

# **Очень специальная теория относительности:**

**иллюстрированное руководство**

# Very Special Relativity:

*an Illustrated Guide*

Sander Bais

# Очень специальная теория относительности:

иллюстрированное руководство

Сандер БЭЙС

Перевод с английского  
канд. физ.-мат. наук Т. В. Клёновой

под редакцией  
канд. физ.-мат. наук Л. И. Ястребова

3-е издание (электронное)



Москва  
Лаборатория знаний  
2018

УДК 530.1+001  
ББК 22.313  
Б97

## **Бэйс С.**

**Б97** Очень специальная теория относительности: иллюстрированное руководство [Электронный ресурс] / С. Бэйс ; пер. с англ. — 3-е изд. (эл.). — Электрон. текстовые дан. (1 файл pdf : 112 с.). — М. : Лаборатория знаний, 2018. — Систем. требования: Adobe Reader XI ; экран 10".

ISBN 978-5-00101-605-2

С необычной точки зрения на сложные вопросы современной физики призывает взглянуть голландский физик и публицист Сандер Бэйс. В увлекательной форме изложены основные положения и следствия специальной теории относительности, основы которой были сформулированы А. Эйнштейном в начале XX века. Главы книги посвящены вопросам измерения скорости света, проблеме одновременности событий, относительности течения времени, проблеме причинности, гипотезе расширения и сжатия Вселенной, законам сохранения и другим базовым положениям современной физики.

Сложность физической науки не является препятствием к чтению и осознанию книги — автор рассуждает на доступном языке. Восприятие облегчается большим количеством иллюстраций и пространственно-временных схем.

Книга носит научно-популярный характер и адресована самому широкому кругу читателей, интересующихся физикой, даже не имеющих физико-математической подготовки.

**УДК 530.1+001  
ББК 22.313**

**Деривативное электронное издание на основе печатного аналога:**  
Очень специальная теория относительности: иллюстрированное руководство / С. Бэйс ; пер. с англ. — М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. — 107 с. : ил. — ISBN 978-5-9963-0505-6.

(16+)

**В соответствии со ст. 1299 и 1301 ГК РФ при устранении ограничений, установленных техническими средствами защиты авторских прав, правообладатель вправе требовать от нарушителя возмещения убытков или выплаты компенсации**

**ISBN 978-5-00101-605-2**

© Sander Bais / Amsterdam University Press, 2007  
© Лаборатория знаний, 2015

*Моим детям, моему отцу и Вере*



# Содержание

<b>Предисловие .....</b>	<b>9</b>	<b>3. Причинность.....</b>	<b>35</b>
<b>Введение .....</b>	<b>11</b>	Причинность потеряна? .....	35
<b>1. Основные принципы .....</b>	<b>13</b>	Сложение скоростей по Ньютону .....	35
Пространство + Время =		Сложение скоростей по Эйнштейну ..	38
= Пространство-Время .....	13	Краткая хронология Эйнштейна	
События .....	14	до “Года чудес” 1905 .....	41
Выбор шкалы .....	14	Магическая формула сложения .....	41
Измерение скорости света .....	19	Причинность восстановлена .....	44
Мировые линии .....	20	<b>4. Растяжения и сжатия .....</b>	<b>47</b>
Постулаты.....	22	Простите, не могли бы вы сказать	
<b>2. Относительность</b>		мне, сколько времени? .....	47
<b>одновременности .....</b>	<b>25</b>	Замедление времени .....	47
Системы отсчета .....	25	Эффект Доплера .....	51
Калибровка часов .....	25	Парадокс близнецов.....	52
Движущиеся системы отсчета .....	27	Преобразования Лоренца.....	57
Относительность одновременности ..	27	Поместится ли шест в сарае?.....	61
Одно пространство-время,		Эйнштейн как человек.....	64
множество инерциальных систем		<b>5. Геометрическая интерлюдия .....</b>	<b>65</b>
отсчета .....	29	Пространственно-временной	
Что нового? .....	32	интервал.....	65
		Окружности и гиперболы .....	68

Конструирование гиперболы .....	70	Сохранение энергии и импульса.....	89
Размышляем над векторами.....	70	Большие коллайдеры .....	95
<b>6. Энергия и импульс .....</b>	<b>74</b>	Тахионы.....	96
Движущаяся частица .....	74	<b>8. Вне границ специальной теории</b>	
$E = mc^2$ .....	78	<b>относительности .....</b>	<b>97</b>
Синтез и деление .....	82	Натяжения .....	97
<b>7. Законы сохранения .....</b>	<b>84</b>	Ускоренный наблюдатель и горизонт	
Полный импульс .....	84	событий.....	99
Импульс в движущейся системе		<b>Эпилог.....</b>	<b>103</b>
отсчета .....	86	<b>Предметный указатель .....</b>	<b>106</b>



Ни один интеллектуальный герой не вдохновил наше воображение сильнее, чем Альберт Эйнштейн, когда он создал Специальную и Общую теории относительности. Не только физики были очарованы этими красивыми созданиями человеческого разума, но и студенческая молодежь и общественность в целом. Изошренность его идей настолько вошла в поговорки уже при жизни Эйнштейна, что даже он сам однажды иронически воскликнул: «Я же не Эйнштейн...!» Одним из следствий этого явления служит тот факт, что до сих пор физики получают множество писем от людей, которые думают, что могут пережить Эйнштейна, «улучшив» или «опровергнув» его теории.

Наука, однако, развивается по-другому. Мы не заменяем теорий, мы их расширяем. Важным элементом науки является то, что мы можем упрощать. Нечто, когда-то выглядевшее сложно, — просто и понятно сейчас. Это и произошло со специальной теорией относительности. В некотором смысле, это всего лишь геометрия. К примеру, евклидова геометрия треугольников, сфер и конусов настолько проста в визуализации, что может преподаваться в средней школе. А специальная теория относительности — это геометрия

пространства и времени. Просто добавьте часы к евклидовой геометрии и все! Ну, не совсем — есть кое-что забавное в поведении световых лучей, что делает геометрию пространства-времени парадоксальной, и чтобы представить ее в уме, требуется небольшая практика.

Многие популярные трактаты по специальной теории относительности чаще используют словесное описание, чем диаграммы или формулы. Казалось бы, люди, не привыкшие к математике и геометрии, должны легче понимать тексты, а не уравнения. Но это не всегда так. Когда не приводятся диаграммы и уравнения, описывающие теорию относительности, говорить становится все труднее. Так у Сандера Бэйса возникла отличная идея — предложить неