одной плоскости с перпендикуляром к отражающей поверхности, восстановленным в точке падения луча.

Второй закон отражения: угол падения (α) равен углу отражения (β) (см. рис. 226 на с. 361).

Зеркало, поверхность которого является плоской, называется плоским зеркалом. Для того чтобы построить изображение точки в плоском зеркале, надо из этой точки опустить перпендикуляр на зеркало и продлить его на такое же расстояние за зеркало. Таким образом, получим мнимое изображение точки в зеркале (см. рис. 227).

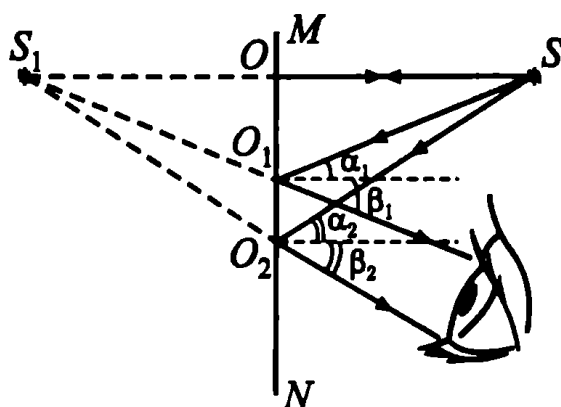


Рис. 227

Изображение предмета в плоском зеркале получается мнимым, прямым, равным по размерам предмету. Оно находится на таком же расстоянии за зеркалом, на каком предмет располагается перед зеркалом (см. рис. 228).

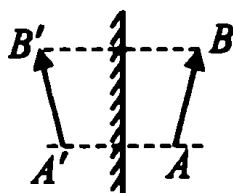


Рис. 228

14.2. Законы преломления, полное отражение

Первый закон преломления:

падающий луч, преломлённый луч и перпендикуляр, восстановленный в точке падения к границе раздела, лежат в одной плоскости (см. рис. 229 на с. 363).

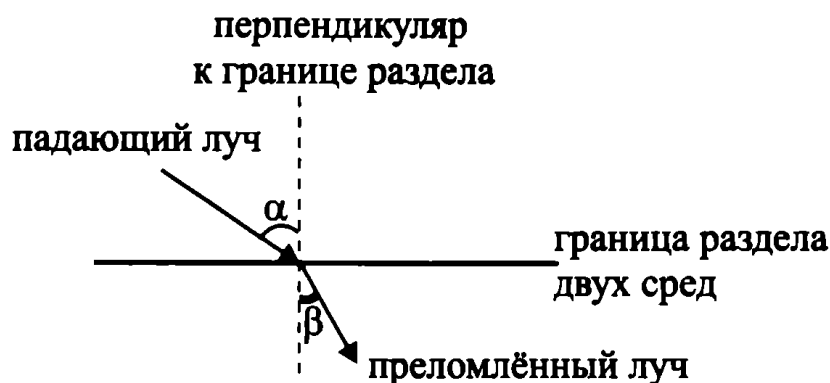


Рис. 229

Второй закон преломления:

отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина, постоянная для двух данных сред и называемая относительным показателем преломления второй среды относительно первой:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n.$$

Относительный показатель преломления демонстрирует, во сколько раз скорость света в первой среде отличается от скорости света во второй среде:

$$n = \frac{v_1}{v_2}.$$

Полное отражение

Если свет переходит из оптически более плотной среды в оптически менее плотную, то при выполнении условия $\alpha > \alpha_0$, где α_0 — предельный угол полного отражения, свет вообще не выйдет во вторую среду. Он полностью отразится от границы раздела и останется в первой среде. При этом закон отражения света даёт следующее соотношение:

$$\sin \alpha_0 = \frac{1}{n}.$$

14.3. Линза. Построение изображения в линзах

Прозрачное тело, ограниченное двумя сферическими поверхностями или сферической и плоской поверхностями (см. рис. 230 на с. 364), называется *линзой*.

Линия O_1O_2 , проходящая через центры сферических поверхностей, называется *главной оптической осью* линзы. Точка O , через которую лю-

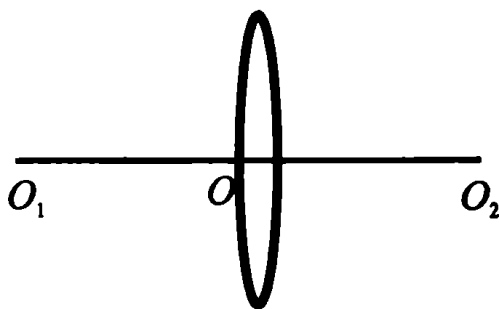


Рис. 230

бой луч проходит через линзу не преломляясь, называется *оптическим центром* линзы.

Фокусом линзы называется та точка на главной оптической оси, в которой собирается параллельный пучок света, падающий на линзу вдоль главной оптической оси. Фокусным расстоянием F линзы называется расстояние от оптического центра линзы до её фокуса.

Построение изображений в линзах

Для построения изображений в линзах удобно пользоваться следующими лучами:

- а) луч, параллельный главной оптической оси, после преломления в линзе проходит через фокус;
- б) луч, проходящий через фокус, после преломления в линзе идёт параллельно главной оптической оси;
- в) луч, проходящий через оптический центр линзы, идёт далее по тому же направлению, не преломляясь в линзе (см. рис. 231).

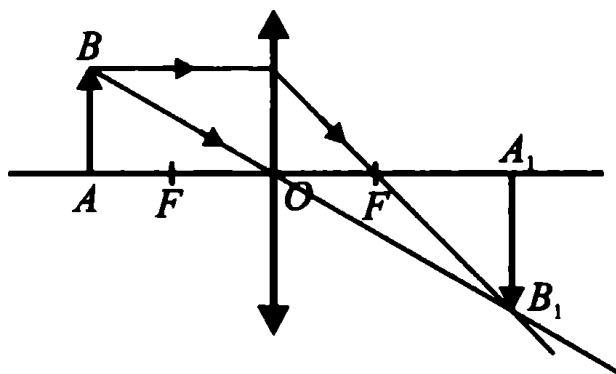
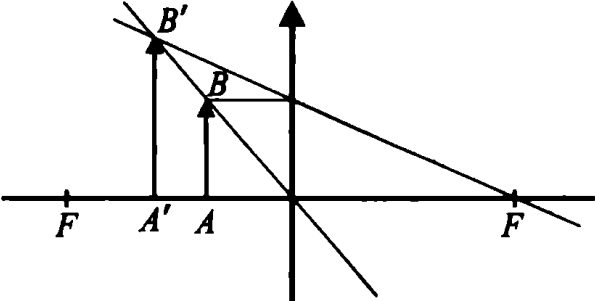
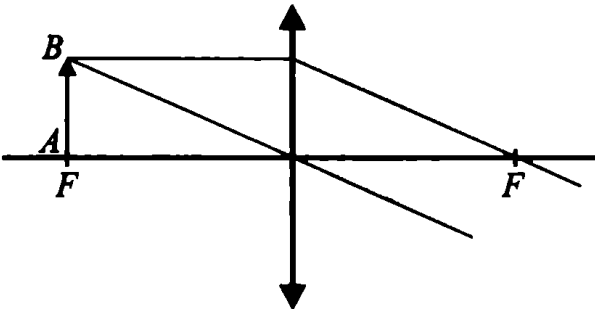
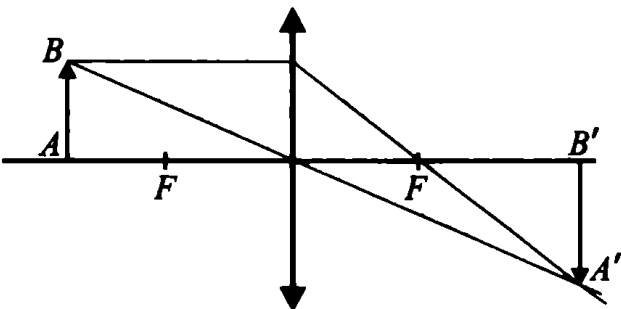
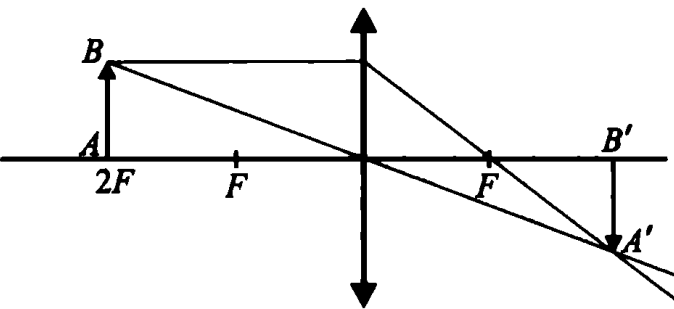
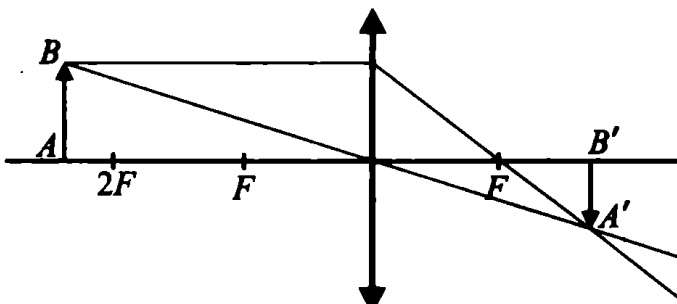


Рис. 231

Положение предмета	Построение изображения	Вид изображения
Предмет расположен между фокусом и линзой		Мнимое, прямое, увеличенное
Предмет находится в фокусе линзы		Изображение отсутствует
Предмет расположен между фокусом и двойным фокусом		Действительное, перевёрнутое, увеличенное
Предмет находится в двойном фокусе		Действительное, перевёрнутое, равное

Положение предмета	Построение изображения	Вид изображения
Предмет находится за двойным фокусом		Действительное, перевёрнутое, уменьшенное

Построение изображения точечного объекта, расположенного на главной оптической оси собирающей линзы.

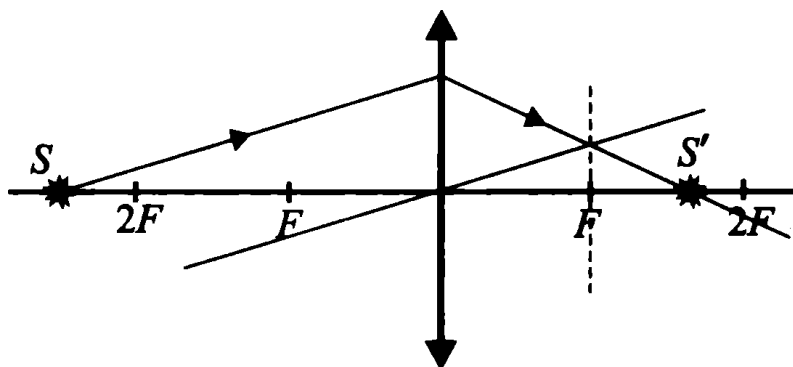


Рис. 232

Построение изображения в рассеивающей линзе

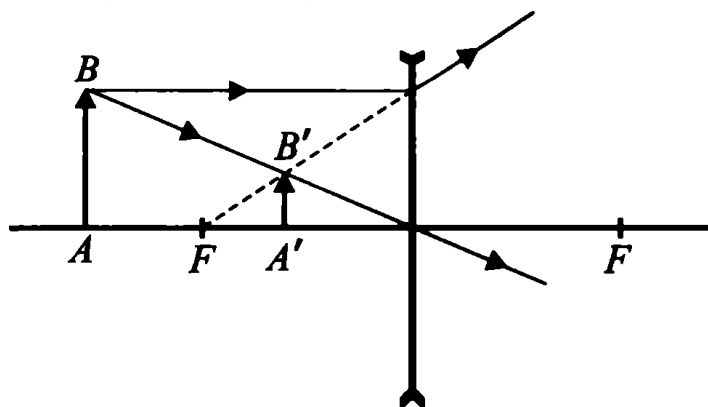


Рис. 233

Оптическая сила линзы. Формула линзы

Оптической силой линзы D называется величина, обратная главному фокусному расстоянию:

$$D = \frac{1}{F}.$$

Оптическая сила линзы измеряется в *диоптриях* (дптр).

Если предмет находится от линзы на расстоянии d , а его изображение находится от линзы на расстоянии f , то имеет место формула линзы:

$$\pm \frac{1}{f} \pm \frac{1}{d} = \pm \frac{1}{F}.$$

Знак «минус» перед величиной $\frac{1}{f}$ ставится, если изображение мнимое,

а знак «минус» перед величиной $\frac{1}{F}$ ставится, если линза рассеивающая.

Примеры решения заданий базового уровня сложности

Задача 340

Луч света падает на плоское зеркало. Угол между отражённым лучом и зеркалом 40° . Угол падения луча равен...

Решение. Угол падения луча (см. рис. 234) находится из соотношения

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \delta = 50^\circ.$$

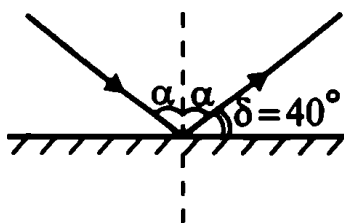


Рис. 234

Ответ: 50° .

Задача 341

При некотором значении угла падения луча света на границу раздела двух сред отношение синуса угла падения к синусу угла преломления равно n . Чему равно это отношение при уменьшении угла падения в 3 раза?

Решение. Независимо от величины угла падения отношение синусов углов падения и преломления остаётся постоянным и всегда равно n .

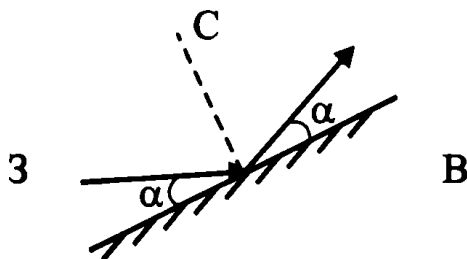
Ответ: 4.

Задача 342

Пучок параллельных лучей распространяется на восток. Под каким углом по отношению к пучку нужно расположить плоское зеркало, чтобы после отражения пучок шёл на северо-восток?

Решение. Сделаем поясняющий рисунок 235. Угол между падающим и отражённым лучами равен 135° , тогда

$$\alpha = \frac{180^\circ - 135^\circ}{2} = 22,5^\circ.$$



Ю

Рис. 235

Ответ: $22,5^\circ$.

Задача 343

Под каким углом к горизонту нужно расположить плоское зеркало, чтобы горизонтальный пучок света стал вертикальным?

Решение. Сделаем чертёж (см. рис. 236), из которого следует

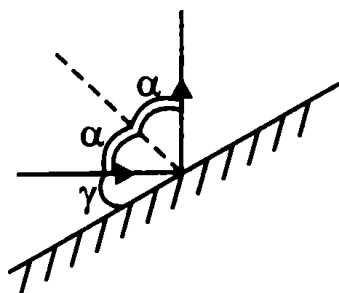


Рис. 236

$$\gamma = 90^\circ - \alpha$$

$$\gamma = 45^\circ$$

Ответ: 45° .

Задача 344

Плоское зеркало приближается к источнику света со скоростью $v = 5$ см/с. С какой скоростью сближаются источник света и его изображение в зеркале?

Решение. Расстояние между источником и зеркалом уменьшается со скоростью v , расстояние от зеркала до мнимого изображения источника в зеркале также уменьшается со скоростью v (т. к. изображение в зеркале симметрично относительно зеркала), таким образом источник и его изображение сближаются со скоростью $2v$.

Ответ: 10 см/с.

Задача 345

На рисунке 237 показан ход лучей от точечного источника света A через тонкую линзу. Какова приблизительно оптическая сила этой линзы? Ответ округлите до десятых.

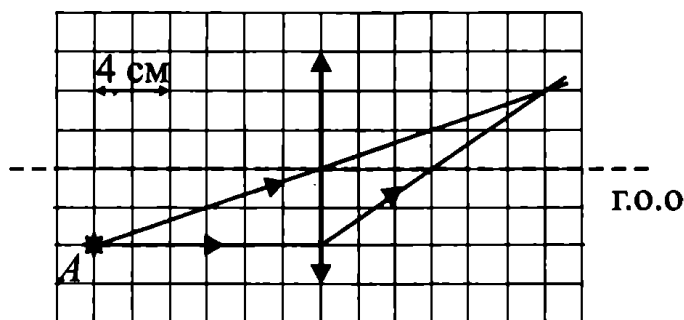


Рис. 237

Решение. Оптическую силу линзы (D) найдём по формуле

$$D = \frac{1}{F},$$

где F — фокус линзы. По рисунку можно найти, что $F = 6$ см = 0,06 м.

$$D = \frac{1}{0,06} = 16,7 \text{ (дптр)}.$$

Ответ: 16,7 дптр.

Задача 346

На рисунке имеется главная оптическая ось линзы, светящаяся точка A и её изображение A' . В какой точке линза пересекает главную оптическую ось (см. рис. 238)?

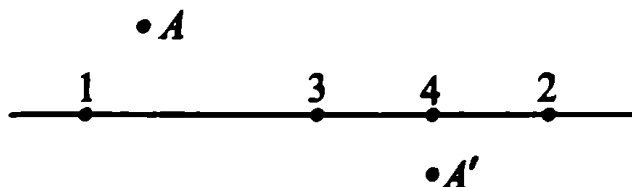


Рис. 238

Решение. Луч, пущенный из предмета в его изображение, не преломляется линзой в том случае, если он проходит через оптический центр линзы. Эта точка найдётся, если соединить A и A' отрезком прямой.

Ответ: 3.

Задача 347

Какая из точек (1, 2, 3 или 4), показанных на рисунке 239, является изображением точки S в собирающей линзе?

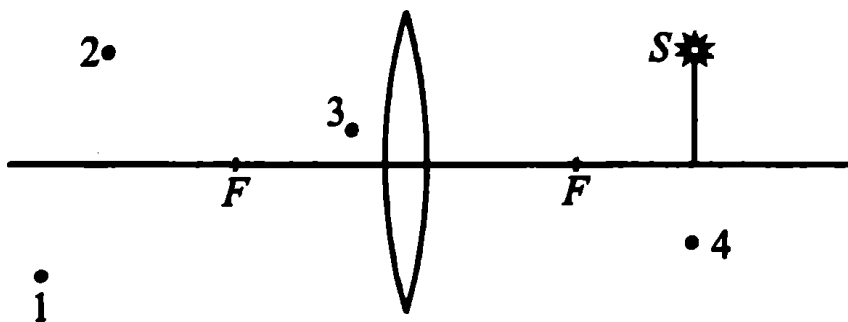


Рис. 239

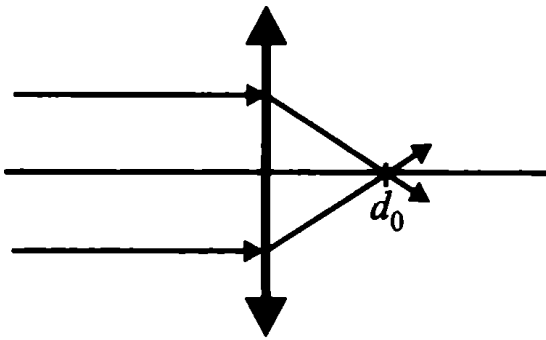
Решение. Точка S находится перед линзой на расстоянии больше фокусного, но меньше двойного фокусного. В этом случае изображение действительное. Оно находится по другую сторону линзы. Расстояние до этой точки от линзы должно быть больше двойного фокусного, а расстояние до этой точки от главной оптической оси должно быть больше, чем расстояние до точки S от главной оптической оси. Это точка 1.

Ответ: 1.

Задача 348

Параллельный пучок лучей, падающий на собирающую линзу вдоль главной оптической оси, фокусируется на расстоянии $d = 10$ см от линзы (см. рис. 240а).

а)



б)

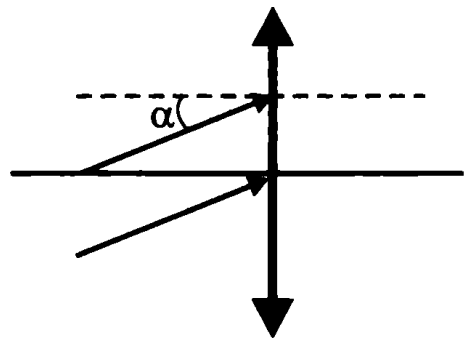


Рис. 240

На каком расстоянии от линзы сфокусируется параллельный пучок лучей, падающий на линзу под углом α (см. рис. 240б)?

Решение. Параллельный пучок лучей, падающий на линзу, фокусируется либо в главном фокусе, либо в точке на фокальной плоскости. В любом случае расстояние до точки фокусировки от линзы $d = 10$ см.

Ответ: 10 см.

Задача 349

С помощью собирающей линзы получили действительное изображение светящейся точки, находящейся на расстоянии 0,6 м от линзы. Изображение находится на расстоянии 0,2 м от линзы. Каково фокусное расстояние линзы?

Решение. Согласно формуле тонкой линзы: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$, откуда

$$f = \frac{ab}{a + b}.$$

Считаем:

$$f = \frac{0,6 \cdot 0,2}{0,6 + 0,2} = 0,15 \text{ (м)} = 15 \text{ (см)}.$$

Ответ: 15 см.

Задача 350

Предмет расположен на расстоянии 15 см от собирающей линзы с фокусным расстоянием 6 см. На каком расстоянии от линзы будет находиться изображение этого предмета?

Решение. В соответствии с формулой тонкой линзы:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f},$$

$$f = \left(\frac{1}{F} - \frac{1}{d} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{15} \right)^{-1} = 10 \text{ см.}$$

Ответ: 10 см.

Задача 351

Предмет находится на главной оптической оси тонкой собирающей линзы, на расстоянии от неё между фокусным и двойным фокусным. Как изменятся при удалении предмета от линзы размер изображения и оптическая сила линзы?

Для каждой величины определите соответствующий характер изменения:

- 1) увеличится
- 2) уменьшится
- 3) не изменится

Запишите в таблицу выбранные цифры для каждой физической величины. Цифры в ответе могут повторяться.

Размер изображения	Оптическая сила линзы

Решение. Оптическая сила линзы — постоянная величина, которая не зависит от положения предмета на оптической оси.

При передвижении предмета от точки фокуса (F) к точке двойного фокуса ($2F$) его изображение уменьшается.

Ответ: 23.

Примеры решения заданий повышенного уровня сложности

Задача 352

На стеклянную пластину с показателем преломления $n = 1,5$ падает луч света. Каков угол α падения луча, если угол между отражённым и преломлённым лучами $\gamma = 90^\circ$?

Решение. Делает рисунок 241.

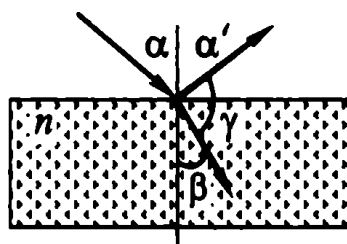


Рис. 241

В соответствии с законом отражения $\alpha = \alpha'$, а в соответствии с законом преломления $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$.

Из рисунка видно, что угол преломления $\beta = 180^\circ - \gamma - \alpha = 90^\circ - \alpha$.

Откуда имеем: $\frac{\sin \alpha}{\sin(90^\circ - \alpha)} = n$, $\operatorname{tg} \alpha = n$, $\alpha = \operatorname{arctg} n = \operatorname{arctg} 1,5 = 56^\circ$, $\alpha = 56^\circ$.

Ответ: 56° .

Задача 353

Определите показатель преломления n вещества и скорость v распространения в нём, если известно, что при падении света на границу раздела сред «вакуум — вещество» угол падения $\alpha = 45^\circ$, угол преломления $\beta = 30^\circ$.

Решение. Из закона преломления следует: $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$, $n = 1,4$. Так

как $n = \frac{c}{v}$, c — скорость света в вакууме, а v — в веществе, то

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,4} = 2,1 \cdot 10^8 \text{ (м/с)}.$$

Ответ: $2,1 \cdot 10^8$ м/с.

Задача 354

На каком расстоянии от линзы с оптической силой 2 дптр надо поместить экран, чтобы получить на нём резкое изображение предмета, расположенного перед линзой на расстоянии 2 м?

Решение. Из формулы линзы

$$D = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}.$$

Найдём

$$f = \frac{d}{Dd - 1} = \frac{2}{4 - 1} = 0,66 \text{ (м)}.$$

Ответ: 0,66 м.

Задача 355

Чтобы увеличение предмета в собирающей линзе с оптической силой 4 дптр равнялось единице, его нужно поместить от линзы на расстоянии...

Решение. Увеличение в линзе можно записать как $\Gamma = \frac{f}{d}$. По усло-

вию $\frac{f}{d} = 1$, следовательно, $f = d$. Из формулы линзы следует

$$\frac{1}{f} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F}.$$

Окончательно получим $\frac{2}{d} = D$. Отсюда $d = \frac{2}{D} = 0,5 \text{ (см)}$.

Ответ: 0,5 см.

Задача 356

Определите увеличение, даваемое линзой с фокусным расстоянием 0,13 м, если предмет отстоит от неё на 15 см.

Решение. Формула линзы может быть записана как

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f},$$

здесь F — фокусное расстояние линзы, d — расстояние от линзы до предмета, f — расстояние от линзы до изображения. Увеличение, даваемое линзой, $\Gamma = \frac{f}{d}$. Отсюда $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d\Gamma}$. Находим из последнего уравнения Γ .

$$\Gamma = \frac{F}{d - F} = \frac{0,13 \text{ м}}{0,15 \text{ м} - 0,13 \text{ м}} = 6,5.$$

Ответ: 6,5.

Задача 357

Линза даёт трёхкратное увеличение предмета, расположенного на расстоянии 15 см от неё. Определите фокусное расстояние линзы, если изображение действительное.

Решение. Найдём расстояние между линзой и изображением:

$$\Gamma = \frac{b}{a},$$

откуда $b = \Gamma a$.

По формуле тонкой линзы

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{\Gamma a} = \frac{1}{f},$$

откуда

$$f = \frac{a}{1 + \frac{1}{\Gamma}} \approx 0,11 \text{ (м)}.$$

Ответ: 0,11 м.

Задача 358

Светящаяся точка находится на расстоянии 1 м от собирающей линзы. На каком расстоянии будет находиться её изображение, если фокусное расстояние линзы равно 40 см?

Решение. Формула тонкой линзы

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$$

тогда

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a},$$

$$b = \frac{fa}{a - f}.$$

Считаем:

$$b = \frac{0,4 \cdot 1}{1 - 0,4} \approx 70 \text{ (см)}.$$

Ответ: 70 см.

Задача 359

На рисунке 242 представлены предмет AB и его изображение $A'B'$ в собирающей линзе.

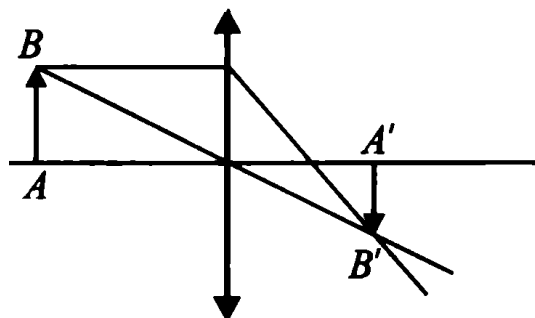


Рис. 242

Используя рисунок, выберите из предложенного перечня все верные утверждения. Запишите цифры, под которыми они указаны.

- 1) Предмет расположен за двойным фокусным расстоянием от линзы.
- 2) Предмет расположен на двойном фокусном расстоянии от линзы.
- 3) Изображение, полученное с помощью линзы, мнимое.
- 4) Предмет расположен между фокусом и двойным фокусным расстоянием от линзы.
- 5) Изображение, полученное с помощью линзы, действительное.

Решение. Изображение $A'B'$ предмета AB действительное и уменьшенное. Собирающая линза даёт уменьшенное изображение предмета

только если предмет расположен на расстоянии больше двойного фокусного от неё. Следовательно, правильные утверждения стоят под номерами 1 и 5.

Ответ: 15.

Задача 360

Ученик проводил опыты с собирающими линзами, изготовленными из одинакового сорта стекла. Условия проведения опытов показаны на рисунке 243. AB — предмет, $A'B'$ — его изображение.

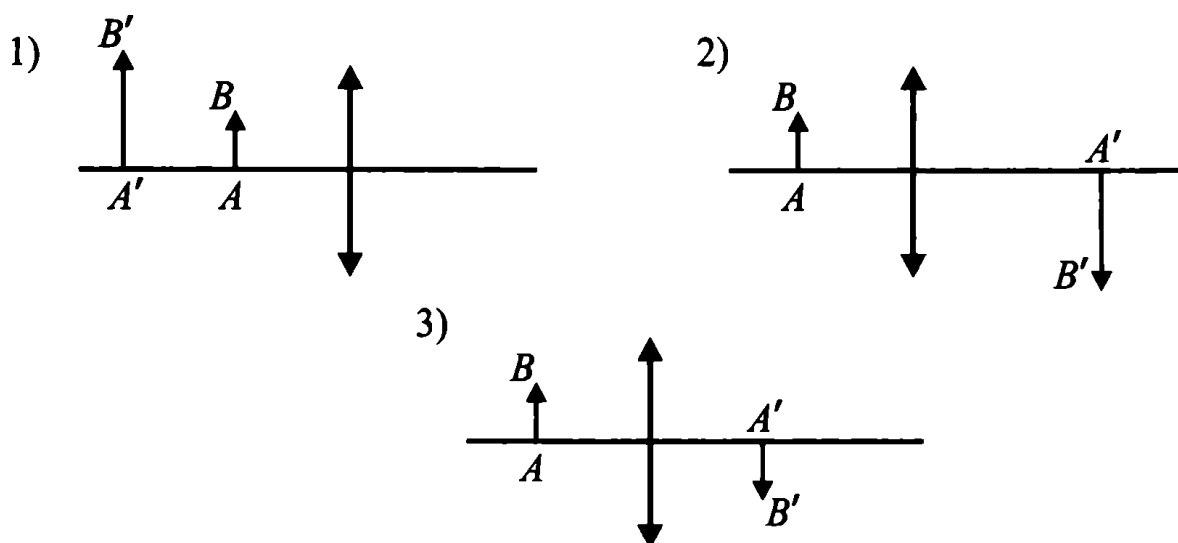


Рис. 243

Из приведённого ниже списка выберите **все** верные утверждения на основании анализа представленного рисунка. Запишите цифры, под которыми они указаны.

- 1) Наибольшее фокусное расстояние имеет линза 2.
- 2) Наименьшее фокусное расстояние имеет линза 3.
- 3) По отношению к линзе 3 предмет располагается в двойном фокусе.
- 4) Собирающие линзы могут давать как мнимые, так и действительные изображения.
- 5) Собирающие линзы дают только увеличенные изображения.

Решение. Так как линза 3 даёт действительное перевёрнутое равное по величине изображение, то верен ответ 3. По отношению к первой линзе предмет расположен между фокусом и линзой, ко второй — между фокусом и двойным фокусом. Значит, верен ответ 2. Собирающие линзы могут

давать как мнимые, так и действительные изображения. Значит, верен ответ 4.

Ответ: 234.

Примеры решения заданий высокого уровня сложности

Геометрическая оптика

Алгоритм решения задач

1. Сделать чертёж, на котором изобразить ход лучей.
2. Записать закон для рассматриваемого явления (закон отражения, закон преломления). При необходимости найти из рисунка соотношения между основными параметрами, входящими в этот закон.
3. Решить полученную систему уравнений относительно неизвестных величин.

Задача 361

Светящуюся точку, находящуюся в среде с показателем преломления n_1 , рассматривают невооружённым глазом из среды с показателем преломления n_2 . Каково будет кажущееся расстояние от точки до границы раздела двух сред, если точка находится от этой границы на расстоянии h_0 , а глаз расположен так, что в него попадают лучи, падающие на границу раздела двух сред под небольшими углами?

Решение.

Рассмотрим два случая:

- а) когда $n_1 > n_2$ (глаз расположен в оптически менее плотной среде);
- б) когда $n_1 < n_2$ (глаз расположен в среде, оптически более плотной, чем среда, где находится источник).

Делаем рисунки.

- а) Допустим, что светящаяся точка A_0 (см. рис. 244а на с. 379) находится в среде с показателем преломления n_1 и глаз наблюдателя расположен над предметом в среде с показателем преломления n_2 так, что в него попадают лучи, идущие под малыми углами к нормали N .

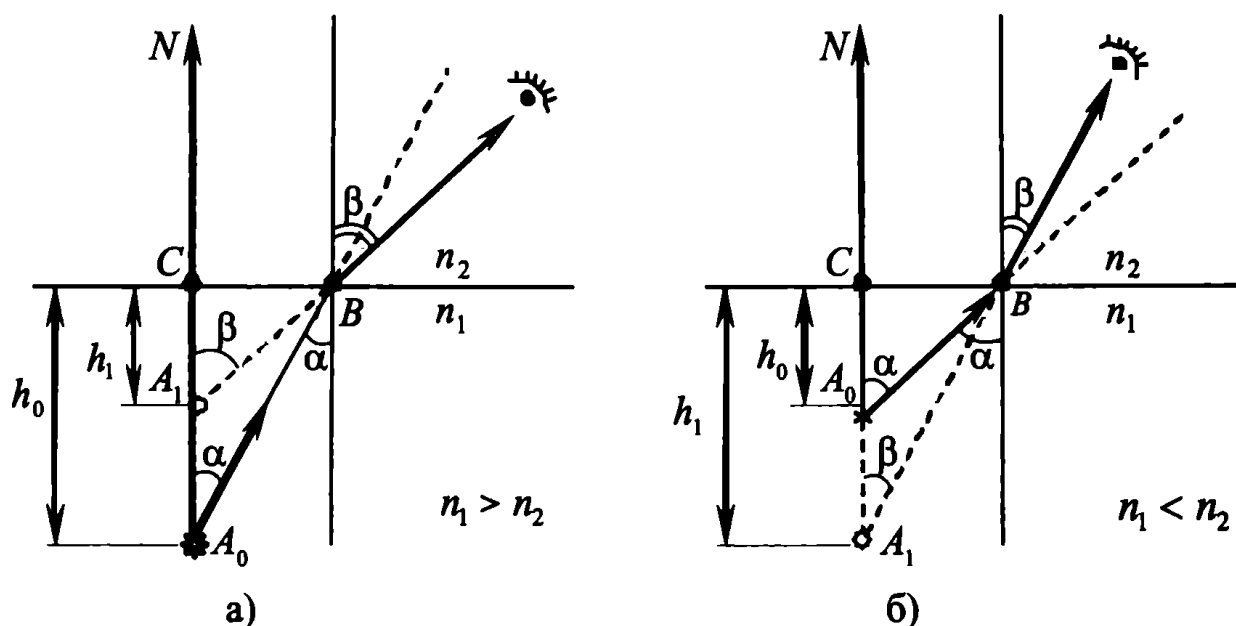


Рис. 244

Выберем из пучка лучей, падающих в глаз наблюдателя, два луча A_0C и A_0B . Первый луч падает перпендикулярно границе раздела сред и идёт во вторую среду не преломляясь. Вторым луч, переходя во вторую среду, отклоняется от своего первоначального направления, удаляясь от нормали в точке B , и идёт по направлению I . Лучи, вышедшие из точки A_0 , кажутся наблюдателю вышедшими из точки A_1 . Эта точка является мнимым изображением точки A_0 , расстояние h_1 до неё от границы раздела сред определяют следующим образом.

Из чертежа видно, что в треугольниках A_0BC и A_1BC сторона BC является общей. Поэтому можно записать: $BC = h_0 \operatorname{tg} \alpha = h_1 \operatorname{tg} \beta$, откуда

$$h_1 = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} h_0.$$

Поскольку лучи попадают на границу раздела сред под небольшими углами, то вследствие малости углов α и β тангенсы этих углов можно заменить их синусами: $h_1 = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} h_0$.

Но по закону преломления $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}$, следовательно, $h_1 = \frac{n_2}{n_1} h_0$.

Если, в частности, смотреть из воздуха ($n_2 = 1$) на предмет, находящийся в воде ($n_1 = \frac{4}{3}$), то $h_1 = \frac{3}{4} h_0$.

б) Рассмотрим второй случай, когда луч A_0B от светящейся точки идёт в оптически более плотную среду (см. рис. 244б на с. 379).

В точке B он отклоняется от своего первоначального направления к нормали. Наблюдателю будет казаться, что лучи A_0C и A_0B вышли из точки A_1 , которая служит изображением точки A_0 . Из треугольников A_0BC и A_1BC аналогично предыдущему случаю находим расстояние h_1 от точки A_1 до границы раздела двух сред: $h_1 = \frac{n_1}{n_2} h_0$. В частном случае, если рассматривать из воды ($n_1 = \frac{4}{3}$) предмет, находящийся в воздухе ($n_2 = 1$), то $h_1 = \frac{4}{3} h_0$.

Ответ: $h_1 = \frac{4}{3} h_0$.

Задача 362

На дне сосуда, наполненного водой до высоты h , находится точечный источник света (см. рис. 245). На поверхности воды плавает круглый диск так, что его центр находится над источником. При каком минимальном диаметре d диска лучи от источника не будут выходить из воды?

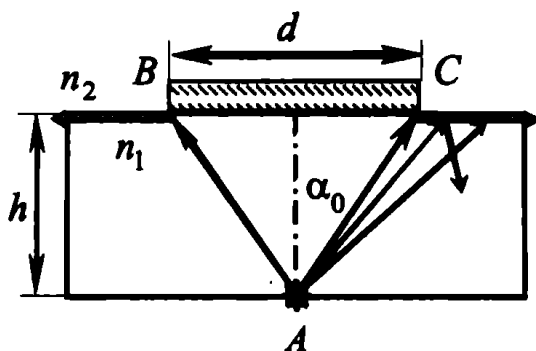


Рис. 245

Дано: $n = 1,5$, $\gamma = 90^\circ$.

Найти: d .

Решение.

Лучи, идущие из светящейся точки A , попадают на границу раздела двух сред «вода — воздух» расходящимся пучком, переходя из оптически более плотной среды в менее плотную. Те лучи, которые попадают на границу раздела под углом больше предельного, отразятся в воду, испытывая полное внутреннее отражение, а в воздух выйдут лишь лучи, заключённые внутри конуса с диаметром d и вершиной в точке A . Если на воду положить непрозрачную пластину диаметром d , то ни один луч в воздух не попадёт. Для лучей, идущих из воды в воздух, можно записать:

$$\sin \alpha_0 = \frac{n_2}{n_1},$$

где α_0 — предельный угол полного отражения; n_1 — показатель преломления воды; n_2 — показатель преломления воздуха.

Диаметр пластины служит основанием равнобедренного треугольника ABC , поэтому $d = 2h \operatorname{tg} \alpha_0$, а т. к. $\operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{\sin \alpha_0}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha_0}}$, то

$$d = \frac{2hn_2}{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}.$$

Для воды $n_1 = \frac{4}{3}$, воздуха $n_2 = 1$ находим: $d = \frac{6\sqrt{7}}{7}h$.

Ответ: $d = \frac{6\sqrt{7}}{7}h$.

Задача 363

Плоскопараллельная пластина толщиной d (см. рис. 246 на с. 382) с показателем преломления n_2 находится в среде с показателем преломления $n_1 < n_2$. Луч света из точки S падает на пластину под углом α_1 . Чему равен угол между падающим и преломлённым лучом, вышедшим из пластины? Каково боковое смещение луча, прошедшего через пластину? На сколько ближе будет казаться точка S , если её рассматривать через пластину под малым углом к нормали N ?

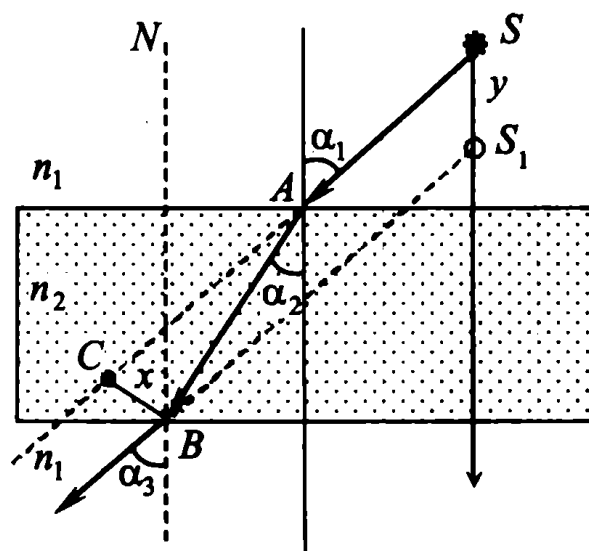


Рис. 246

Решение.

Так как по условию задачи $n_1 < n_2$, то, переходя из первой среды во вторую, луч приближается к нормали в точке падения. При выходе из пластины он отклоняется от нормали.

Отметим на рисунке углы падения и преломления α_1 , α_2 , α_3 и боковое смещение $x = CB$ луча, запишем закон преломления для каждого перехода луча из одной среды в другую в точках A и B :

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}, \quad \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_3} = \frac{n_1}{n_2}. \quad (1)$$

Перемножая левые и правые части этих уравнений между собой, получим: $\sin \alpha_1 = \sin \alpha_3$, и $\alpha_1 = \alpha_3$. Равенство углов означает, что, пройдя через пластину, луч выйдет из неё параллельно своему начальному направлению.

ВНИМАНИЕ!

Этот вывод справедлив для любого числа пластин.

Из треугольника ABC следует:

$$CB = x = AB \sin(\alpha_1 - \alpha_2),$$

но $AB = \frac{d}{\cos \alpha_2}$, следовательно,

$$x = \frac{\sin(\alpha_1 - \alpha_2) \cdot d}{\cos \alpha_2}. \quad (2)$$

Исключая из уравнений (1) и (2) угол α_2 , получим

$$x = d \sin \alpha_1 - \frac{n_1 \sin \alpha_1 \cos \alpha_1}{\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha_1}} \cdot d.$$

Пройдя через пластину, рассматриваемый луч идёт так, как если бы он шёл из точки S_1 . Из рисунка видно, что расстояние $SS_1 = y = \frac{x}{\sin \alpha_1}$.

С учётом выражения для x получим

$$y = d - \frac{n_1 \cos \alpha_1}{\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha_1}} \cdot d,$$

откуда вытекает, что при малых углах наблюдения ($\sin \alpha_1 \approx 0$, $\cos \alpha_1 \approx 1$) параллельная пластина даёт смещение светящейся точки, равное

$$y = \left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right) \cdot d.$$

Ответ: $y = \left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right) \cdot d.$

Линзы

Алгоритм решения задач

При решении задач этого раздела следует придерживаться алгоритма решений задач из предыдущего раздела. Новым здесь является следующее.

1. При построении изображения чаще всего берут лучи, параллельные главной оптической оси (преломляясь в линзе, они проходят через главный фокус сами или своим продолжением), и лучи, идущие через оптический центр линзы (их направление не меняется).
2. Для определения хода лучей, падающих на линзу под произвольным углом, используют побочные оптические оси. Проведя такую ось параллельно лучу, ход которого требуется определить (проследить), необходимо найти на ней побочный фокус. Для этого проводят фокальную плоскость линзы и находят точку пересечения плоскости с данной осью, эта точка и является побочным фокусом.

ВНИМАНИЕ!

В случае собирающей линзы луч, идущий параллельно данной оптической оси, после преломления должен пройти через побочный фокус; в случае рассеивающей — через побочный фокус проходит продолжение преломлённого луча. При построении изображения в собирающих линзах используют только задний фокус линзы, в рассеивающих — передний.

3. Записать формулы линзы, соотношения между основными параметрами и решить систему уравнений относительно неизвестных величин.

Задача 364

С помощью линзы, оптическая сила которой $D = 4,0$ дптр, необходимо получить прямое увеличенное в 5 раз изображение предмета. На каком расстоянии d перед линзой нужно поместить этот предмет?

Дано: $D = 4,0$ дптр, $\Gamma = 5$.

Найти: d .

Решение.

Для того чтобы получить прямое увеличенное изображение, необходимо предмет расположить между фокусом и линзой. Ход лучей в этом случае изображён на рисунке 247 (изображение мнимое, прямое и увеличенное).

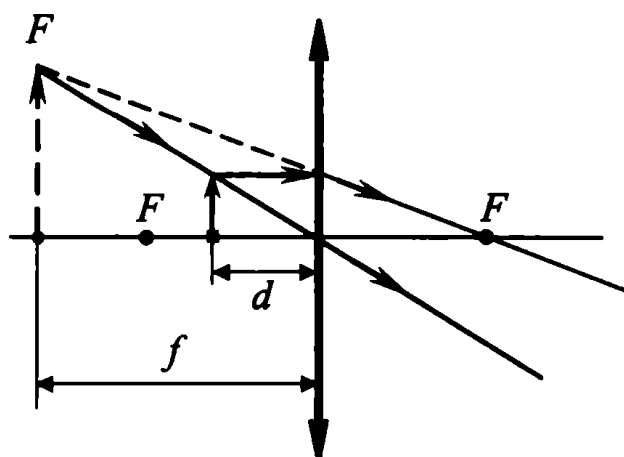


Рис. 247

Запишем формулу линзы: $D = \frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{d} - \frac{1}{|f|}$.

Линейное увеличение линзы: $\Gamma = \frac{|f|}{d}$ или $D = \frac{1}{d} - \frac{1}{\Gamma \cdot d}$, откуда

$$d = \frac{\Gamma - 1}{\Gamma \cdot D} = \frac{5 - 1}{5 \cdot 4,0} = 0,2 \text{ (м)}.$$

Ответ: $d = 0,2 \text{ м}$.

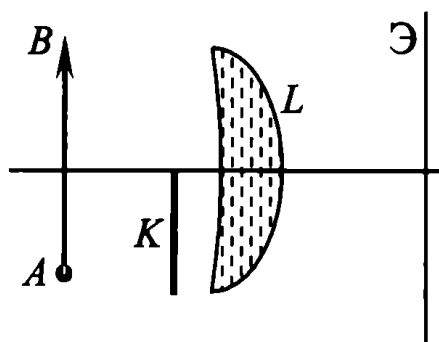
Задача 365

С помощью двояковыпуклой линзы L получают на экране \mathcal{E} изображение свечи AB . Как изменится это изображение, если линзу закрыть картоном K (см. рис. 248а)?

Решение.

Построим изображение свечи AB , получаемое на экране с помощью собирающей линзы L (см. рис. 248б).

а)



б)

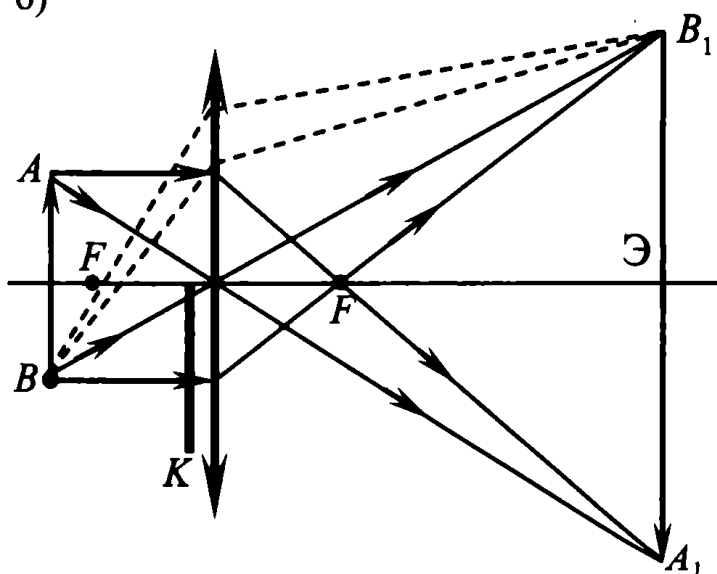


Рис. 248

Для этой цели обычно проводят от крайних точек предмета A и B по два луча, ход которых известен (один луч — параллельно главной оптической оси, другой — через оптический центр линзы).

Но ясно, что в точке B_1 , например, сходятся не только два луча, вышедшие из B , а весь конический пучок, вышедший из B и попадающий на линзу (два луча этого пучка показаны штриховыми линиями). Поэтому, если половину линзы закрыть картоном K , то всё же от каждой точки

предмета лучи попадут на экран, т. е. в этом случае получится также полное изображение предмета, но число лучей будет вдвое меньше, а поэтому изображение будет вдвое менее ярким.

Задача 366

На каком расстоянии от собирающей линзы с фокусным расстоянием F_1 нужно поставить рассеивающую линзу с фокусным расстоянием F_2 , чтобы эта система линз с общей оптической осью стала телескопической?

Решение.

Чтобы система линз была телескопической, нужно, чтобы пучок лучей на входе и выходе системы был параллельным. Для этого фокусы линз должны совпадать, а поэтому расстояние между линзами должно равняться разности фокусных расстояний линз, т. е. $F_1 - F_2$.

Решение возможно, если фокусное расстояние собирающей линзы F_1 больше фокусного расстояния рассеивающей линзы F_2 ($F_1 > F_2$) (см. рис. 249).

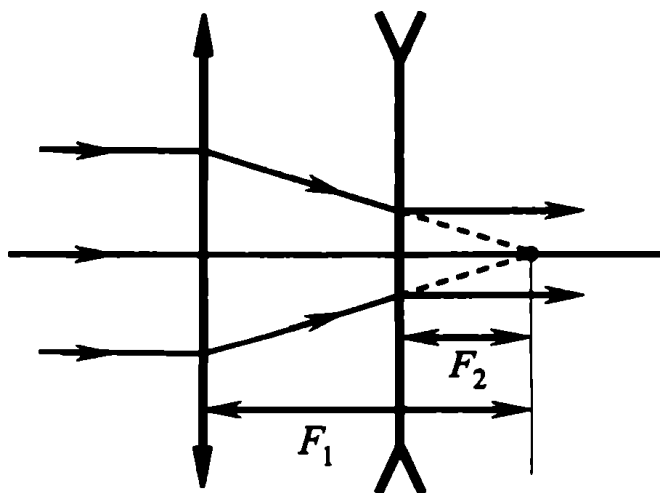


Рис. 249

Задача 367

В каком месте на главной оптической оси собирающей линзы надо поместить точечный источник света, чтобы его изображение оказалось в главном фокусе?

Решение.

Если речь идёт о действительном изображении, то из уравнения

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$$

подстановкой $f = F$ получим $d = \infty$, т. е. источник света должен находиться чрезвычайно далеко по сравнению с главным фокусным расстоянием линзы, чтобы его изображение было практически в главном фокусе линзы.

Если же речь идёт о мнимом изображении, то из того же уравнения, подставляя $f = -F$, получаем

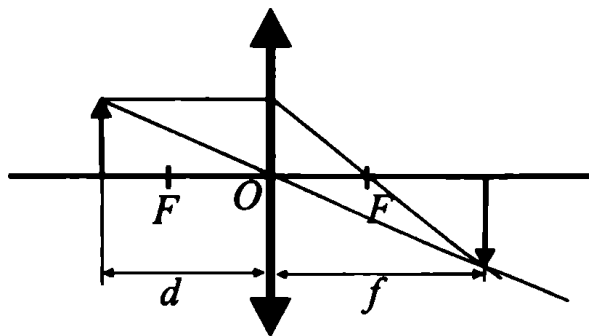
$$d = \frac{F}{2},$$

т. е. точечный источник света должен быть вдвое ближе главного фокуса.

Ответ: $d = \frac{F}{2}$.

Задача 368

Каково линейное увеличение собирающей линзы, если предмет и его действительное изображение находятся на минимально возможном расстоянии друг от друга (см. рис. 250)?



$$d + f = r_{\min}$$

Рис. 250

Найти: Г.

Решение.

Используем формулу тонкой (собирающей) линзы:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F};$$

отсюда расстояние между предметом и изображением

$$L = d + f = \frac{fd}{F}.$$

С помощью той же формулы получим

$$L = \frac{f^2}{f - F}.$$

Взяв производную, получаем

$$L' = \frac{2f}{f - F} - \frac{f^2}{(f - F)^2}.$$

Следовательно, минимум L (т. е. $L' = 0$) достигается при $f = 2F$, но тогда и $d = 2F$, откуда

$$\Gamma = \frac{f}{d} = 1.$$

Ответ: $\Gamma = 1$.

Задача 369

На каком расстоянии d от собирающей линзы должен находиться предмет, чтобы расстояние от него до действительного изображения было минимальным?

Решение.

Обозначим $d + f = l$ в формуле линзы $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$. Получим после простых преобразований $l = d^2(d - F)$. Для определения минимума приравняем к нулю производную:

$$\frac{dl}{d(d)} = \frac{2d(d - F) - d^2}{(d - F)^2} = 0,$$

откуда $d = 2F$.

Ответ: $d = 2F$.

Задача 370

Зритель с нормальным зрением смотрит в театральный бинокль на сцену, находящуюся от него на значительном расстоянии. Оптическая сила объектива $\frac{1}{F_{об}} = 5$ дптр, окуляра $\frac{1}{F_{ок}} = -25$ дптр. На каком расстоянии должны быть расположены объектив и окуляр, чтобы зритель чётко

видел сцену? Насколько нужно сместить окуляр, чтобы сцену можно было рассматривать глазом, аккомодированным на бесконечность?

Дано: $D_{об} = 5$ дптр, $D_{ок} = -25$ дптр.

Найти: Δl .

Решение.

Чтобы зритель с нормальным зрением хорошо видел в театральные бинокль действие, происходящее на сцене, необходимо, чтобы окончательное изображение предмета, даваемое системой линз трубы Галилея, получалось на расстоянии наилучшего зрения. Так как сцена находится на очень большом расстоянии от зрителя ($d_1 \ll F_{об}$), то изображение A_1B_1 (см. рис. 251), даваемое объективом L_1 , получается на ничтожно малом расстоянии от фокальной плоскости линзы ($f_1 \approx F_{об}$).

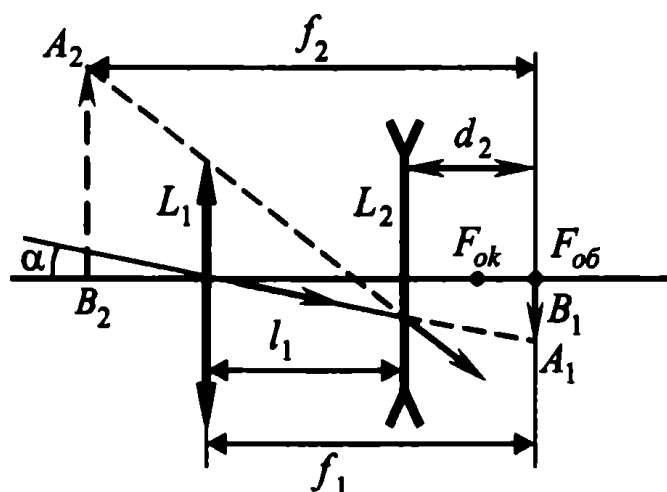


Рис. 251

В трубе Галилея (бинокль) рассеивающая линза окуляра ставится перед фокальной плоскостью окуляра объектива, поэтому лучи, которые давали бы изображение A_1B_1 , падают на линзу L_2 сходящимся пучком, и A_1B_1 можно рассматривать как мнимый предмет для окуляра, отстоящий от него на расстоянии

$$d_2 = F_{об} - l_1, \quad (1)$$

где l_1 — расстояние между линзами бинокля.

После преломления в окуляре лучи, идущие в точку A_1 , пойдут расходящимся пучком и на своём продолжении дадут окончательное мнимое изображение A_2 .

Из всего пучка лучей, идущих от предмета на объектив, на рисунке указан лишь один, поскольку положение изображения известно. Расстояние d_2 , а следовательно, и расстояние l_1 должны быть при этом подобраны так, чтобы изображение сцены A_2B_2 получалось в окуляре на расстоянии $f_2 = 25$ см.

Изображение мнимого предмета A_1B_1 в окуляре является мнимым, поэтому формула рассеивающей линзы для этого случая имеет вид:

$$-\frac{1}{F_{\text{ок}}} = -\frac{1}{d_2} - \frac{1}{f_2}. \quad (2)$$

Подставляем в эту формулу выражение для d_2 , получим

$$d_2 = \frac{f_2 \cdot F_{\text{ок}}}{f_2 - F_{\text{ок}}} = 4,76 \text{ (см)}; \quad l_1 = F_{\text{об}} - d = 15,24 \text{ (см)}.$$

Чтобы видеть сцену глазом, аккомодированным на бесконечность, линзы бинокля необходимо установить таким образом, чтобы изображение A_2B_2 получилось не на расстоянии лучшего зрения, а очень далеко. Этого можно добиться, изменяя расстояние l_1 между объективом и окуляром. Полагая так (в формуле (2) $f_2 = \infty$), получим $d_2 = F_{\text{ок}}$ и, согласно первому соотношению (1), будем иметь: $l_2 = F_{\text{об}} - F_{\text{ок}} = 16$ (см).

В этом случае фокальные плоскости объектива и окуляра должны быть совмещены. По сравнению с первым расположением линзы нужно раздвинуть на расстояние $\Delta l = l_2 - l_1 = 0,76$ (см).

Ответ: $\Delta l = 0,76$ см.

Задача 371

На горизонтальном столе стоит прозрачный цилиндр с радиусом основания R и высотой H_1 , изготовленный из стекла с показателем преломления $n = 1,5$. На высоте H_2 над верхним основанием цилиндра на его оси расположен точечный источник света. Найдите площадь тени, отбрасываемой цилиндром на поверхность стола.

Решение.

Из чертежа (см. рис. 252 на с. 391) можно сделать вывод, что тень на столе имеет вид кольца с центром на оси цилиндра (область тени показана штриховкой). Внешняя граница кольца находится там, куда падает све-

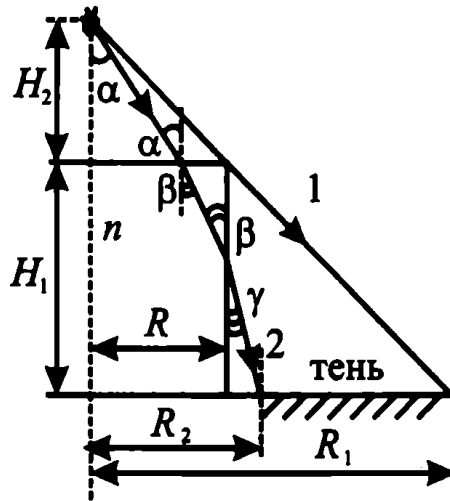


Рис. 252

товой луч 1, касающийся края верхнего основания цилиндра. Из чертежа следует, что радиус внешней границы тени

$$R_1 = (H_1 + H_2) \frac{R}{H_2}.$$

Для того чтобы найти радиус R_2 внутренней границы тени, рассмотрим луч 2, который проходит через цилиндр очень близко от края его верхнего основания (масштаб на чертеже не соблюден). Именно этот луч определяет, где на столе будет проходить граница между тенью и светом, поскольку все остальные лучи, упавшие на верхнее основание цилиндра, попадут на стол левее луча 2. Рассматриваемый луч преломляется на верхнем основании и на боковой поверхности цилиндра. Запишем для двух указанных преломлений закон Снеллиуса:

$$\sin \alpha = n \sin \beta, \quad \cos \gamma = n \cos \beta.$$

Отсюда $\cos \gamma = \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}$, или $\cos^2 \gamma + \sin^2 \alpha = n^2$. Последнее соотношение можно преобразовать, выразив $\cos \alpha$ и $\sin \alpha$ через $\operatorname{tg} \alpha$ и $\operatorname{ctg} \alpha$:

$$\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \gamma} + \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha} = n^2.$$

Отсюда

$$\operatorname{tg} \gamma = \sqrt{\frac{2 + \operatorname{ctg}^2 \alpha - n^2(1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha)}{n^2(1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha) - 1}}.$$

Учитывая, что $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{H_2}{R}$ (луч 2 проходит практически через край верхнего основания цилиндра), найдём R_2 :

$$R_2 = R + H_1 \operatorname{tg} \gamma = R + H_1 \sqrt{\frac{2 + \left(\frac{H_2}{R}\right)^2 - n^2 \left[1 + \left(\frac{H_2}{R}\right)^2\right]}{n^2 \left[1 + \left(\frac{H_2}{R}\right)^2\right] - 1}} =$$

$$= R + H_1 \sqrt{\frac{1 - (n^2 - 1) \left[1 + \left(\frac{H_2}{R}\right)^2\right]}{n^2 \left[1 + \left(\frac{H_2}{R}\right)^2\right] - 1}}.$$

Из полученного выражения видно, что внутренняя граница кольцевой тени может существовать за пределами нижнего основания цилиндра только при выполнении условия $(n^2 - 1) \left[1 + \left(\frac{H_2}{R}\right)^2\right] < 1$. Перепишав

его в виде $\left(\frac{H_2}{R}\right)^2 < \frac{2 - n^2}{n^2 - 1}$, заметим, что при заданном в условии задачи значении показателя преломления $n = 1,5$ полученное условие не выполняется. Это означает, что при заданном значении n все световые лучи, попавшие из источника на верхнее основание цилиндра, упадут на стол в пределах нижнего основания цилиндра, т. е. второго преломления на боковой поверхности цилиндра не будет. Поэтому радиус внутренней границы тени будет равен радиусу R цилиндра, и искомая площадь тени:

$$S = \pi(R_1^2 - R^2) = \frac{\pi R^2 H_1 (H_1 + 2H_2)}{H_2^2}.$$

Ответ: $S = \frac{\pi R^2 H_1 (H_1 + 2H_2)}{H_2^2}.$

15. Элементы СТО, волновая оптика

15.1. Интерференция, дифракция, дисперсия света

Когерентными называются источники, которые имеют одинаковую частоту, и разность фаз их колебаний остаётся постоянной.

Интерференцией световых волн называется сложение в пространстве волн, при котором образуется постоянное во времени распределение амплитуд результирующих световых колебаний.

Условие максимумов:

амплитуда световых колебаний в данной точке максимальна, если разность хода двух световых волн, складывающихся в этой точке, равна целому числу длин волн:

$$\Delta d = k\lambda, \quad k = 0, 1, 2, 3...$$

Условие минимумов:

амплитуда световых колебаний в данной точке минимальна, если разность хода двух световых волн, складывающихся в этой точке, равна чётному числу полуволн:

$$\Delta d = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, 1, 2, 3...$$

Интерференция света применяется для определения длины световой волны, проверки качества обработки поверхности, просветления оптики и т. д.

Дифракция света. Дифракционная решётка

Дифракцией света называется огибание световыми волнами препятствий. В результате дифракции на экране вместо тени от препятствия появляется система тёмных и светлых полос или кругов.

Дифракционная решётка представляет собой совокупность большого числа очень узких щелей, разделённых непрозрачными промежутками. В результате прохождения света через дифракционную решётку на экране появляется система дифракционных максимумов и минимумов. Значения углов φ , определяющих направления на дифракционные максимумы, находят с помощью равенства

$$d \sin \varphi = k\lambda.$$

Дисперсия света

Дисперсией света называется зависимость показателя преломления света от его длины волны.

15.2. Принцип относительности Эйнштейна

Принцип относительности Эйнштейна. Скорость света в вакууме как предельная скорость передачи сигнала

Специальная теория относительности Эйнштейна основывается на двух постулатах:

первый постулат (принцип относительности Эйнштейна): все процессы природы протекают одинаково во всех инерциальных системах отсчёта;

второй постулат: скорость света в вакууме одинакова во всех инерциальных системах отсчёта. Она не зависит ни от скорости источника, ни от скорости приёмника светового сигнала.

Связь между массой и энергией

Выражение $E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ называется взаимосвязью между

массой и энергией, $m_0 c^2$ — энергия покоя.

Релятивистское соотношение для интервалов времени между событиями:

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Релятивистское соотношение для длин в неподвижной и движущейся системах отсчёта:

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Примеры решения заданий базового уровня сложности

Задача 372

Разность фаз двух когерентных волн с длиной волны λ равна π . Какова минимальная разность хода этих волн?

Решение. Минимальная разность хода когерентных волн, приходящих в данную точку в противофазе,

$$\Delta = \frac{\Delta\varphi}{2\pi}\lambda = \frac{\pi}{2\pi}\lambda = \frac{\lambda}{2}.$$

Ответ: $\frac{\lambda}{2}$.

Задача 373

Оптическая разность хода двух монохроматических лучей в воздухе 3 мкм. Какова будет разность хода между ними в воде? Показатель преломления воды $4/3$.

Решение. Разность хода лучей в воздухе

$$\Delta_1 = L_2 - L_1,$$

в воде

$$\Delta_2 = nL_2 - nL_1 = n(L_2 - L_1) = n\Delta_1.$$

Тогда

$$\Delta_2 = \frac{4}{3} \cdot 3 = 4 \text{ (мкм)}.$$

Ответ: 4 мкм.

Задача 374

В данную точку пространства когерентные пучки с длинами волн 400 нм, 600 нм и 700 нм попадают с оптической разностью хода 3 мкм. Для волн какой длины будет наблюдаться увеличение интенсивности пучков?

Решение. Усиление будет наблюдаться в том случае, если разность хода кратна целому числу длин волн. Проверим это:

$$m_1 = \frac{3 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 10^{-7}} = 7,5,$$

$$m_2 = \frac{3 \cdot 10^{-6}}{6 \cdot 10^{-7}} = 5,$$

$$m_3 = \frac{3 \cdot 10^{-6}}{7 \cdot 10^{-7}} = 4,2.$$

Ответ: 600 нм.

Задача 375

При падении на дифракционную решётку плоской монохроматической волны длиной λ_0 максимум 2-го порядка наблюдается под углом $\alpha_0 = 30^\circ$. Чему равно отношение периода решётки к длине волны?

Решение. Уравнение для нахождения максимумов при рассеянии плоской монохроматической волны на дифракционной решётке имеет вид:

$$d \sin \alpha = n\lambda,$$

где λ — длина волны, n — порядок максимума.

$$\text{Отсюда } d \sin 30^\circ = 2\lambda_0, \text{ т. е. } \frac{d}{\lambda_0} = \frac{2}{\sin 30^\circ} = 4.$$

Ответ: 4.

Задача 376

Плоская монохроматическая волна нормально падает на дифракционную решётку, при этом максимум 2-го порядка наблюдается под углом 30° . То же самое излучение на другой дифракционной решётке даёт максимум 2-го порядка под углом 45° . Чему равен квадрат отношения периодов решёток $\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2$?

Решение. Условие наблюдения максимума в дифракционном спектре на решётке имеет вид: $d \sin \alpha = n\lambda$, где n — порядковый номер максимума, d — постоянная (период) решётки. Запишем условие задачи:

$$d_1 \sin 30^\circ = 2\lambda, \quad d_2 \sin 45^\circ = 2\lambda.$$

Деля уравнения друг на друга, находим:

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = \sqrt{2},$$

$$\text{откуда } \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = 2.$$

Ответ: 2.

Задача 377

Два источника испускают электромагнитные волны с частотой $\nu = 600$ ГГц и начальной фазой, различающейся на π . Интерференционный максимум будет наблюдаться в точке пространства, для которой разность хода от двух источников будет равна...

Решение. Длина излучаемой волны

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^{11}} = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Так как фазы излучателей различаются на π , то условие интерференционного максимума будет иметь вид $\Delta r = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$.

Ответ: 0,25 мм.

Задача 378

Источник света приближается к приёмнику света со скоростью $v = c$, где $c = 3 \cdot 10^8$ м/с — скорость света в вакууме. Приёмник фиксирует, что свет распространялся в пространстве со скоростью...

Решение. Скорость света не зависит ни от скорости его источника, ни от скорости его приёмника. Она в вакууме всегда равна $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

Ответ: $3 \cdot 10^8$ м/с.

Задача 379

С какой скоростью распространяется рентгеновское излучение в вакууме?

Решение. Рентгеновское излучение представляет собой поток высокоэнергетичного электромагнитного излучения. В вакууме это излучение распространяется с известной скоростью света, приблизительно $3 \cdot 10^8$ м/с.

Ответ: $3 \cdot 10^8$ м/с.

Примеры решения заданий повышенного уровня сложности

Задача 380

Свет с длиной волны 0,5 мкм падает нормально на дифракционную решётку с периодом 1 мкм. Под каким углом при этом наблюдается дифракционный максимум первого порядка?

Решение. Запишем формулу дифракционной решётки:

$$n\lambda = d \sin \varphi.$$

Отсюда выразим синус угла дифракции:

$$\sin \varphi = \frac{n\lambda}{d}.$$

Окончательно получим:

$$\sin \varphi = \frac{1 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6}}{1 \cdot 10^{-6}} = 0,5.$$

Угол дифракции $\varphi = 30^\circ$.

Ответ: 30° .

Задача 381

На дифракционную решётку с периодом 0,01 мм нормально падает свет с длиной волны 500 нм. Под каким углом будет виден первый максимум?

Решение. Условие главных максимумов для дифракционной решётки

$$d \sin \varphi = m\lambda,$$

поэтому $\sin \varphi = \frac{m\lambda}{d} = \frac{\lambda}{d}$, тогда $\varphi = \arcsin \frac{\lambda}{d}$.

Считаем:

$$\varphi = \arcsin \frac{500 \cdot 10^{-9}}{10^{-2} \cdot 10^{-3}} = 3^\circ.$$

Ответ: 3° .

Задача 382

Световой луч в вакууме проходит за время t расстояние 60 см; в некоторой жидкости за вдвое большее время — 80 см. Чему равен показатель преломления жидкости?

Решение. Скорость света в прозрачной среде $v = \frac{c}{n}$, где c — скорость света в пустоте, n — показатель преломления среды. Тогда в пустоте $S_1 = ct$, а в среде $S_2 = v \cdot 2t$. Деля уравнения друг на друга, находим:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{n}{2},$$

откуда $n = 1,5$.

Ответ: 1,5.

Задача 383

Стержень движется в продольном направлении с постоянной скоростью относительно инерциальной системы отсчёта. При какой его скорости (в долях скорости света) длина этого стержня в движущейся системе отсчёта будет в 1,66 раза меньше его длины в инерциальной системе?

Решение. При движении стержня его длина в продольном направлении рассчитывается по формуле

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

По условию задачи $\frac{l_0}{l} = 1,66$. Далее можем записать

$$\left(\frac{l}{l_0}\right)^2 = 1 - \frac{v^2}{c^2}.$$

Отсюда следует

$$v^2 = \left[1 - \left(\frac{l}{l_0}\right)^2\right] c^2,$$

$$v = c \sqrt{1 - \left(\frac{l}{l_0}\right)^2} = 3 \cdot 10^8 \sqrt{1 - \left(\frac{1}{1,66}\right)^2} = 2,39 \cdot 10^8 \text{ (м/с)},$$

что составляет 0,8 скорости света.

Ответ: 0,8.

Задача 384

Для того чтобы продольная длина предмета в состоянии движения была втрое меньше его длины покоя, предмет должен двигаться со скоростью v , равной...

Решение. Продольный размер тела при скоростях, близких к скорости света, находится из соотношения

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Отсюда $v = \frac{2\sqrt{2}}{3}c$.

Ответ: $\frac{2\sqrt{2}}{3}c$.

Примеры решения заданий высокого уровня сложности

Волновая оптика

Алгоритм решения задач

1. Изобразить ход лучей, рассматриваемых в задаче.
2. Определить оптические пути лучей и рассчитать оптическую разность хода этих лучей.
3. При необходимости приравнять оптическую разность хода лучей к условию максимума или минимума (в зависимости от условия задачи) и решать полученное уравнение относительно неизвестной величины.

Задача 385

Одна световая волна проходит в вакууме расстояние $l = 1,4 \cdot 10^{-3}$ мм, а другая — с такой же частотой то же самое расстояние в воде ($n = 1,33$). Волны, встречаясь в некоторой точке, максимально усиливают друг друга. Какова длина волны λ света в вакууме? Учсть, что свет видимый.

Дано: $l = 1,4 \cdot 10^{-3}$ мм, $n = 1,33$.

Найти: λ .

Решение.

Изобразим ход лучей 1 и 2 на рисунке 253:

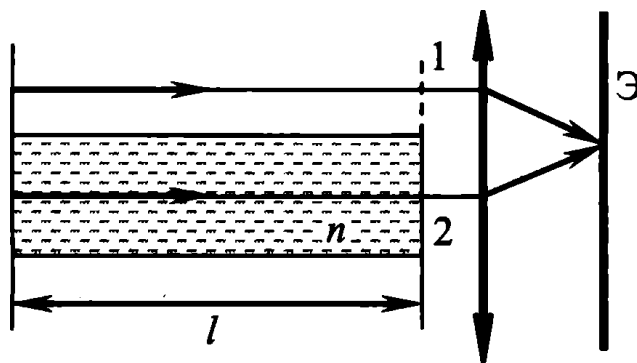


Рис. 253

оптический путь Δ_1 волны 1 равен геометрическому пути, т. е. $\Delta_1 = l$;
оптический путь Δ_2 волны 2: $\Delta_2 = nl$.

Тогда оптическая разность хода световых волн 2 и 1

$$\Delta_{21} = \Delta_2 - \Delta_1 = ln - l = l(n - 1).$$

Запишем условие, при котором волны максимально усиливают друг друга (условие максимума). $\Delta_{21} = k\lambda$ или $l(n - 1) = k\lambda$, откуда

$$\lambda = \frac{l(n - 1)}{k}.$$

При $k = 1$ $\lambda_1 = l(n - 1) = 1,4 \cdot 10^{-3}(1,33 - 1) = 4,6 \cdot 10^{-4}$ (мм).

При $k = 2$ $\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{2} = 2,3 \cdot 10^{-4}$ (мм).

Из сравнения длин волн видно, что λ_2 (а также и длины волн при $k > 2$) не лежит в области видимого света. Таким образом, условию данной задачи удовлетворяет только одно значение длины волны света: $\lambda = 4,6 \cdot 10^{-4}$ (мм).

Ответ: $\lambda = 4,6 \cdot 10^{-4}$ мм.

Задача 386

Расстояние между двумя когерентными источниками света S_1 и S_2 , находящимися в воздухе ($n = 1$), $d = 0,15$ мм (см. рис. 254). Расстояние от этих источников $l = 4,8$ м. Определите оптическую разность хода лучей, приходящих от источников S_1 и S_2 в точку экрана C , если $OC = 16$ мм.

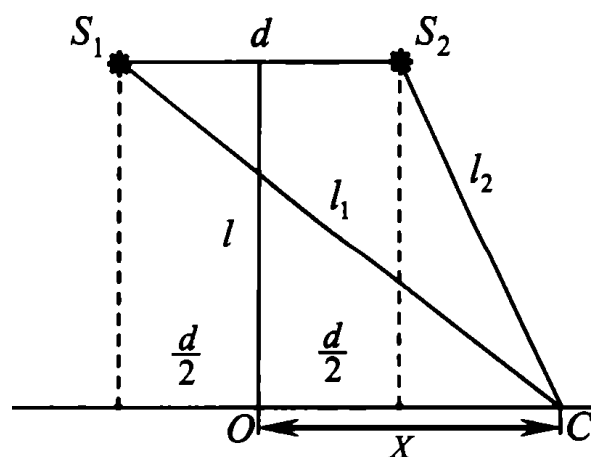


Рис. 254

Дано: $d = 1,5 \cdot 10^{-4}$ м, $l = 4,8$ м, $X = 1,6 \cdot 10^{-2}$ м, $n = 1$.

Найти: Δ_{12} .

Решение.

Поскольку лучи идут в воздухе, оптическая разность хода будет равна геометрической. Из рисунка видно, что

$$l_1^2 = l^2 + \left(X + \frac{d}{2}\right)^2, \quad l_2^2 = l^2 + \left(X - \frac{d}{2}\right)^2.$$

Вычтем из первого уравнения второе:

$$l_1^2 - l_2^2 = \left(X + \frac{d}{2}\right)^2 - \left(X - \frac{d}{2}\right)^2,$$

или

$$(l_1 + l_2)(l_1 - l_2) = \left(X + \frac{d}{2} + X - \frac{d}{2}\right)\left(X + \frac{d}{2} - X + \frac{d}{2}\right).$$

Так как d и X малы по сравнению с l (что всегда справедливо при интерференции света), сумму $(l_1 + l_2)$ приближённо можно заменить на $2l$, а $n(l_1 - l_2) = \Delta_{12}$ есть искомая разность хода. Тогда получим

$$\frac{2l\Delta_{12}}{n} = 2X \cdot 2 \cdot \frac{d}{2}; \quad \Delta_{12} = \frac{Xd}{l}n;$$

$$\Delta_{12} = \frac{1,5 \cdot 10^{-4} \cdot 1,6 \cdot 10^{-2} \cdot 1}{4,8} = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ (м)}.$$

Ответ: $\Delta_{12} = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$

Задача 387

На поверхность стеклянного объектива нанесена тонкая плёнка, показатель преломления которой $n = 1,2$ меньше, чем показатель преломления стекла. При какой наименьшей толщине h_{\min} этой плёнки произойдёт максимальное ослабление отражённых от неё световых волн с $\lambda = 5,5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$?

Дано: $\lambda = 5,5 \cdot 10^{-7} \text{ м}, n = 1,2.$

Найти: $h_{\min}.$

Решение.

Делаем рисунок 255 (см. с. 403).

Из рисунка видно, что оптическая разность хода световых волн 1 и 2 $\Delta_{12} = 2nh$. Запишем условие минимума для этих волн:

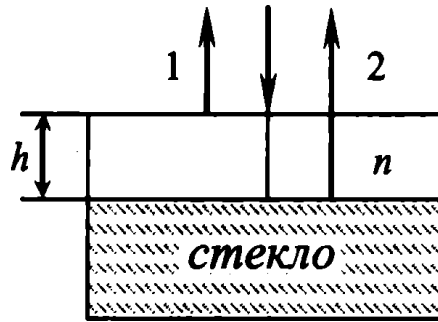


Рис. 255

$$\Delta_{12} = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda \text{ или } 2nh = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda, \text{ откуда } h = \frac{\left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda}{2n}.$$

Из этого уравнения видно, что минимальной толщине h_{\min} плёнки будет соответствовать $k = 0$. Следовательно,

$$h_{\min} = \frac{\lambda}{4n} = \frac{5,5 \cdot 10^{-7}}{4 \cdot 1,2} = 1,1 \cdot 10^{-7} \text{ (м)}.$$

Ответ: $h_{\min} = 1,1 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$

Задача 388*

На плоскопараллельную пластину положена выпуклой стороной плоско-выпуклая линза с радиусом кривизны $R = 12 \text{ м}$ (см. рис. 256 на с. 404). На плоскую поверхность линзы параллельно её главной оптической оси падает пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 600 \text{ нм}$. При этом в отражённом свете на линзе видны чередующиеся тёмные и светлые кольца, а в центре линзы — тёмное пятно. Определите радиус третьего тёмного кольца.

Дано: $R = 12 \text{ м}$, $\lambda = 6 \cdot 10^{-7} \text{ м}$, $k = 3$.

Найти: r_3 .

Решение.

Из теоремы о произведении отрезков хорд, пересекающихся в одной точке, имеем: $AO \cdot OD = BO \cdot OC$ или $(2R - h)h = r^2$. Так как интерферируют волны, отражённые от выпуклой поверхности линзы и от пластины, то оптическая разность хода этих волн равна $2nh$, где n — показатель преломления вещества в зазоре между линзой и пластиной.

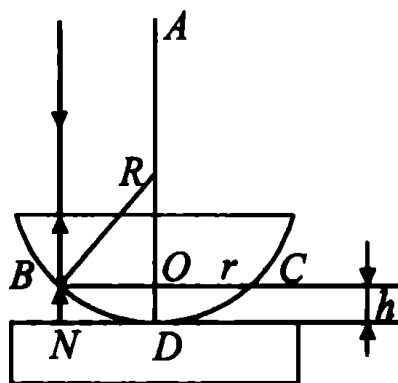


Рис. 256

Условие максимального усиления или ослабления света при интерференции (в зависимости от m) в общем виде можно записать как

$$2nh = \frac{\lambda}{2}m. \quad (1)$$

Если наблюдение интерференции производится в отражённом свете, то при отражении от пластины в точке N происходит изменение разности хода на $\frac{\lambda}{2}$, поэтому при *чётном* m формула (1) выражает условие максимального ослабления лучей, т. е. соответствует тёмным кольцам Ньютона.

Та же формула при *нечётном* m выражает условие максимального усиления лучей, т. е. соответствует светлым кольцам Ньютона.

Так как h мало по сравнению с $2R$, то формулу $(2R - h)h = r^2$ можно упростить, опустив h в скобках: $2R = \frac{r^2}{h}$. Поскольку $h = \frac{m\lambda}{4n}$, имеем:

$$r_m = \sqrt{\frac{mR\lambda}{2n}}, \text{ где } m \text{ есть порядковый номер кольца.}$$

Там, где линза соприкасается с пластиной, находится тёмное центральное пятно, что соответствует $m = 0$.

Так как третье тёмное кольцо является шестым по порядку, то в нашем случае $m = 6$. С учётом, что при $n = 1$ в зазоре между пластиной и линзой находится воздух, имеем:

$$r_6 = \sqrt{\frac{6 \cdot 12 \cdot 6,0 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 1}} = 4,65 \cdot 10^{-3} \text{ (м).}$$

Ответ: $r = 4,65 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$

Задача 389

Определите угол отклонения φ лучей зелёного света ($\lambda = 0,55$ мкм) в спектре первого порядка, полученном с помощью дифракционной решётки, период которой $d = 0,02$ мм.

Дано: $\lambda = 5,5 \cdot 10^{-7}$ м, $k = 1$, $d = 2,0 \cdot 10^{-5}$ м.

Найти: φ .

Решение.

Делаем рисунок 257.

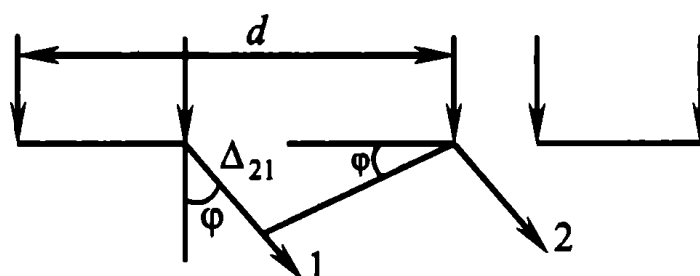


Рис. 257

Из рисунка видно, что разность хода световых волн, идущих под углом дифракции φ , после прохождения дифракционной решётки $\Delta_{21} = d \sin \varphi$.

Запишем условие максимального усиления световых волн, идущих под углом дифракции φ (под этим углом наблюдается максимум для зелёного света): $\Delta_{21} = k\lambda$.

Учитывая оба выражения, получим $\sin \varphi = \frac{k\lambda}{d}$, а $\varphi = \arcsin\left(\frac{k\lambda}{d}\right)$, после вычислений имеем: $\varphi = 1,6^\circ$.

Ответ: $\varphi = 1,6^\circ$.

Задача 390

Дифракционная решётка содержит $N = 120$ штрихов на $l = 1,0$ мм длины. Найдите длину волны λ монохроматического света, падающего на дифракционную решётку, если угол между двумя максимумами первого порядка $\alpha = 8^\circ$.

Дано: $N = 120$, $l = 10^{-3}$ м, $k = 1$, $\alpha = 8^\circ$.

Найти: λ .

Решение.

Делаем рисунок 258.

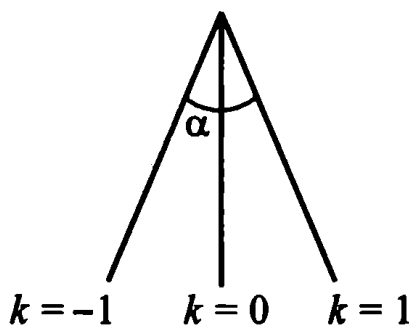


Рис. 258

Для дифракционной решётки $d \sin \varphi = k\lambda$.

Учитывая, что $d = \frac{l}{N}$ и $\varphi = \frac{\alpha}{2}$, получим: $\frac{l}{N} \sin \frac{\alpha}{2} = k\lambda$, откуда

$$\lambda = \frac{l \sin \frac{\alpha}{2}}{Nk} = 5,8 \cdot 10^{-7} \text{ (м)}.$$

Ответ: $\lambda = 5,8 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$

Задача 391

На каком расстоянии L от дифракционной решётки нужно поставить экран, чтобы расстояние между нулевым и четвёртым максимумами было равно $x = 50 \text{ мм}$ для света с длиной волны $\lambda = 500 \text{ нм}$? Постоянная дифракционной решётки $d = 0,02 \text{ мм}$.

Дано: $x = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$, $\lambda = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$, $d = 2 \cdot 10^{-6} \text{ м}$.

Найти: L .

Решение.

Делаем рисунок 259 (см. с. 407).

Из формулы дифракционной решётки

$$d \sin \varphi = k\lambda \quad (k = 4)$$

имеем: $\sin \varphi = \frac{k\lambda}{d}$, откуда

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{k\lambda}{d}\right).$$

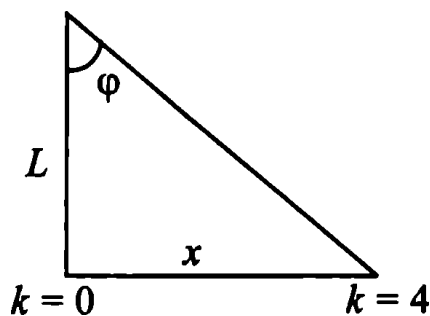


Рис. 259

Из рисунка 259 видно, что $L = \frac{x}{\operatorname{tg} \varphi} = \frac{x}{\operatorname{tg} \arcsin \frac{k\lambda}{d}} = 0,50 \text{ (м)}$.

Ответ: $L = 0,5 \text{ м}$.

Задача 392

Найдите наибольший порядок k_{\max} дифракционного максимума для света с длиной волны $\lambda = 500 \text{ нм}$, если постоянная дифракционной решётки равна $2,0 \text{ мкм}$.

Дано: $\lambda = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$, $d = 2 \cdot 10^{-6} \text{ м}$.

Найти: k_{\max} .

Решение.

Из формулы дифракционной решётки $d \sin \varphi = k\lambda$ имеем: $k = \frac{d \sin \varphi}{\lambda}$.

При $\sin \varphi = 1$, $k = \frac{d}{\lambda} = 4$.

Ответ: $k_{\max} = 4$.

Элементы СТО

При решении задач по данной теме следует руководствоваться рекомендациями по соответствующим разделам классической механики, применяя законы и соотношения теории относительности.

Задача 393

Космическая частица движется со скоростью $v = 0,95c$, где c — скорость света в вакууме. Какой промежуток времени τ соответствует одной микросекунде «собственного времени» частицы?

Дано: $v = 0,95c$, $\tau_0 = 1,0$ мкс.

Найти: τ .

Решение.

Запишем релятивистское соотношение для интервалов времени между событиями:

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,95^2}} = 3,3 \text{ (мкс)}.$$

Ответ: $\tau = 3,3$ мкс.

Задача 394

Сколько времени для жителя Земли и для космонавтов займёт космическое путешествие до звезды и обратно на ракете, летящей со скоростью $v = 0,99c$? Свет от звезды до Земли идёт в течение $t = 40$ лет (по земным часам).

Дано: $v = 0,99c$, $t = 40$ лет.

Найти: τ , τ_0 .

Решение.

Расстояние от звезды до Земли ct , с учётом того, что ракета долетит до звезды и вернётся обратно, время путешествия относительно Земли

$$\tau = \frac{2ct}{0,99c} = 80,8 \text{ (года)}.$$

Тогда промежуток времени относительно ракеты

$$\tau_0 = \tau \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 11,4 \text{ (года)}.$$

Таким образом, для космонавтов путешествие продлится 11,4 года, на Земле же пройдёт $\sim 80,8$ года.

Ответ: $\tau = 80,8$ года, $\tau_0 = 11,4$ года.

Задача 395

При какой скорости движения v релятивистское сокращение длины движущегося тела составит 25 %?

Дано: $\eta = 0,25$.

Найти: v .

Решение.

Запишем соотношение для релятивистского сокращения длины:

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

тогда $\frac{l}{l_0} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, где l — длина движущегося тела; l_0 — длина покоящегося тела; v — скорость тела.

Из условия задачи следует, что $\frac{l_0 - l}{l_0} = 1 - \frac{l}{l_0} = 0,25$, т. е. $\frac{l}{l_0} = 0,75$,

т. е. $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 0,75$, откуда $v = c\sqrt{1 - 0,75^2} = 2,0 \cdot 10^8 \text{ (м/с)}$.

Ответ: $v = 2,0 \cdot 10^8 \text{ м/с}$.

Задача 396

Какую форму имеет круглый диск в системе координат, относительно которой он движется с некоторой скоростью v , если направление скорости совпадает с его диаметром?

Решение.

Делаем рисунок 260 (см. с. 410).

Если d_0 — диаметр покоящегося диска, то в системе координат, относительно которой движется диск, диаметр, совпадающий по направлению с направлением скорости, $d = d_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$.

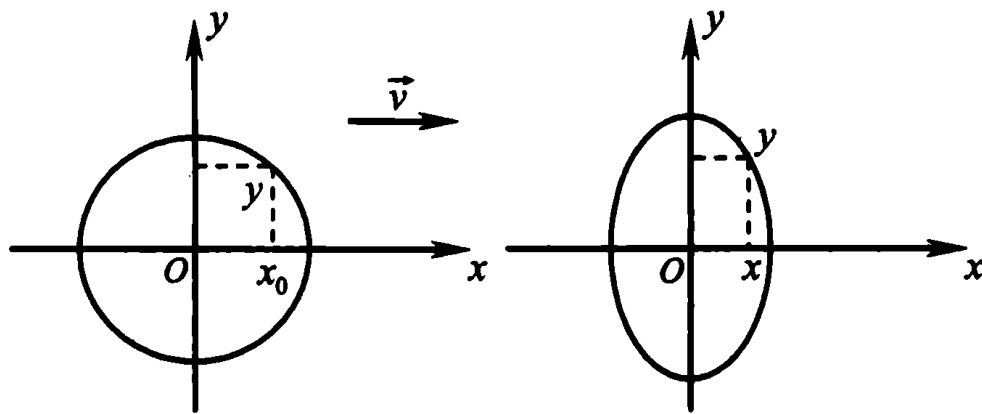


Рис. 260

В таком же отношении находится и половина длины хорды, проходящей на высоте y от центра.

$$x = x_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Так как $x_0^2 = R^2 - y^2$ ($R = \frac{d}{2}$), то $x^2 = (R^2 - y^2) \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)$,

откуда
$$\frac{x^2}{R^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)} + \frac{y^2}{R^2} = 1.$$

Это есть уравнение эллипса с полуосями R и $R\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$.

Задача 397

На ракете, летящей со скоростью $u = 0,9c$, установлен ускоритель, сообщаящий частицам скорость $v' = 0,8c$ относительно ракеты (по направлению движения). Найдите скорость частиц v в системе отсчёта, связанной с «неподвижными звёздами». Решите задачу и для случая, когда частицы движутся в противоположную сторону.

Дано: $u = 0,9c$, $v' = 0,8c$.

Найти: v .

Решение.

В соответствии с релятивистским законом сложения скоростей

$$v_1 = \frac{v' + u}{1 + \frac{v' \cdot u}{c^2}} = \frac{0,8c + 0,9c}{1 + \frac{0,8c + 0,9c}{c^2}} = \frac{1,7c}{1,72} = 0,99c = 2,97 \cdot 10^8 \text{ (м/с)}.$$

В случае, когда частицы движутся в противоположную сторону, проекция скорости v' частиц в движущейся системе отсчёта на направление движения ракеты отрицательна.

Следовательно, в этом случае

$$v_2 = \frac{-v' + u}{1 - \frac{v' \cdot u}{c^2}} = \frac{-0,8c + 0,9c}{1 - \frac{0,8c + 0,9c}{c^2}} = \frac{0,1c}{0,28} = 0,36 \cdot 3 \cdot 10^8 = 1,1 \cdot 10^8 \text{ (м/с)}.$$

Ответ: $v_1 = 2,97 \cdot 10^8 \text{ м/с}$, $v_2 = 1,1 \cdot 10^8 \text{ м/с}$.

Задача 398

Для тела, движущегося со скоростью v , используя соотношения СТО, найдите, чему равно выражение $E^2 - p^2 c^2$.

Решение.

Так как $E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, а $p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, то, возведя обе

части каждого уравнения в квадрат, получим: $E^2 = \frac{m_0^2 c^4}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$; $p^2 = \frac{m_0^2 v^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$.

Умножим теперь левую и правую части выражения для релятивистского импульса на c^2 и вычтем из E^2 :

$$E^2 - p^2 c^2 = \frac{m_0^2 c^4}{1 - \frac{v^2}{c^2}} - \frac{m_0^2 v^2 c^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{m_0^2 c^4 (c^2 - v^2)}{c^2 - v^2} = m_0^2 c^4.$$

Итак,

$$E^2 - p^2 c^2 = m_0^2 c^4.$$

Ответ: $E^2 - p^2 c^2 = m_0^2 c^4$.

ВНИМАНИЕ!

Величина $E^2 - p^2 c^2 = m_0^2 c^4$ является также инвариантом и не меняется при переходе от одной ИСО к другой.

§ 5. Квантовая физика

16. Корпускулярно-волновой дуализм, физика атома

16.1. Опыт Резерфорда по рассеянию альфа-частиц

В 1912 г. Резерфорд и его сотрудники поставили опыт по рассеянию альфа-частиц в веществе. Опыт Резерфорда показал, что при прохождении альфа-частиц сквозь золотую фольгу почти все они сохраняли после прохождения прежнее направление или отклонялись на очень малые углы. Лишь отдельные альфа-частицы отклонялись на углы порядка 150° .

Ядерная модель атома

Результаты опыта Резерфорда получили простое объяснение на основе ядерной модели атома. На основании этой модели весь положительный заряд атома сосредоточен в очень небольшой внутренней области атома — ядре. Остальную часть атома занимают очень лёгкие по сравнению с ядром электроны. Причём общий заряд атома равен нулю, так как отрицательный заряд электронов полностью компенсируется положительным зарядом ядра атома.

16.2. Квантовые постулаты Бора. Испускание и поглощение света атомами

Первый постулат Бора:

атомная система может находиться только в особых стационарных состояниях, каждому из которых соответствует определённая энергия E_n ; в стационарных состояниях атом не излучает.

Второй постулат Бора:

излучение света происходит при переходе атома из стационарного состояния с большей энергией E_n в стационарное состояние с меньшей энергией E_m . Энергия излучённого фотона равна разности энергий стационарных состояний:

$$h\nu_{nm} = E_n - E_m.$$

Поглощение света — процесс, обратный излучению. Атом, поглощая свет, переходит из низших энергетических состояний в высшие.

16.3. Фотоэффект и его законы

Фотоэффектом называют вырывание электронов из вещества под действием света.

Законы фотоэффекта:

1. Количество электронов, вырываемых светом с поверхности металла за 1 с, прямо пропорционально поглощённой за это время энергии световой волны.

2. Максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов линейно возрастает с частотой света и не зависит от его интенсивности.

Кванты света

Планк предположил, что атомы испускают электромагнитную энергию не непрерывно, а отдельными порциями — квантами. Энергия каждой порции определяется формулой

$$E = h\nu,$$

h — постоянная Планка.

Эйнштейн объяснил явление фотоэффекта на основе квантовых свойств света. Формула Эйнштейна для фотоэффекта имеет вид:

$$h\nu = A_{\text{вых.}} + \frac{mv^2}{2},$$

$A_{\text{вых.}}$ — работа выхода электронов из вещества.

Красная граница фотоэффекта $\lambda_{\text{кр.}}$ — длина волны падающего фотона света, соответствующая условию

$$A_{\text{вых.}} = \frac{hc}{\lambda_{\text{кр.}}},$$

Применение фотоэффекта в технике

На явлении фотоэффекта основано устройство фотоэлементов, которые находят широкое применение в технике. Фотоэлементы используют для счёта предметов, для воспроизведения звука, записанного на киноплёнке, в фотоэкспонетрах, в солнечных батареях и т. д.

Примеры решения заданий базового уровня сложности

Задача 399

Какова длина волны фотона, если его энергия равна $E = 1,95 \cdot 10^{-19}$ Дж?

Решение. Согласно формуле Планка $E = h \frac{c}{\lambda}$, можно записать:

$$\lambda = \frac{hc}{E}.$$

Можем получить $\lambda = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,95 \cdot 10^{-19}} = 10 \cdot 10^{-7} = 10^{-6}$ (м).

Ответ: 1 мкм.

Задача 400

Найдите импульс фотона с длиной волны, равной 1,24 пм.

Решение. Импульс фотона $p = \frac{E}{c}$, где E — энергия фотона.

$$p = \frac{hc}{c\lambda} = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{1,24 \cdot 10^{-12}} = 5,3 \cdot 10^{-22} \text{ (кг} \cdot \text{м/с)}.$$

Ответ: $5,3 \cdot 10^{-22}$ кг · м/с.

Задача 401

На рисунке 261 представлены энергетические уровни некоторого атома. В каком случае излучается фотон наименьшей длины волны?

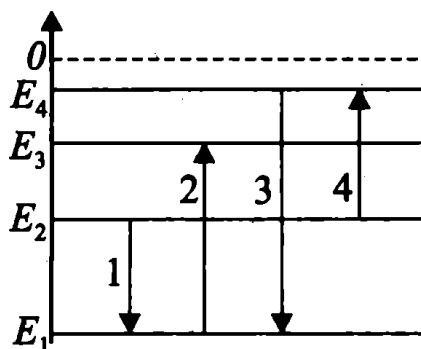


Рис. 261

Решение. Атом будет излучать фотон, если переход осуществляется с уровня с большей энергией на уровень с меньшей энергией. При этом энергия испущенного фотона

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda},$$

т. е. наименьшей длиной волны будет обладать фотон с наибольшей энергией.

Ответ: 3.

Задача 402

На рисунке 262 представлены энергетические уровни некоторого атома. В каком случае поглощается фотон наибольшей частоты?

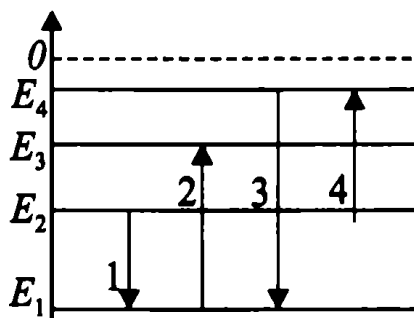


Рис. 262

Решение. Атом будет поглощать энергию, если переход осуществляется с уровня с меньшей энергией на уровень с большей энергией. При этом энергия поглощённого фотона

$$E = h\nu.$$

То есть фотон наибольшей частоты будет обладать и наибольшей энергией.

Ответ: 2.

Задача 403

Какой график соответствует зависимости максимальной кинетической энергии фотоэлектронов E от частоты ν падающих на вещество фотонов при фотоэффекте (см. рис. 263 на с. 416)?

Решение. Из уравнения Эйнштейна для фотоэффекта

$$h\nu = A_{\text{вых.}} + E_{\text{кин.}}$$

следует, что

$$E_{\text{кин.}} = h\nu - A_{\text{вых.}}$$

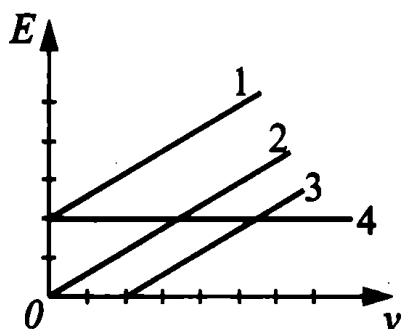


Рис. 263

Этому уравнению соответствует только график под № 3.

Ответ: 3.

Задача 404

Металлическая пластина с работой выхода $0,66$ эВ освещается монохроматическим светом. Какая частота света будет соответствовать красной границе фотоэффекта?

Решение. Согласно уравнению Эйнштейна, $h\nu = A + E_k$. Красная граница фотоэффекта соответствует $E_k = 0$,

$$\nu = \frac{A}{h} = \frac{0,66 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{6,6 \cdot 10^{-34}} = 1,6 \cdot 10^{14} \text{ (Гц)}.$$

Ответ: $1,6 \cdot 10^{14}$ Гц.

Задача 405

Металлическая пластина с работой выхода $0,7$ эВ освещается монохроматическим светом с энергией фотонов $1,4$ эВ. Чему будет равна максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов?

Решение. Согласно уравнению фотоэффекта

$$E_{\text{ф}} = A + E_k, \quad E_k = E_{\text{ф}} - A = 1,4 - 0,7 = 0,7 \text{ (эВ)}.$$

Ответ: $0,7$ эВ.

Задача 406

На никелевую пластину падает пучок электромагнитных волн. Работа выхода электронов из никеля равна 5 эВ. Какова энергия падающих фотонов, если начальная кинетическая энергия фотоэлектронов равна 3 эВ?

Решение. Согласно уравнению Эйнштейна,

$$h\nu = A_{\text{в}} + E_k,$$

тогда

$$h\nu = 5 + 3 = 8 \text{ (эВ)}.$$

Ответ: 8 эВ.

Задача 407

Как изменятся величина кинетической энергии вырываемых электронов и сила фототока насыщения, если при наблюдении фотоэффекта уменьшить длину волны падающих на металлическую пластину фотонов?

Для каждой величины определите соответствующий характер изменения:

- 1) увеличится
- 2) уменьшится
- 3) не изменится

Запишите в таблицу выбранные цифры для каждой физической величины. Цифры в ответе могут повторяться.

Кинетическая энергия фотоэлектронов	Сила фототока насыщения

Решение. Согласно уравнению Эйнштейна для фотоэффекта,

$$\frac{hc}{\lambda} = A + E_k,$$

значит, при уменьшении длины волны падающего света будет возрастать энергия фотонов, и, следовательно, кинетическая энергия вырываемых электронов. Согласно I закону фотоэффекта, сила фототока насыщения прямо пропорциональна световому потоку, и, значит, она не изменится.

Ответ: 13.

Задача 408

В опыте по наблюдению фотоэффекта увеличивают интенсивность света, облучающего катод. Как при этом изменились запирающее напряжение и сила фототока насыщения?

Для каждой величины подберите соответствующий характер изменения:

- 1) увеличилась
- 2) уменьшилась
- 3) не изменилась

Запишите в таблицу выбранные цифры для каждой физической величины. Цифры в ответе могут повторяться.

Запирающее напряжение	Сила фототока насыщения

Решение. Интенсивность света — количество фотонов, прошедших через единицу площади за единицу времени. При увеличении интенсивности увеличится число фотонов и, следовательно, число фотоэлектронов. Это приведёт к увеличению силы фототока насыщения.

Но энергия фотонов при этом не изменяется, значит, максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов остаётся неизменной. Запирающее напряжение и максимальная кинетическая энергия связаны между собой отношением $eU_3 = \frac{mv^2}{2}$. Следовательно, при увеличении интенсивности света запирающее напряжение не изменится.

Ответ: 31.

Примеры решения заданий повышенного уровня сложности

Задача 409

Красная граница фотоэффекта некоторого металла $\lambda_0 = 2,8 \cdot 10^{-7}$ м. Чему равна минимальная энергия фотона, способного вызвать фотоэффект у этого металла?

Решение. Минимальная энергия фотона, способного вызвать фотоэффект у этого металла,

$$E_{\min} = A = \frac{hc}{\lambda_0}, \quad E_{\min} = 7,1 \cdot 10^{-19} \text{ (Дж)}.$$

Ответ: $7,1 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Задача 410

Определите длину волны λ лучей, кванты которых имеют энергию, равную кинетической энергии электрона, прошедшего разность потенциалов $|U| = 4,1$ В.

Решение. По условию задачи $E = \frac{hc}{\lambda} = |eU_3|$, тогда $\lambda = \frac{hc}{|eU_3|}$,
 $\lambda = 3,0 \cdot 10^{-7}$ (м).

Ответ: $3,0 \cdot 10^{-7}$ м.

Задача 411

Какова энергия рентгеновского фотона с длиной волны 10^{-10} м? Ответ выразите в фемтоджоулях. Приставка *фемто*- означает 10^{-15} .

Решение. Энергия фотона:

$$E = h\nu.$$

Длина волны фотона:

$$\lambda = c \cdot T = \frac{c}{\nu},$$

откуда

$$\nu = \frac{c}{\lambda},$$

тогда

$$E = \frac{hc}{\lambda}.$$

Считаем:

$$E = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{10^{-10}} = 19,8 \cdot 10^{-16} \text{ (Дж)} = 1,98 \text{ (фДж)}.$$

Ответ: 1,98 фДж.

Задача 412

С какой максимальной скоростью полетит фотоэлектрон, если на катод упал фотон с энергией 3 эВ, а работа выхода из катода 2 эВ?

Решение. Из уравнения Эйнштейна для фотоэффекта

$$E_k = E_{\phi} - A = 1 \text{ эВ}.$$

$$E_k = \frac{mv^2}{2};$$

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 6 \cdot 10^5 \text{ (м/с)}.$$

Ответ: $6 \cdot 10^5$ м/с.

Задача 413

При проведении эксперимента по облучению металлической пластины некоторым светом задерживающее напряжение равно 13,5 В. При увеличении частоты падающего света в 4 раза задерживающее напряжение возросло в 5 раз. Чему равна работа выхода пластины?

Решение. Запишем уравнение фотоэффекта для первого и второго случаев:

$$\begin{aligned} h\nu_1 &= A_{\text{вых.}} + eU_{з1}, \\ h\nu_2 &= A_{\text{вых.}} + eU_{з2}. \end{aligned}$$

Вычитая из второго первое уравнение, получим

$$3h\nu_1 = 4eU_{з1} \text{ или } h\nu_1 = \frac{4}{3}eU_{з1}.$$

Подставив это выражение в первое уравнение для работы выхода, получим

$$A_{\text{вых.}} = h\nu_1 - eU_{з1} = \frac{1}{3}eU_{з1} = \frac{1}{3} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 13,5 \text{ В} = 7,2 \cdot 10^{-19} \text{ (Дж)}.$$

Ответ: $7,2 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Задача 414

При облучении серебряной пластины светом с длиной волны 260 нм появляется фототок. Светом какой длины волны λ надо облучить эту же пластину, чтобы запирающее напряжение было равно 5,7 В?

Решение. Запишем уравнение фотоэффекта для первого и второго случаев:

$$\frac{hc}{\lambda_{\text{кр.}}} = A_{\text{вых.}}, \quad \frac{hc}{\lambda} = A_{\text{вых.}} + eU_{з}.$$

Подставив первое равенство во второе и произведя элементарные преобразования, имеем:

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{\lambda_{\text{кр.}} hc}{hc + \lambda_{\text{кр.}} eU_{з}} = \frac{2,6 \cdot 10^{-7} \cdot 6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 + 2,6 \cdot 10^{-7} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5,7} = \\ &= 1,18 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 118 \text{ (нм)}. \end{aligned}$$

Ответ: 118 нм.

Примеры решения заданий высокого уровня сложности

Алгоритм решения задач

1. Выяснить, в чём проявляется действие света и обусловлено ли это действие квантовыми свойствами света.
2. В зависимости от условий задачи записать уравнение Эйнштейна для фотоэффекта или формулу для энергии, импульса, массы фотона.
3. Решить полученную систему уравнений относительно неизвестных величин.

Задача 415

Чему равна максимальная скорость v_{max} вырываемых электронов, если максимальная длина волны, при которой наблюдается фотоэффект, $\lambda_0 = 5,3 \cdot 10^{-7}$ м?

Дано: $\lambda = 4,5 \cdot 10^{-7}$ м, $\lambda_0 = 5,3 \cdot 10^{-7}$ м, $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг.

Найти: v_{max} .

Решение.

Под действием света электроны вырываются из металла. Это действие обусловлено квантовыми свойствами света. Запишем уравнение Эйнштейна для фотоэффекта (для фотоэлектронов, вырываемых с поверхности металла):

$$h\nu = A + \frac{mv_{max}^2}{2}, \text{ тогда } v_{max} = \sqrt{\frac{2(h\nu - A)}{m}}.$$

Используя условие красной границы фотоэффекта $A = h\nu_0 = h\frac{c}{\lambda_0}$, получим:

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2\left(h\frac{c}{\lambda} - h\frac{c}{\lambda_0}\right)}{m}} = \sqrt{\frac{2hc}{m} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}\right)}.$$

После вычислений получим: $v_{max} = 3,8 \cdot 10^5$ (м/с).

Ответ: $v_{max} = 3,8 \cdot 10^5$ м/с.

Задача 416

Красная граница фотоэффекта для лития $\lambda_0 = 5,3 \cdot 10^{-7}$ м. Какую обратную разность потенциалов U_3 нужно приложить к фотоэлементу, чтобы задержать электроны, испускаемые литием под действием ультрафиолетовых лучей с длиной волны $\lambda = 2,0 \cdot 10^{-7}$ м?

Дано: $\lambda = 2,0 \cdot 10^{-7}$ м, $\lambda_0 = 5,3 \cdot 10^{-7}$ м, $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, $e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ кг.

Найти: U_3 .

Решение.

Благодаря квантовым свойствам электромагнитного излучения наблюдается вырывание электронов с поверхности металла под действием этого излучения.

Запишем уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:

$$h\nu = A + \frac{mv_{max}^2}{2}. \quad (1)$$

Используя условие красной границы $A = h\frac{c}{\lambda_0}$, а также связь максимальной кинетической энергии фотоэлектронов с задерживающей разностью потенциалов, получим $eU_3 = \frac{mv_{max}^2}{2}$.

Преобразуем уравнение (1) к виду $h\frac{c}{\lambda} = h\frac{c}{\lambda_0} + eU_3$, имеем:

$$U_3 = \frac{hc}{e} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right) = \\ = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{-1,6 \cdot 10^{-19}} \left(\frac{1}{2,0 \cdot 10^{-7}} - \frac{1}{5,3 \cdot 10^{-7}} \right) = -4,7 \text{ (В)}.$$

U_3 — это разность потенциалов между анодом и катодом. Знак «минус» означает, что потенциал анода отрицательный по отношению к потенциалу катода.

Ответ: $U_3 = -4,7$ В.

Задача 417

Источник монохроматического электромагнитного излучения мощностью $P = 100$ Вт испускает $N_{\text{ф}} = 5,0 \cdot 10^{20}$ фотонов за время $\Delta t = 1$ с. Найдите длину волны λ этого излучения.

Дано: $P = 100$ Вт, $N_{\text{ф}} = 5,0 \cdot 10^{20}$, $\Delta t = 1$ с.

Найти: λ .

Решение.

В задаче рассматриваются квантовые свойства электромагнитного излучения. С одной стороны, энергия источника излучения $E = P\Delta t$. С другой стороны, эта энергия E равна суммарной энергии фотонов, испускаемых за время Δt , т. е. $E = N_{\text{ф}} \cdot E_{\text{ф}}$, где $E_{\text{ф}}$ — энергия одного фотона.

Следовательно,

$$P\Delta t = N_{\text{ф}} \cdot E_{\text{ф}} = N_{\text{ф}} \cdot h \frac{c}{\lambda},$$

откуда $\lambda = \frac{hcN_{\text{ф}}}{P\Delta t}$. После вычислений получим: $\lambda = 0,99 \cdot 10^{-6}$ (м).

Ответ: $\lambda = 0,99 \cdot 10^{-6}$ м.

Задача 418

Кванты света с энергией $E_{\text{ф}} = 7,9 \cdot 10^{-19}$ Дж вырывают электроны из металла с работой выхода $A = 7,2 \cdot 10^{-19}$ Дж. Найдите минимальный импульс p_{max} , передаваемый поверхности металла при вылете каждого электрона.

Дано: $A = 7,2 \cdot 10^{-19}$ Дж, $E_{\text{ф}} = 7,9 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Найти: p_{max} .

Решение.

Из уравнения Эйнштейна для фотоэффекта $E = A + \frac{mv_{\text{max}}^2}{2}$ вытекает, что

$$v_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2(E - A)}{m}}.$$

Тогда $p_{\text{max}} = mv_{\text{max}} = m \sqrt{\frac{2(E - A)}{m}} = \sqrt{2m(E - A)}$,

$$p_{\text{max}} = 3,6 \cdot 10^{-25} \left(\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}} \right).$$

Ответ: $p_{\max} = 3,6 \cdot 10^{-25} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}.$

Задача 419

Какая доля η энергии фотона израсходована на работу вырывания фотоэлементов, если красная граница фотоэффекта $\lambda_0 = 1,9 \cdot 10^{-7}$ м и кинетическая энергия фотоэлектрона $E_k = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж?

Дано: $\lambda_0 = 1,9 \cdot 10^{-7}$ м, $E_k = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Найти: η .

Решение.

В соответствии с уравнением Эйнштейна для фотоэффекта

$$E_{\phi} = A + E_k,$$

тогда

$$\eta = \frac{A}{E_{\phi}} = \frac{A}{A + E_k} = \frac{1}{1 + \frac{E_k}{A}} = \frac{1}{1 + \frac{E_k \lambda_0}{hc}} = \frac{hc}{hc + E_k \lambda_0} = 0,998.$$

Ответ: $\eta = 0,998.$

17. Физика атома, физика атомного ядра

17.1. Спектральный анализ и его применение

Метод определения качественного и количественного состава вещества по его спектрам называется **спектральным анализом**. Все элементы таблицы Менделеева имеют свои собственные, отличные друг от друга спектры. Сравнивая спектры исследуемых веществ со спектрами отдельных химических элементов, имеющих в специальных каталогах, можно делать качественный анализ. Количественный анализ ведётся путём сравнения интенсивности линий спектров исследуемых элементов с интенсивностью линий эталонных элементов.

17.2. Состав ядра атома

Согласно протонно-нейтронной модели ядра атома оно состоит из частиц двух сортов: протонов и нейтронов. Число протонов в ядре равно числу электронов в оболочке атома, следовательно, число протонов в ядре равно атомному номеру элемента Z в периодической системе Менделеева. Сумму числа протонов Z в ядре и числа нейтронов N называют массовым числом A :

$$A = Z + N.$$

Таким образом, число нейтронов в ядре можно рассчитать следующим образом:

$$N = A - Z.$$

Энергия связи атомных ядер

Под энергией связи понимают ту энергию, которая необходима для полного расщепления ядра на отдельные нуклоны. Энергию связи атомных ядер можно рассчитать по формуле

$$E_{\text{св.}} = \Delta M c^2.$$

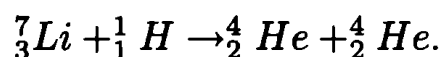
Величину ΔM называют дефектом масс, который определяется по формуле

$$\Delta M = Zm_p + Nm_n - M_{\text{я}},$$

где m_p — масса протона, m_n — масса нейтрона.

17.3. Ядерные реакции

Ядерными реакциями называют изменения атомных ядер при взаимодействии их с элементарными частицами или друг с другом. Первая ядерная реакция на быстрых протонах — расщепление ядра лития на две альфа-частицы:



Радиоактивность. Альфа-, бета- и гамма-излучение

Естественной радиоактивностью называют самопроизвольное превращение ядер одного химического элемента в ядра других химических элементов. Радиоактивный распад сопровождается испусканием альфа-, бета- и гамма-излучения.

Альфа-излучение представляет собой поток ядер гелия, бета-излучение представляет собой поток быстрых электронов, гамма-излучение — это электромагнитное излучение большой проникающей способности.

17.4. Закон радиоактивного распада

Убывание активности радиоактивных веществ с течением времени называют законом радиоактивного распада. Закон радиоактивного распада можно записать в следующем виде:

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}},$$

где N_0 — число радиоактивных ядер в начальный момент времени;

N — число радиоактивных ядер через момент времени t ;

T — период полураспада, т. е. то время, в течение которого распадается половина наличного числа радиоактивных ядер.

17.5. Методы регистрации ионизирующих излучений

Все методы регистрации основаны на ионизирующем действии излучений при взаимодействии их с веществом. Для регистрации ионизирующих излучений используют газоразрядный счётчик Гейгера, камеру Вильсона, пузырьковую камеру и толстослойные фотоэмульсии.

17.6. Деление ядер урана

Делением ядер урана называется распад ядра урана, поглотившего нейтрон, на два осколка с выделением двух-трёх нейтронов. Деление ядер возможно благодаря тому, что масса покоя тяжёлого ядра больше суммы масс покоя осколков, возникающих при делении. При делении одного ядра ${}^{235}_{92}\text{U}$ выделяется энергия около 200 МэВ.

Ядерный реактор

Ядерным реактором называется устройство, в котором осуществляется управляемая реакция деления ядер урана (см. рис. 264 на с. 427).

Основными элементами ядерного реактора являются следующие: ядерное горючее, замедлитель и отражатель нейтронов, теплоноситель для отвода тепла, регуляторы скорости развития цепной реакции деления ядер.

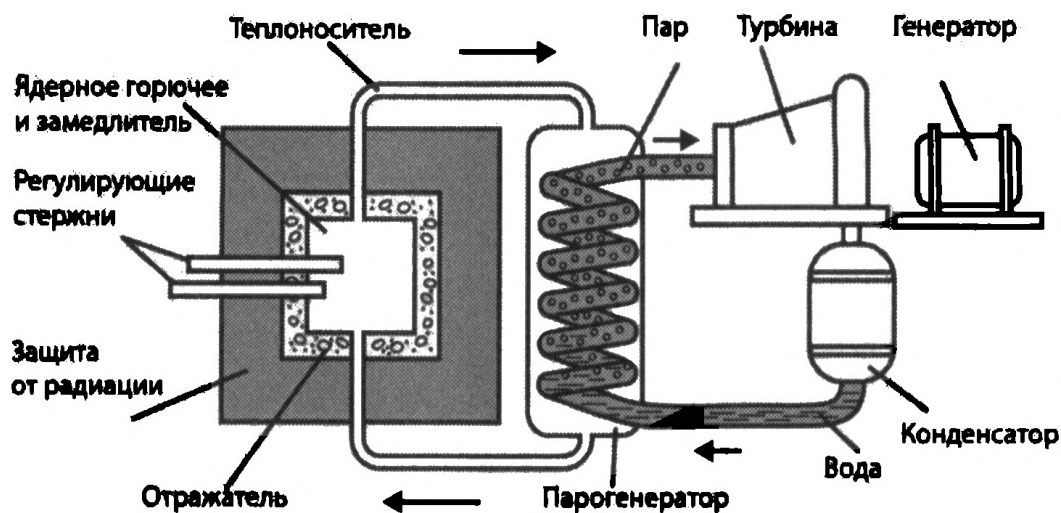
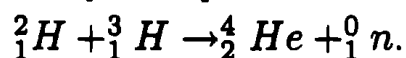


Рис. 264

Термоядерные реакции

Термоядерные реакции — это реакции слияния лёгких ядер при очень высокой температуре. При этом выделяется энергия бóльшая, чем при реакции деления ядер урана. Наиболее перспективной в этом отношении является реакция слияния дейтерия с тритием:



17.7. Поглощённая доза излучения. Биологическое действие радиоактивных излучений

Биологическое действие радиоактивных излучений связано с ионизацией атомов клеток организмов. При большой интенсивности излучения клетки живых организмов могут погибнуть. Сильное влияние облучение оказывает на наследственность.

Поглощённой дозой излучения называют отношение поглощённой энергии E ионизирующего излучения к массе m облучаемого вещества:

$$D = \frac{E}{m}.$$

Поглощённую дозу излучения выражают в *греях* (Гр). 1 Гр равен поглощённой дозе излучения, при которой облучённому веществу массой 1 кг передаётся энергия 1 Дж.

Примеры решения заданий базового уровня сложности

Задача 420

Чему равен заряд ядра ${}^4_2\text{He}$?

Решение. В составе ядра гелия два протона. Его заряд равен двум элементарным зарядам $3,2 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Ответ: $3,2 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Задача 421

Сколько электронов находится в атоме мышьяка ${}^{67}_{33}\text{As}$?

Решение. Атом нейтрален. Число протонов в его ядре и число электронов на орбитах вокруг него одинаково и равно порядковому номеру элемента в таблице Менделеева.

Ответ: 33.

Задача 422

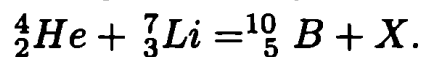
Сколько нуклонов содержится в ядре атома никеля ${}^{59}_{28}\text{Ni}$? Сколько электронов содержит данный атом?

Решение. Количество нуклонов в ядре равно массовому числу (59), а количество электронов равно зарядовому числу (28).

Ответ: 59 нуклонов, 28 электронов.

Задача 423

Укажите, какая частица образуется в результате реакции



Решение. В ядерных реакциях выполняются законы сохранения зарядового и массового числа ${}^4_2\text{He} + {}^7_3\text{Li} = {}^{10}_5\text{B} + {}^M_Z\text{X}$. Из закона сохранения заряда имеем:

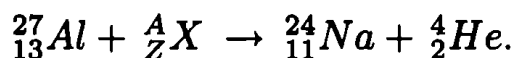
$$\begin{cases} 4 + 7 = 10 + M, \\ 2 + 3 = 5 + Z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M = 1, \\ Z = 0, \end{cases} \quad {}^1_0\text{X}.$$

Следовательно, образуется нейтрон.

Ответ: нейтрон.

Задача 424

Найдите заряд и массовое число неизвестного компонента реакции



Решение. Согласно законам сохранения зарядового и массового чисел,

$$13 + Z = 11 + 2,$$

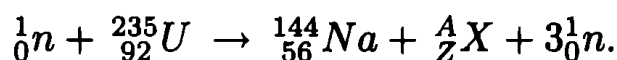
$$27 + A = 24 + 4,$$

откуда $Z = 0$, $A = 1$.

Ответ: $Z = 0$, $A = 1$.

Задача 425

Найдите зарядовое и массовое числа одного из продуктов ядерной реакции



Решение. Согласно законам сохранения массового и зарядового чисел,

$$\begin{cases} 0 + 92 = 56 + Z + 0, \\ 1 + 235 = 144 + A + 3, \end{cases}$$

тогда $Z = 92 - 56 = 36$, $A = 236 - 147 = 89$.

Ответ: $Z = 36$, $A = 89$.

Задача 426

Какое массовое A и зарядовое Z числа будет иметь ядро элемента, получившееся из ядра изотопа ${}_{92}^{238}\text{U}$ после четырёх α -распадов и двух β -распадов?

Решение. Каждый α -распад уменьшает массовое число на 4, а зарядовое число на 2. Каждый β -распад увеличивает зарядовое число на 1.

$$A = 238 - 4 \cdot 4 = 222,$$

$$Z = 92 - 4 \cdot 2 + 2 = 92 - 8 + 2 = 86.$$

Ответ: $A = 222$, $Z = 86$.

Задача 427

На рисунке 265 представлен график зависимости числа нераспавшихся ядер некоторого изотопа от времени. Найдите период полураспада этого изотопа.

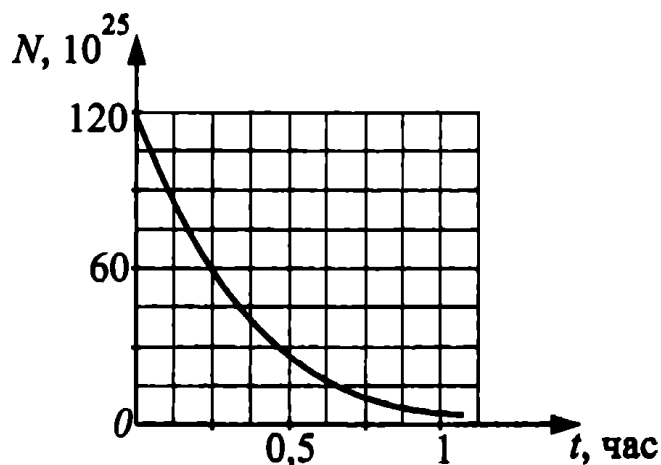


Рис. 265

Решение. За время, равное периоду полураспада, количество ядер уменьшилось в два раза. Из графика на рисунке 265 следует, что период полураспада $T_{1/2} = 0,25$ час = 15 мин.

Ответ: 15 минут.

Задача 428

В начальный момент было 2000 атомных ядер изотопа с периодом полураспада 5 минут. Сколько ядер этого изотопа останется через 15 минут?

Решение. Период полураспада — это время, за которое число нераспавшихся атомов уменьшилось вдвое. Так как процесс распада статистический, то через 15 минут останется около 250 нераспавшихся ядер.

Ответ: 250.

Задача 429

Какая доля радиоактивных атомов распадётся через интервал времени, равный трём периодам полураспада этого вещества?

Решение. Количество нераспавшихся ядер (N) определяется по формуле

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}},$$

где N_0 — начальное число ядер, t — текущее время, T — период полураспада. Тогда доля нераспавшихся ядер определяется формулой

$$\frac{N}{N_0} = 2^{-\frac{t}{T}}.$$

Следовательно, через время, равное трём периодам полураспада, распадётся 12,5 %. Останется нераспавшихся ядер 87,5 %.

Ответ: 87,5 %.

Задача 430

Установите соответствие между видом излучения и его природой. К каждой позиции первого столбца подберите соответствующую позицию из второго столбца и запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

Вид излучения	Природа излучения
А) альфа-излучение	1) поток электронов
Б) бета-излучение	2) электромагнитные волны
	3) ядра атома гелия
	4) ядра атома водорода

Решение. Альфа-излучение — это поток ядер атомов гелия ${}^4_2\text{He}$.

Бета-излучение — это поток электронов.

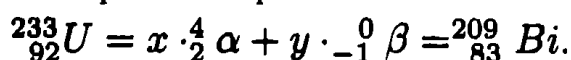
Ответ: 31.

Примеры решения заданий повышенного уровня сложности

Задача 431

Сколько α - и β - частиц испускает ядро ${}^{233}_{92}\text{U}$, превращаясь в ядро висмута ${}^{209}_{83}\text{Bi}$ полностью?

Решение. Запишем реакцию распада:



Напишем закон сохранения массового числа (барионного заряда):

$$233 = x \cdot 4 + y \cdot 0 + 209,$$

откуда следует, что $x = 6$.

Закон сохранения электрического заряда:

$$92 = x \cdot 2 + y \cdot (-1) + 83 = 6 \cdot 2 + 83 - y,$$

откуда следует, что $y = 3$. То есть правильный ответ $x = 6$; $y = 3$.

Ответ: 6α и 3β .

Задача 432

Период полураспада радиоактивного фосфора $^{32}_{15}\text{P}$ равен 14,3 суток. Какая часть изотопов распадется за 8 суток?

Решение. Согласно закону радиоактивного распада, число нераспавшихся ядер

$$N = N_0 2^{-\frac{t}{T^{1/2}}}.$$

Тогда количество распавшихся ядер

$$N_0 - N = N_0 \left(1 - 2^{-\frac{t}{T^{1/2}}}\right),$$

а их доля

$$\frac{N_0 - N}{N_0} = 1 - 2^{-\frac{t}{T^{1/2}}}.$$

Считаем: $\frac{N_0 - N}{N_0} = 1 - 2^{-\frac{8}{14,3}} = 0,32$.

Ответ: 0,32.

Задача 433

На рисунке 266 представлен фрагмент Периодической системы химических элементов.

Li 3 литий 6,94	Be 4 бериллий 9,013	B 5 бор 10,82	C 6 углерод 12,011	N 7 азот 14,008	O 8 кислород 16
--------------------------	------------------------------	------------------------	-----------------------------	--------------------------	--------------------------

Рис. 266

Используя данные таблицы, выберите из предложенного перечня все верные утверждения. Запишите цифры, под которыми они указаны.

- 1) Ядро бора с массовым числом 11 содержит 6 нейтронов.
- 2) Ядро бериллия с массовым числом 10 содержит 4 нейтрона.
- 3) Ядро бора с массовым числом 11 содержит 5 нейтронов.
- 4) Нейтральный атом азота содержит 7 электронов.

5) Ядро углерода содержит 6 протонов.

Решение. Из изображённого на рисунке фрагмента Периодической системы химических элементов, ядро бора с массовым числом 11 содержит 6 нейтронов и 5 протонов, ядро бериллия с массовым числом 10 содержит 5 нейтронов и 4 протона, а ядро углерода содержит 6 протонов и 6 нейтронов. Нейтральный атом азота содержит 16 нуклонов — 7 протонов и 7 нейтронов, следовательно нейтральный атом азота содержит 7 электронов.

Верные утверждения стоят под номерами 1, 4 и 5.

Ответ: 145.

Примеры решения заданий высокого уровня сложности

Алгоритм решения задач

1. Выписать уравнение ядерной реакции.
2. Вспомнить законы сохранения массового числа и электрического заряда при ядерной реакции (альфа-, бета-распадах), вычислить и записать неизвестные значения массового числа и заряда компонентов реакции.
3. При необходимости рассчитать энергетический выход ядерной реакции.

Задача 434

Найдите энергию связи $E_{\text{св.}}$ ядра изотопа лития ${}^7_3\text{Li}$. Масса атома $M_a = 7,01600$ а. е. м., масса атома водорода $m_H = 1,00783$ а. е. м., масса нейтрона $m_n = 1,00867$ а. е. м.

Дано: ${}^7_3\text{Li}$, $M_a = 7,01600$ а. е. м.,

$m_H = 1,00783$ а. е. м., $m_n = 1,00867$ а. е. м.

Найти: $E_{\text{св.}}$.

Решение.

Энергия связи атомного ядра

$$E_{\text{св.}} = [Zm_H + (A - Z)m_n - M_a] \cdot 931,5 \left(\frac{\text{МэВ}}{\text{а. е. м.}} \right).$$

Из символической записи изотопа лития ${}^7_3\text{Li}$ следует, что $A = 7$, $Z = 3$. Следовательно,

$$E_{\text{св.}} = (3m_{\text{H}} + (7 - 3)m_{\text{n}} - M_{\text{a}}) \cdot 931,5 \left(\frac{\text{МэВ}}{\text{а. е. м.}} \right) =$$

$$= [3 \cdot 1,00783 + 4 \cdot 1,00867 - 7,01600] \cdot 931,5 \left(\frac{\text{МэВ}}{\text{а. е. м.}} \right) = 39,3 (\text{МэВ}).$$

Ответ: $E_{\text{св.}} = 39,3 \text{ МэВ}$.

Задача 435

Радиоактивный натрий ${}^{24}_{11}\text{Na}$ распадается, испуская β -частицы. Период полураспада натрия $T = 14,8$ ч. Вычислите количество атомов ΔN , распавшихся в 1,0 мг данного радиоактивного препарата за время $t = 10$ ч.

Дано: ${}^{24}_{11}\text{Na}$, $T = 14,8$ ч, $m = 1,0 \cdot 10^{-6}$ кг, $t = 10$ ч.

Найти: ΔN .

Решение.

Число распавшихся ядер за время t :

$$\Delta N = N_0 - N = N_0 \left(1 - 2^{-\frac{t}{T}} \right),$$

где N_0 — число нераспавшихся ядер в момент времени $t_0 = 0$; N — число нераспавшихся ядер в момент времени t .

Число ядер N_0 (при $t = 0$) равно числу всех атомов, находящихся в 1,0 мг натрия, и равно:

$$N_0 = \frac{m}{\mu} N_{\text{A}},$$

где $N_{\text{A}} = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$ — постоянная Авогадро,
 $\mu = 24 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ — молярная масса натрия.

Откуда:

$$\Delta N = \frac{m}{\mu} N_{\text{A}} \left(1 - 2^{-\frac{t}{T}} \right).$$

После вычислений получим $\Delta N = 9,4 \cdot 10^{18}$.

Ответ: $\Delta N = 9,4 \cdot 10^{18}$.

Задача 436

Запишите уравнение ядерной реакции и определите неизвестный элемент, образующийся при бомбардировке ядер изотопа алюминия ${}_{23}^{27}\text{Al}$ α -частицами, если известно, что один из продуктов реакции — нейтрон.

Дано: ${}_{23}^{27}\text{Al}$, ${}_2^4\text{He}$, ${}_0^1n$.

Найти: ${}_Z^AX$.

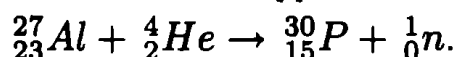
Решение.

Запишем уравнение ядерной реакции: ${}_{23}^{27}\text{Al} + {}_2^4\text{He} \rightarrow {}_Z^AX + {}_0^1n$.

Используя законы сохранения массового числа и электрического заряда при ядерной реакции, имеем:

$$\begin{cases} 27 + 4 = A + 1 \\ 13 + 2 = Z + 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} A = 30 \\ Z = 15 \end{cases}$$

Из таблицы Менделеева находим, что эти данные соответствуют изотопу фосфора ${}_{15}^{30}\text{P}$. Следовательно, вид уравнения ядерной реакции есть



Ответ: ${}_{15}^{30}\text{P}$.

Задача 437

При бомбардировке изотопа азота ${}_{7}^{14}\text{N}$ нейтронами получается изотоп углерода ${}_{6}^{12}\text{C}$. Напишите уравнение реакции и рассчитайте её энергетический выход Q .

Дано: ${}_{7}^{14}\text{N}$, ${}_{6}^{12}\text{C}$, ${}_0^1n$.

Найти: Q .

Решение.

Запишем уравнение ядерной реакции: ${}_{7}^{14}\text{N} + {}_0^1n \rightarrow {}_{6}^{12}\text{C} + {}_Z^AX$.

Используя законы сохранения массового числа и электрического заряда при ядерной реакции, получим: $14 + 1 = 12 + A$, $7 + 0 = 6 + Z$, откуда имеем $A = 3$, $Z = 1$. Из таблицы Менделеева находим, что эти данные соответствуют изотопу водорода ${}_1^3\text{H}$ (тритий). Тогда уравнение ядерной реакции будет выглядеть следующим образом: ${}_{7}^{14}\text{N} + {}_0^1n \rightarrow {}_{6}^{12}\text{C} + {}_1^3\text{H}$.

Из табличных данных берём массы атомов изотопов:

азота ${}_{7}^{14}\text{N}$ $m_{\text{N}} = 14,00307$ а. е. м.; углерода ${}_{6}^{12}\text{C}$ $m_{\text{C}} = 12,00000$ а. е. м.;
водорода ${}_1^3\text{H}$ $m_{\text{H}} = 3,016057$ а. е. м.; нейтрона ${}_0^1n$ $m_{\text{n}} = 1,00867$ а. е. м.

Энергетический выход ядерной реакции:

$$Q = [(m_N + m_n) - (m_C + m_H)] \cdot 931,5 \frac{\text{МэВ}}{\text{а. е. м.}} = [(14,00307 + 1,00867) \text{ а. е. м.} - (12,00000 + 3,01605) \text{ а. е. м.}] \cdot 931,5 \frac{\text{МэВ}}{\text{а. е. м.}} = -4,0 \text{ МэВ.}$$

Так как $Q < 0$, то реакция идёт с поглощением энергии (эндотермическая реакция).

Ответ: $Q = -4,0 \text{ МэВ.}$

Задача 438

Изотоп плутония ${}^{239}_{94}\text{Pu}$ α радиоактивен. Процесс его распада идёт по схеме: ${}^{239}_{94}\text{Pu} \rightarrow {}^{235}_{92}\text{U} + {}^4_2\text{He}$. Определите скорость α -частицы при распаде плутония, если массы атомов, участвующих в реакции, даны.

Дано: $m_{\text{Pu}} = 239,05122 \text{ а. е. м.}$, $m_{\text{U}} = 235,04299 \text{ а. е. м.}$,
 $m_{\text{He}} = 4,00260 \text{ а. е. м.}$, $E_\gamma = 0,09 \text{ МэВ}$, $\varepsilon = 931,5 \frac{\text{МэВ}}{\text{а. е. м.}}$.

Найти: v_α .

Решение.

При этом распаде освобождается энергия, бóльшая часть которой составляет кинетическую энергию α -частиц. Оставшаяся часть энергии остаётся у ядер урана, которые отдают её, испуская γ -излучение.

Из условия задачи можно найти изменение массы при распаде изотопа плутония:

$$\Delta m = m_{\text{Pu}} - (m_{\text{U}} + m_{\text{He}}) = 239,05122 \text{ а. е. м.} - (235,04299 \text{ а. е. м.} + 4,00260 \text{ а. е. м.}) = 0,00563 \text{ а. е. м.}$$

Освобождающаяся при этом энергия определяется из соотношения

$$\Delta E = \varepsilon \cdot \Delta m = 0,00563 \text{ а. е. м.} \cdot 931,5 \frac{\text{МэВ}}{\text{а. е. м.}} = 5,24 \text{ МэВ.}$$

Вычитая из ΔE энергию, уносимую γ -излучением, получим кинетическую энергию α -частиц:

$$E_\alpha = 5,24 \text{ МэВ} - 0,09 \text{ МэВ} = 5,15 \text{ МэВ} = 5,15 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж.}$$

Из формулы кинетической энергии $E_\alpha = \frac{m_\alpha \cdot v_\alpha^2}{2}$ находим скорость α -частиц:

$$v_\alpha = \sqrt{\frac{2E_\alpha}{m_\alpha}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5,15 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{6,64 \cdot 10^{-27}}} = 1,58 \cdot 10^7 \text{ (м/с)}.$$

Ответ: $v_\alpha = 1,58 \cdot 10^7 \text{ м/с}$.

§ 6. Астрофизика

18. Солнечная система

18.1. Законы движения планет Солнечной системы

Движение планет Солнечной системы подчиняется законам Кеплера.

Первый закон Кеплера

Каждая планета Солнечной системы обращается по эллипсу, в одном из фокусов которого находится Солнце.

Ближайшая точка к Солнцу получила название *перигелий*, а максимально удалённая от Солнца — *афелий*.

Второй закон Кеплера

Каждая планета движется в плоскости, проходящей через центр Солнца, причём за равные промежутки времени радиус-вектор, соединяющий Солнце и планету, описывает равные площади.

Третий закон Кеплера

Квадраты периодов обращения планет вокруг Солнца относятся как кубы больших полуосей орбит планет:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3},$$

где T_1 и T_2 — периоды обращения двух планет, a_1 и a_2 — большие полуоси их орбит.

18.2. Общие характеристики планет Солнечной системы

Солнечная система включает в себя центральную звезду (Солнце) и все естественные космические объекты, обращающиеся вокруг неё. Она сформировалась путём гравитационного сжатия газопылевого облака примерно 4,57 млрд лет назад.

Общая масса Солнечной системы составляет около $2 \cdot 10^{30}$ кг, из которых на долю Солнца приходится 99,87 %. Крупнейшие (после Солнца)

объекты нашей системы — восемь планет, движущихся по эллиптическим орбитам вокруг Солнца. Благодаря тому, что масса Солнца во много раз превышает массу всех планет, оно своим сильным гравитационным полем удерживает их вокруг себя. Кроме восьми планет и их спутников, вокруг звезды обращаются карликовые планеты, тысячи малых планет (астероидов), кометы и частички пыли. Поверхность Солнца нагрета до температуры около 6000 К. Солнце излучает собственный свет, а планеты и спутники им освещаются и светят отражённым светом.

Большинство крупных объектов, обращающихся вокруг Солнца, движутся практически в одной плоскости, называемой **плоскостью эклиптики**.

Основные характеристики планет Солнечной системы

Планета	Диаметр, в диаметрах Земли	Масса, в массах Земли	Радиус орбиты, а. е.	Период обращения, земных лет	Количество спутников
Меркурий	0,382	0,055	0,38	0,241	0
Венера	0,949	0,815	0,72	0,615	0
Земля	1,0	1,0	1,0	1,0	1
Марс	0,53	0,107	1,52	1,88	2
Юпитер	11,2	318	5,20	11,86	69
Сатурн	9,41	95	9,54	29,46	62
Уран	3,98	14,6	19,22	84,01	27
Нептун	3,81	17,2	30,06	164,79	14

18.3. Планеты земной группы

Четыре ближайшие к Солнцу планеты — Меркурий, Венера, Земля и Марс — называются **планетами земной группы**. Они обладают высокой плотностью и состоят преимущественно из силикатов и металлического железа.

Две планеты из земной группы — Земля и Марс — имеют спутники. Ни одна из них (в отличие от всех планет-гигантов) не имеет колец. У всех четырёх планет есть атмосфера. Самой плотной атмосферой обладает Венера, на втором месте — Земля, у Марса атмосфера ещё слабее, и почти

совсем незаметна она у Меркурия (в 10 000 раз слабее земной). Гидросферу имеет только Земля. Венера, в отличие от трёх других планет, вращается в направлении, обратном её движению вокруг Солнца. Из всех планет Солнечной системы самое большое отклонение орбиты от плоскости эклиптики имеет орбита Меркурия — 7° . У всех планет земной группы есть магнитные поля: почти незаметное у Венеры, ощутимое у Земли, Меркурий и Марс обладают магнитными полями средней напряжённости.

18.4. Газовые гиганты

Четыре более удалённые от Солнца планеты — Юпитер, Сатурн, Уран и Нептун — намного более массивны, чем планеты земной группы, и называются **газовыми гигантами**. В отличие от каменных планет земной группы, все они являются газовыми планетами, обладают значительно большими размерами и массами (вследствие чего давление в их недрах значительно выше), более низкой средней плотностью, мощными атмосферами, быстрым вращением, а также кольцами и большим количеством спутников. Почти все эти характеристики убывают от Юпитера к Нептуну. Крупнейшие планеты Солнечной системы, Юпитер и Сатурн, состоят главным образом из водорода и гелия; меньшие газовые гиганты, Уран и Нептун, помимо водорода и гелия, содержат в составе своих атмосфер метан и угарный газ.

18.5. Другие объекты Солнечной системы

До недавнего времени считалось, что в Солнечной системе 9 планет, но 24 августа 2006 г. Плутон был лишён «звания» планеты и стал называться **карликовой планетой**. За последние 10 лет в этот класс объектов Солнечной системы были включены ещё четыре — Эрида, Хаумея, Макемаке и Церера. Характерным отличием карликовых планет от обычных является то, что они не обладают достаточной массой для того, чтобы своим воздействием удалить другие малые тела с орбит, похожих на собственную.

В Солнечной системе существуют две области, заполненные малыми телами. **Пояс астероидов**, находящийся между Марсом и Юпитером

(то есть он разделяет планеты земной группы и газовые гиганты), схож по составу с планетами земной группы, поскольку состоит из силикатов и металлов. Крупнейшими объектами пояса астероидов являются карликовая планета Церера и астероиды Паллада, Веста и Гигея. Всего в поясе астероидов обнаружено более 100 тыс. объектов, общая масса которых составляет не более 0,1 % массы Земли.

За орбитой Нептуна располагаются объекты, состоящие из замёрзшей воды, аммиака и метана, крупнейшими из которых являются Плутон, Седна, Хаумеа, Макемаке, Кварвар, Орк и Эрида. Область Солнечной системы от орбиты Нептуна (30 а. е. от Солнца) до расстояния около 55 а. е. от Солнца называется **поясом Койпера**.

Шесть планет из восьми и четыре карликовые планеты имеют естественные **спутники**. Крупные спутники (например, Луна у Земли) имеют шарообразную форму, а мелкие — неправильную форму, свойственную астероидам.

Многие **кометы** также являются частью Солнечной системы — под действием притяжения Солнца они вращаются вокруг него по вытянутым эллиптическим орбитам. Вдали от Солнца комета малозаметна, но по мере приближения к звезде, за счёт таяния и испарения льда, входящего в её состав, у неё появляется и постепенно увеличивается хвост, направленный в противоположную от Солнца сторону.

19. Звёзды

19.1. Классификация звёзд

Звезда — массивный газовый шар, излучающий свет и удерживаемый в состоянии равновесия силами собственной гравитации и внутренним давлением. Внутри звёзд происходят (или происходили ранее) реакции термоядерного синтеза.

Звёзды образуются из газовой-пылевой среды (главным образом из водорода и гелия) в результате гравитационного сжатия. Температура вещества в недрах звёзд измеряется миллионами кельвинов, а на их поверхно-

сти — тысячами кельвинов. Например, температура на поверхности Солнца равна примерно 6000 К.

Светимостью звезды называется энергия, излучаемая звездой за 1 с со всей её поверхности. Для Солнца эта величина равна $L = 4 \cdot 10^{26}$ Вт.

По температуре, цвету и виду спектра все звёзды можно разделить на **спектральные классы**, которые обозначили буквами О, В, А, F, G, К, М.

Класс	Температура, К	Цвет	Примеры
О	30 000—60 000	Голубой	Кси Персея
В	10 000—30 000	Бело-голубой	Ригель
А	7500—10 000	Белый	Сириус
F	6000—7500	Жёлто-белый	Процион
G	5000—6000	Жёлтый	Солнце
K	3500—5000	Оранжевый	Альдебаран
M	2000—3500	Красный	Бетельгейзе

В зависимости от спектрального класса, светимости и температуры поверхности (диаграмма Герцшпрунга — Рассела, см. рис. 267 на с. 443) звёзды делятся на несколько основных групп.

Главная последовательность. К этой группе относится большинство звёзд (порядка 90 %), в том числе и Солнце. Плотности звёзд этой группы сравнимы с солнечной плотностью. Положение звезды на главной последовательности определяется её массой и в малой степени химическим составом.

Красные гиганты. К этой группе в основном относятся звёзды красного цвета с радиусами, в десятки раз превышающими солнечный.

Сверхгиганты. Это звёзды со светимостями в десятки и сотни тысяч раз превышающими солнечную. Радиусы этих звёзд превышают радиус Солнца в сотни раз.

Белые карлики. Эта группа звёзд в основном белого цвета со светимостями в сотни и тысячи раз меньше солнечной. По размерам они сравнимы с размерами Земли, но их массы близки к массе Солнца.

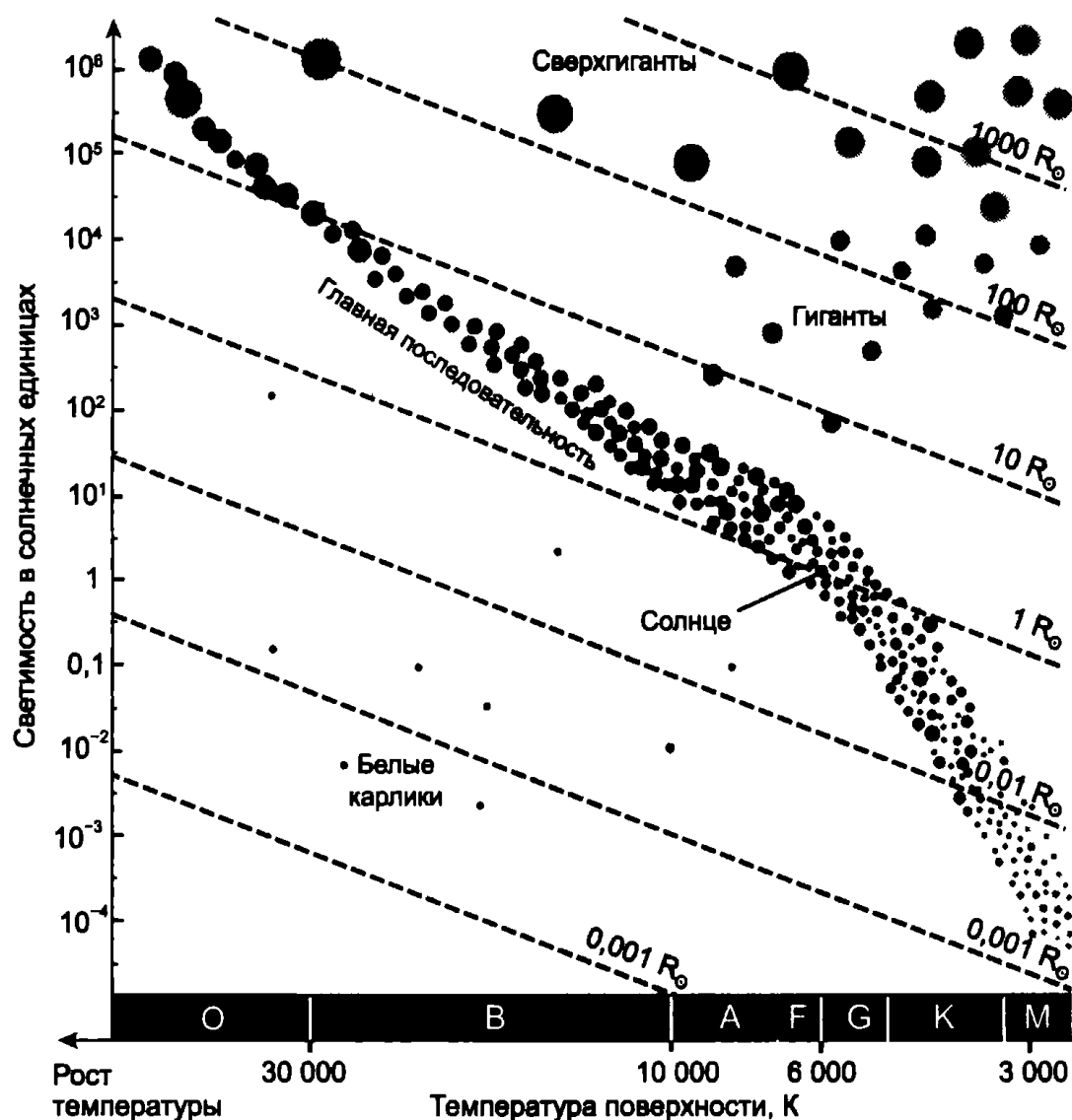


Рис. 267

19.2. Происхождение и эволюция Солнца и звёзд

Звезда начинает свою жизнь как холодное разреженное облако межзвёздного газа, сжимающееся под действием гравитационных сил и постепенно принимающее форму шара. При сжатии энергия гравитационного поля переходит в тепло и температура объекта возрастает. На этой стадии развития такое облако называется протозвездой. Когда температура в центре достигает 15–20 млн К, начинаются термоядерные реакции и сжатие прекращается. Объект становится полноценной звездой. В таком состоянии звезда пребывает большую часть своей жизни, находясь на главной последовательности диаграммы Герцшпрунга — Рассела, пока не закончатся запасы топлива в её ядре. Когда в центре звезды весь водород

превратится в гелий, термоядерное горение водорода продолжается на периферии гелиевого ядра. В этот период структура звезды начинает заметно меняться. Её светимость растёт, внешние слои расширяются, а внутренние, наоборот, сжимаются. И некоторое время яркость звезды тоже снижается. Температура поверхности снижается, звезда раздувается — она становится красным гигантом или сверхгигантом, в зависимости от массы. На ветви гигантов звезда проводит значительно меньше времени, чем на главной последовательности.

Если звезда имела небольшую массу, то её раздувшаяся оболочка образует планетарную туманность. После окончательного рассеяния оболочки от звезды остаётся только горячее ядро — белый карлик.

Если звезда имела большую массу, то она эволюционирует быстрее и в конце своей жизни может взорваться сверхновой звездой, а её ядро — резко сжаться и превратиться в нейтронную звезду или даже в чёрную дыру. Сброшенная оболочка, обогащённая гелием и другими тяжёлыми элементами, образовавшимися в недрах звезды, рассеивается в пространстве и служит материалом для формирования новых звёзд.

20. Галактики

20.1. Строение галактик

Галактиками называются гравитационно-связанные системы из звёзд, звёздных скоплений, межзвёздного газа и пыли, тёмной материи, планет. Все объекты в составе галактики участвуют в движении относительно общего центра масс.

Солнечная система входит в состав галактики, которая называется «наша Галактика» или просто «Галактика» с прописной буквы. Также часто её называют «галактика Млечный Путь». Она представляет собой плоскую систему, имеющую спиральную структуру (см. рис. 268 на с. 445), и содержит в себе от 200 до 400 миллиардов звёзд, среднее расстояние между которыми около 5 св. лет. Наша Галактика вращается, совершая

один оборот почти за 200 млн лет. В её центре, в небольшой области, сравнимой по размерам с Солнечной системой, сосредоточена масса, превышающая массу Солнца в 2 млн раз. Это может служить доказательством существования в центре нашей Галактики чёрной дыры.

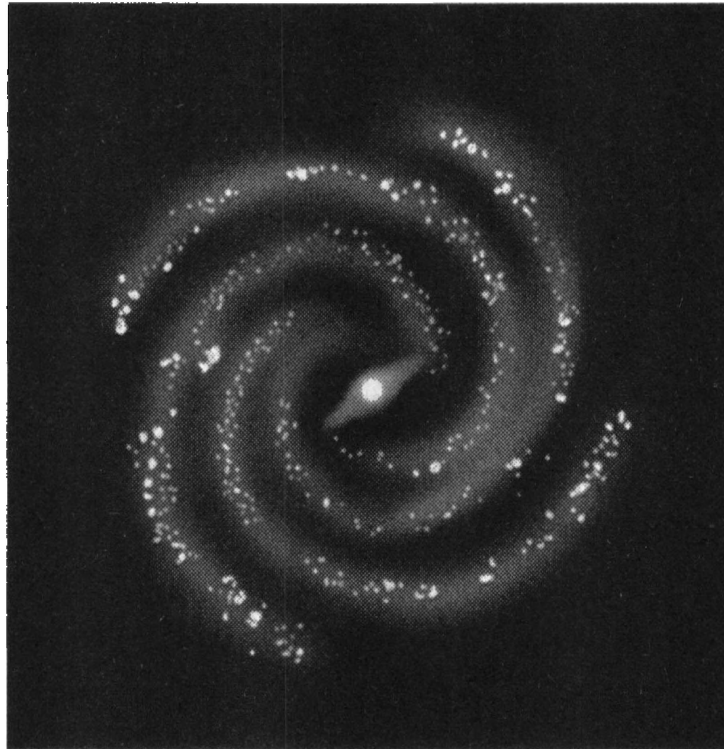


Рис. 268

В структуре нашей Галактики выделяют ядро и окружающие его две системы звёзд: дискообразную и почти сферическую галактическую корону (гало). На рисунке 269 схематически изображено строение нашей Галактики (вид «сверху» на рис. 269а и вид «с ребра» на рис. 269б).

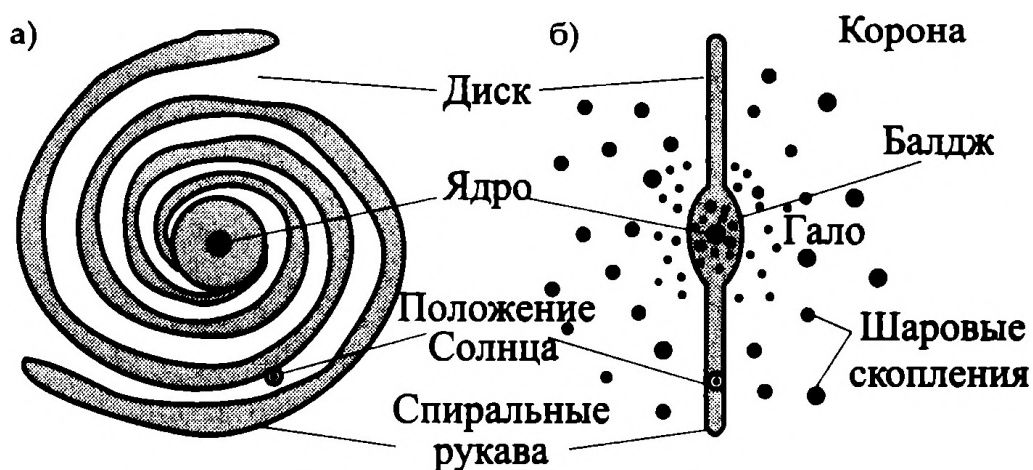


Рис. 269

Наша Галактика является спиральной галактикой с перемычкой (баром), из концов которого в 13 000 световых лет от центра Галактики начинают закручиваться спиральные рукава, расположенные в плоскости диска. Диск погружён в гало сферической формы, а вокруг него располагается сферическая корона. В средней части Галактики находится утолщение, которое называется балджем, составляющее около 25 000 световых лет в поперечнике. Для центральных участков характерна сильная концентрация звёзд: в каждом кубическом парсеке вблизи центра их содержатся многие тысячи.

Солнечная система находится на расстоянии примерно 28 000 световых лет от галактического центра, вблизи плоскости Галактики, на внутреннем крае рукава, носящего название рукав Ориона. Солнце вращается вокруг центра Галактики со скоростью 220–240 км/с, делая один оборот примерно за 200 млн лет. Эта скорость вращения почти совпадает со скоростью волны уплотнения, образующей спиральный рукав.

Большинство звёзд нашей Галактики мы видим на ночном небе в полосе Млечного Пути, но ими она не исчерпывается. Видимая с Земли картина Млечного Пути — неярко светящаяся диффузная белёсая полоса, пересекающая звёздное небо почти по большому кругу, — следствие перспективы при наблюдении изнутри огромного, сильно сплюснутого скопления звёзд нашей Галактики наблюдателем, находящимся вблизи плоскости симметрии этого скопления. Яркость Млечного Пути в различных местах неравномерна.

Наша Галактика вместе с туманностью Андромеды, галактикой Треугольника и более чем 40 карликовыми галактиками-спутниками — своими и Андромеды — образуют Местную группу галактик, которая входит в Местное сверхскопление (Сверхскопление Девы).

20.2. Типы галактик

Большинство галактик можно объединить в несколько типов:

— **эллиптические** галактики имеют вид кругов или эллипсов, и их яркость плавно уменьшается от центра к периферии. Они не вращаются, в них мало газа и пыли;

— **спиральные** галактики состоят из ядра и нескольких спиральных рукавов, или ветвей. Эти галактики вращаются, в них много газа, пыли и молодых горячих звёзд спектральных классов О и В;

— **неправильные** галактики не имеют чётко выраженного ядра и вращательной симметрии.

Спиральные галактики бывают двух подтипов: нормальные спиральные галактики (спиральные рукава начинаются непосредственно из центральной области) и спиральные галактики с перемычкой (рукава выходят не из ядра, а связаны с перемычкой, проходящей через центр галактики).

Систематические исследования распределения галактик показали, что, кроме отдельных галактик, наблюдаются скопления галактик. Такие галактики связаны общим тяготением и движутся вокруг общего центра масс.

20.3. Закон Хаббла

Для изучения физических свойств галактик астрофизики используют методы спектрального анализа. Наблюдения показали, что линии в спектрах всех известных галактик смещены к красному спектру. Этот сдвиг вызван удалением исследуемой галактики со скоростью v от наблюдателя. При этом справедлив **закон Хаббла**:

скорости удаления галактик возрастают прямо пропорционально расстоянию до них:

$$v = Hr,$$

где $H = 69 \text{ км}/(\text{с} \cdot \text{Мпк})$ — постоянная Хаббла, v — скорость удаления галактики, r — расстояние до неё.

Наблюдаемое разбегание галактик объясняется расширением Вселенной. Радиус Вселенной можно оценить с помощью закона Хаббла. Так как максимальная скорость не может превышать скорость света c , то максимальное расстояние R :

$$R = \frac{c}{H} = 4 \cdot 10^3 \text{ Мпк} = 1,3 \cdot 10^{10} \text{ св. лет} = 1,24 \cdot 10^{26} \text{ м.}$$

С помощью закона Хаббла можно оценить и примерный «возраст» Вселенной — $t = 13 \cdot 10^9 \text{ лет}$.

Обнаружение реликтового излучения доказало, что на ранних этапах эволюции Вселенной температура её вещества была очень высокой.

Примеры решения заданий базового уровня сложности

Задача 439

Найдите, к какому спектральному классу относится Солнце, если температура на его поверхности примерно равна 5778 К.

Решение. Звёзды с температурами, лежащими в диапазоне от 5000 К до 6000 К, соответствуют спектральному классу G.

Ответ: G.

Задача 440

Средний радиус планеты Меркурий 2400 км, а ускорение свободного падения на планете 3,8 м/с². Найдите массу Меркурия.

Решение. Ускорение свободного падения на любой планете можно найти по формуле

$$g = \frac{G \cdot M}{R^2}.$$

Отсюда масса планеты

$$M = \frac{gR^2}{G} = \frac{3,8 \cdot (24 \cdot 10^5)^2}{6,67 \cdot 10^{-11}} = 328 \cdot 10^{21} \text{ (кг)}.$$

Ответ: 328 · 10²¹ кг.

Задача 441

Найдите среднюю плотность планеты Венера, если её масса равна 4,87 · 10²⁴ кг, а радиус — 6052 км.

Решение. Средняя плотность планеты прямо пропорциональна её массе M и обратно пропорциональна объёму

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3.$$

$$\rho = \frac{3M}{4\pi R^3},$$

$$\rho = \frac{3 \cdot 4,87 \cdot 10^{24}}{4 \cdot 3,14(6052 \cdot 10^3)^3} = 5250 \text{ (кг/м}^3\text{)}.$$

Ответ: 5250 кг/м³.

Задача 442

Найдите ускорение свободного падения на поверхности Марса, если его масса примерно в 10 раз меньше массы Земли, а радиус в 1,9 раза меньше радиуса Земли.

Решение. Ускорение свободного падения на любой планете можно найти по формуле

$$g = \frac{G \cdot M}{R^2}.$$

Из условия задачи известно, что $R_3 = 1,9 \cdot R_M$, $M_3 = 10 \cdot M_M$.

Следовательно,

$$\frac{g_M}{g_3} = \frac{G \cdot M_M}{R_M^2} \cdot \frac{R_3^2}{G \cdot M_3} = \frac{1,9^2}{10} = 0,361,$$

$$g_M = 0,361 \cdot g_3 = 3,61 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

Ответ: 3,61 м/с².

Задача 443

Найдите отношение средних плотностей Юпитера и Урана. Известно, что масса Юпитера в 318 раз больше массы Земли, а масса Урана в 14,5 больше массы Земли. Диаметр Юпитера в 11,2 раза больше земного, а диаметр Урана больше земного в 4 раза.

Решение. Из условия задачи следует, что $M_{Ю} = 318M_3$, $M_{У} = 14,5M_3$, $D_{Ю} = 11,2D_3$, $D_{У} = 4D_3$.

Средняя плотность планеты прямо пропорциональна её массе и обратно пропорциональна диаметру в кубе. Соответственно, отношение плотностей Юпитера и Урана:

$$\frac{\rho_{Ю}}{\rho_{У}} = \frac{M_{Ю} \cdot D_{У}^3}{D_{Ю}^3 \cdot M_{У}} = \frac{318 \cdot M_3 \cdot (4 \cdot D_3)^3}{(11,2 \cdot D_3)^3 \cdot 14,5 \cdot M_3} = \frac{318 \cdot 4^3}{11,2^3 \cdot 14,5} = 1.$$

Ответ: 1.

Примеры решения заданий повышенного уровня сложности

Задача 444

Рассмотрите таблицу, содержащую сведения о планетах земной группы Солнечной системы.

Параметры	Планеты			
	Меркурий	Венера	Земля	Марс
Среднее расстояние от Солнца, а. е.	0,4	0,7	1,0	1,5
Радиус, км	2439	6052	6378	3378
Масса относительно массы Земли	0,06	0,82	1	0,107
Период вращения	59 сут.	243 сут.	24 ч	24,6 ч
Период обращения вокруг Солнца, годы	0,24	0,62	1,00	1,88

Выберите все верные утверждения, которые соответствуют характеристикам планет, и укажите их номера.

- 1) Третья планета от Солнца — Земля.
- 2) Земля — самая крупная планета из планет земной группы.
- 3) Период вращения Меркурия в 59 раз превышает период вращения Земли.
- 4) Чем ближе планета располагается к Солнцу, тем большее её период обращения.
- 5) Наименьшей средней плотностью обладает Земля.

Решение. Анализируя табличные данные, видим, что ближе всего к Солнцу располагается Меркурий, потом идёт Венера, Земля — третья, а дальше всего Марс. Сравнивая периоды вращения планет, делаем вывод, что период вращения Меркурия в 59 раз больше, чем период вращения Земли (учли, что $24 \text{ ч} = 1 \text{ сут.}$) Из данных, представленных в таблице, следует, что Земля — это самая крупная планета из планет земной группы.

Ответ: 123.

Задача 445

Рассмотрите таблицу, содержащую сведения о звёздах.

Наименование звезды	Температура поверхности, К	Масса (в массах Солнца)	Радиус (в радиусах Солнца)	Светимость (в светимостях Солнца)
Беллатрикс	22 000	8,4	6	6400
Бетельгейзе	3100	20	900	90 000
Гакрукс	3400	3	113	1500
Вега	10 600	3	3	40
Капелла	5200	2,6	10	78
Кастор	10 400	2	2	20
Сириус А	9900	2	1,7	25
Сириус В	25 000	1	0,0084	0,026

Выберите все верные утверждения, которые соответствуют характеристикам звёзд, и укажите их номера.

- 1) Несмотря на то, что температуры поверхности звёзд Вега и Кастор почти одинаковы, светимость Веги в два раза больше, чем Кастора.
- 2) Так как массы звёзд Вега и Гакрукс равны, то и возраст этих звёзд примерно одинаков.
- 3) Температура поверхности и радиус звезды Кастор говорят о том, что эта звезда относится к спектральному классу G.
- 4) Температура на поверхности звезды Бетельгейзе примерно в 2 раза ниже, чем на поверхности Солнца.
- 5) Звезда Сириус В относится к белым карликам.

Решение. Рассмотрим каждое из утверждений по отдельности.

1) Из таблицы следует, что светимость Веги в два раза больше светимости Кастора, а температуры поверхности почти равны. Первое утверждение верно.

2) Нет прямой зависимости между массой звезды и её возрастом, т. е. возраст одинаковых по массе звёзд может быть различным. Второе утверждение ложное.

3) Температура поверхности Кастора — 10 400 К, а к спектральному классу G относятся звёзды с температурами 5000–6000 К. Третье утверждение ложное.

4) Температура поверхности Бетельгейзе — 3100 К, а температура Солнца примерно 6000 К. Четвёртое утверждение верно.

5) Звезда Сириус В характеризуется большой температурой, но маленькими радиусами и светимостью. Это соответствует белым карликам. Пятое утверждение верно.

Ответ: 145.

Задача 446

Рассмотрите таблицу, содержащую сведения о звёздах.

Наименование звезды	Температура поверхности, К	Масса (в массах Солнца)	Радиус (в радиусах Солнца)	Светимость (в светимостях Солнца)
Альтаир	8000	1,7	1,7	10
Антарес	4000	10	880	57 500
Бетельгейзе	3100	20	900	90 000
Гакрукс	3400	3	113	1500
Полярная	7000	6	30	2200
Ригель	11 000	18	75	126 000
Сириус А	9900	2	1,7	25
Сириус В	25 000	1	0,0084	0,026

Выберите все верные утверждения, которые соответствуют характеристикам звёзд, и укажите их номера.

- 1) Температура поверхности Антареса в 2 раза выше, чем температура поверхности Солнца.
- 2) Температура поверхности и светимость звезды Сириус В свидетельствуют о том, что она относится к белым карликам.
- 3) Температура поверхности и светимость звезды Сириус А свидетельствуют о том, что она является красным гигантом.
- 4) Плотности вещества звёзд Антарес и Ригель примерно равны.

- 5) Температура поверхности и радиус звезды Альтаир говорят о том, что эта звезда относится к белым звёздам спектрального класса А.

Решение. Рассмотрим каждое из утверждений по отдельности.

1. Температура на поверхности Солнца примерно 6000 К, а из таблицы видно, что температура Антареса — 4000 К. Следовательно, первое утверждение ошибочно.

2. Светимость, температура и размеры звезды Сириус В свидетельствуют о том, что эта звезда находится в нижнем левом углу диаграммы Герцшпрунга — Рассела и является белым карликом. Утверждение 2 верно.

3. Звезда Сириус А имеет небольшую светимость и размеры, сравнимые с размером Солнца. Из этого следует, что она относится к главной последовательности звёзд. Следовательно, третье утверждение ошибочно.

4. Средняя плотность равна отношению массы звезды к её объёму:

$$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}.$$

$$\frac{\rho_a}{\rho_p} = \frac{M_a}{R_a^3} \cdot \frac{R_p^3}{M_p} = \frac{10 \cdot 75^3}{880^3 \cdot 18} \approx 10^{-4}.$$

Следовательно, плотности звёзд Антарес и Ригель различаются более чем в 1000 раз. Утверждение 4 ошибочно.

Этот вывод можно было сделать и без вычислений, просто учтя, что масса Антареса меньше массы Ригеля, а радиус при этом в 10 раз больше. Следовательно, плотности этих звёзд различаются во много раз.

5. По таблице с характеристиками спектральных классов видно, что температура 8000 К соответствует белым звёздам и спектральному классу А. Утверждение 5 верно.

Ответ: 25.

Задача 447

Рассмотрите таблицу, содержащую сведения о естественных спутниках планет Солнечной системы.

Наименование спутника	Название соотв. планеты	Период обращения (в сутках)	Радиус (в км)	Радиус орбиты (в км)
Луна	Земля	27	1738	384
Ио	Юпитер	1,8	1815	422
Ганимед	Юпитер	7,1	2631	1070
Европа	Юпитер	3,5	1569	671
Титан	Сатурн	16	2575	1222
Рея	Сатурн	4,5	760	527
Япет	Сатурн	79	718	3561
Титания	Уран	8,7	395	436
Оберон	Уран	13,5	380	583

Выберите все верные утверждения, которые соответствуют характеристикам спутников, и укажите их номера.

- 1) Самая большая угловая скорость вращения у Ио.
- 2) Среди спутников Юпитера Ганимед и Ио вращаются по близким орбитам.
- 3) За время двух оборотов Оберона вокруг Урана Титания успеет совершить три оборота вокруг планеты.
- 4) Из спутников Юпитера самый маленький — Европа.
- 5) Частота обращения Япета вокруг Сатурна больше, чем у Титана.

Решение. Рассмотрим каждое из утверждений по отдельности.

1. Угловая скорость обратно пропорциональна периоду вращения. Следовательно, самая большая угловая скорость соответствует наименьшему периоду обращения. Это соответствует спутнику Ио. Утверждение 1 верно.

2. Из таблицы видно, что орбита Ио расположена гораздо ближе к Юпитеру, чем орбита Ганимеда. Второе утверждение ошибочно.

3. Период обращения Титании — $T_1 = 8,7$ сут.

Период обращения Оберона — $T_2 = 13,5$ сут.

Отсюда $2 \cdot T_2 > 3 \cdot T_1$. Следовательно, третье утверждение правильное.

4. Самый маленький спутник имеет наименьший радиус. Из таблицы следует, что для Юпитера это спутник Европа. Утверждение 4 верно.

5. Частота обращения обратно пропорциональна периоду. Период обращения вокруг Сатурна у Япета больше, чем у Титана. Следовательно, частота его вращения меньше. Утверждение 5 ошибочно.

Ответ: 134.

Задача 448

На рисунке 270 схематически изображено строение нашей Галактики (вид сверху). Из приведённых утверждений выберите все верные. Укажите их номера.

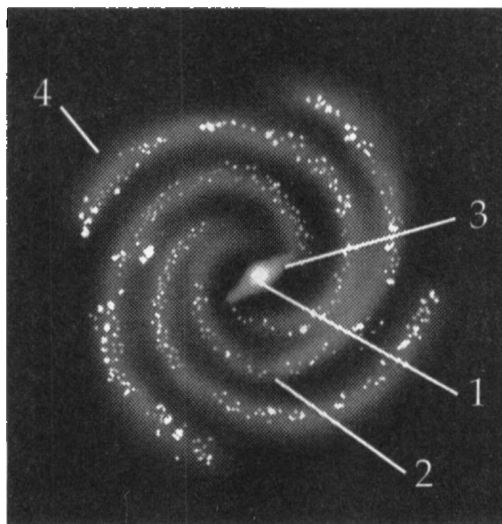


Рис. 270

- 1) Цифрой 1 на рисунке отмечено ядро Галактики.
- 2) Цифрой 1 на рисунке отмечено Солнце.
- 3) Цифрой 4 на рисунке отмечено гало.
- 4) Цифрой 2 на рисунке отмечена Солнечная система.
- 5) Цифрой 3 на рисунке отмечены спиральные рукава.

Решение. Зная, что наша Галактика — спиральная галактика с перемычкой, и сравнив фотографию 270 со схематическим рисунком 269 (см. с. 445), можно сделать вывод о том, что цифрой 1 в задании отмечено ядро Галактики, 2 — положение Солнца и Солнечной системы, 3 — галактическая перемычка, 4 — спиральные рукава.

Следовательно, правильные утверждения стоят под номерами 1 и 4.

Ответ: 14.

Алфавитный указатель терминов

Вес — 42

Влажность воздуха — 230

Волна электромагнитная — 347

Галактика — 444

Давление — 76

Давление атмосферное — 78

Давление гидростатическое — 77

Движение броуновское — 164

Движение равномерное — 22

Движение равноускоренное — 23

Движение механическое — 21

Движение под углом к горизонту — 26

Движение по окружности — 27

Динамика — 39

Дисперсия — 393

Диффузия — 166

Дифракция — 393

Дифракционная решётка — 393

Диэлектрики — 246

Длина волны — 152

Закон всемирного тяготения — 41

Закон Авогадро — 168

Закон Ампера — 316

Закон Архимеда — 78

Закон Бойля — Мариотта — 169

Закон Гей-Люссака — 169

Закон Гука — 42

Закон Джоуля – Ленца — 278
Закон Кулона — 242
Закон Ньютона первый — 39
Закон Ньютона второй — 41
Закон Ньютона третий — 41
Закон Ома для участка цепи — 275
Закон Ома для полной цепи — 278
Закон Ома для переменного тока — 345
Закон Паскаля — 77
Закон радиоактивного распада — 426
Закон сообщающихся сосудов — 77
Закон сохранения импульса — 107
Закон сохранения энергии — 109
Закон сохранения электрического заряда — 242
Закон термодинамики первый — 190
Закон термодинамики второй — 191
Закон Фарадея — 279
Закон Хаббла — 447
Закон Шарля — 170
Закон электромагнитной индукции Фарадея — 318
Законы Кеплера — 438
Законы отражения — 361
Законы преломления — 362
Звезда — 441
Зеркало — 362

Идеальный газ — 167
Импульс — 106
Инерция — 39
Индуктивность — 318
Индукция магнитного поля — 315
Индукция электромагнитная — 318

Интерференция — 393

Кинематика — 21

Кванты света — 413

Колебания — 150

Колебания вынужденные — 152

Количество теплоты — 190, 210

Контур колебательный — 344

КПД теплового двигателя — 192

Линза — 363

Масса — 39

Маятник математический — 151

Маятник пружинный — 151

Момент силы — 76

Мощность — 108

Мощность тока — 278

Невесомость — 42

Напряжение — 245

Напряжённость электрического поля — 243

Отражение полное — 363

Пар насыщенный — 230

Перемещение — 21, 23

Период обращения — 27

Период колебаний — 151

Плечо силы — 76

Плотность — 39

Поле электрическое — 243
Поле магнитное — 314
Постулаты Бора — 412
Потенциал — 245
Поток магнитный — 317
Правило левой руки — 316, 317
Принцип относительности Эйнштейна — 394
Принцип суперпозиции — 244
Правило Ленца — 318
Проводники — 246
Проницаемость диэлектрическая — 247
Процесс изобарный — 169, 191
Процесс изотермический — 169, 190
Процесс изохорный — 170, 191
Процесс адиабатный — 191
Путь — 21, 23

Работа газа — 190
Работа механическая — 107
Работа тока — 278
Работа электрического поля — 244
Реакции термоядерные — 427
Резонанс — 152, 345

Самоиנדукция — 318
Свободное падение — 24
Сила — 39
Сила Ампера — 316
Сила Архимеда — 78
Сила Лоренца — 317
Сила оптическая — 366
Сила тока — 275

Сила трения — 43
Сила тяжести — 42
Сила упругости — 42
Сила электродвижущая — 277
Система отсчёта — 21
Система отсчёта инерциальная — 39
Скорость — 22, 23
Скорость звука — 152
Скорость мгновенная — 23
Скорость первая космическая — 41
Скорость средняя квадратичная — 168
Скорость угловая — 28
Солнечная система — 438
Сопротивление проводника — 275
Сопротивление проводников параллельное — 277
Сопротивление проводников последовательное — 276

Температура — 167
Теплоёмкость удельная — 190
Ток — 275, 279, 280, 281
Ток переменный — 344
Точка материальная — 21
Траектория — 21
Трансформатор — 346

Уравнение Менделеева — Клапейрона — 168
Уравнение МКТ — 167
Ускорение — 22
Ускорение центростремительное — 28
Условие равновесия рычага — 76
Условие плавания тела — 79

Фокус линзы — 364

Фотоэффект — 413

Частота обращения — 28

Електроёмкость — 248

Электролиз — 279

Енергия — 108

Енергия внутренняя — 189

Енергия кинетическая — 108

Енергия магнитного поля — 319

Енергия потенциальная — 109

Енергия связи атомных ядер — 425

Енергия электрического поля — 248

Ядерная модель атома — 412, 425

Ядерные реакции — 425

Ядерный реактор — 426

Список использованной литературы

1. *Аскарян Т. А., Благин А. В., Овчинников В. А., Разумовский П. И.* Физика. Пособие для решения тестовых заданий повышенной сложности. — Волгодонский институт ЮРГТУ, 2002.
2. *Балаш В. А.* Задачи по физике и методы их решения. — М.: Просвещение, 1974.
3. *Буховцев Б. Б., Кегинцев В. В., Мякишев Г. Я.* Задачи по физике для поступающих в вузы. — М.: Наука, 1976.
4. *Гольдфарб Н.И.* Физика. Задачник. Пособие для общеобразовательных учебных заведений. — М.: Дрофа, 2001.
5. Задачи московских физических олимпиад / под ред. С. С. Кротова. — М.: Наука, 1988.
6. *Кабардин О. Ф., Орлов В. А.* Международные физические олимпиады школьников. — М.: Наука, 1985.
7. *Касьянов В. А.* Учебники физики, 10 кл.; 11 кл. — М.: Дрофа, 2003.
8. *Козел С. М.* Сборник задач по физике. — М.: Наука, 1990.
9. *Меледин Г. В.* Физика в задачах. — М.: Физматлит, 1994.
10. *Рымкевич А. П.* Сборник задач по физике (для 8–10 классов средней школы). — М.: Просвещение, 1988.
11. Сборник задач и вопросов по физике / под общ. ред. Р. А. Гладковой. — М.: Наука, 1988.
12. *Слободецкий И. Ш., Орлов В. А.* Всесоюзные олимпиады по физике (пособие для учащихся 8–10 классов средней школы). — М.: Просвещение, 1982.
13. *Шаскольская М. П., Эльцин И. А.* Сборник избранных задач по физике. — М.: Наука, 1986.
14. *Яворский Б. М., Детлаф А. А.* Справочник по физике. — М.: Наука, 1965.

15. XXXVIII Всероссийская олимпиада школьников по физике. Региональный этап. Теоретический тур: методическое пособие / под ред. В. Слободянина. — МФТИ, 2003.

16. XL Всероссийская олимпиада школьников по физике. Региональный этап. Теоретический тур: методическое пособие / под ред. В. Слободянина. — МФТИ, 2005.

ЕГЭ

Учебное издание

**Монастырский Лев Михайлович,
Безуглова Галина Сергеевна,
Константинов Валерий Егорович**

**ФИЗИКА.
БОЛЬШОЙ СПРАВОЧНИК ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЕГЭ
Издание пятое**

Справочное пособие

*Обложка М. Сафиуллина
Компьютерная вёрстка Г. Безуглова
Иллюстрации Г. Безуглова, Д. Бездудный,
Е. Бездудная, О. Маринова, И. Травкина
Корректор Л. Михайлова*

Налоговая льгота: издание соответствует коду 95 3000 ОК 005-93 (ОКП)

Подписано в печать с оригинал-макета 19.06.2024.
Формат 60×84¹/₁₆. Бумага типографская.
Гарнитура Таймс. Печать офсетная. Усл. печ. л. 27.
Тираж 4 000 экз. Заказ № 9986.

ООО «ЛЕГИОН»

Для писем: 344000, г. Ростов-на-Дону, а/я 550.
Адрес редакции: 344082, г. Ростов-на-Дону, ул. Согласия, 7–9/20.
www.legionr.ru e-mail: legionrus@legionrus.com

Отпечатано с готового оригинал-макета
ООО «Принт-М», 142300, М.О., г. Чехов, ул. Полиграфистов, д.1

Издательство «Легион» предлагает пособия для подготовки к ЕГЭ по физике:

- ▶ Физика. Подготовка к ЕГЭ-2023.
30 тренировочных вариантов по демоверсии 2023 года.
Под редакцией Л. М. Монастырского, Г. С. Безугловой
- ▶ Физика. ЕГЭ-2023. Тематический тренинг.
Л. М. Монастырский, Г. С. Безуглова
- ▶ Физика. Подготовка к ОГЭ-2023.
30 тренировочных вариантов по демоверсии 2023 года.
Под редакцией Л. М. Монастырского, Г. С. Безугловой
- ▶ Физика. ОГЭ-2023. Тематический тренинг.
Л. М. Монастырский, Г. С. Безуглова, И. И. Джужук
- ▶ Физика. 7-11 классы. Карманный справочник.
Л. М. Монастырский, А. С. Богатин, Г. С. Безуглова
- ▶ Физика. Большой справочник для подготовки к ЕГЭ.
Л. М. Монастырский, Г. С. Безуглова, В. Е. Константинов



Авторские вебинары для учителей и школьников на
www.legionr.ru

ISBN 978-5-9966-1626-8



www.legionr.ru

Интернет-магазин, книга-почтой

E-mail: legionrus@legionrus.com

Тел. (863) 303-05-50

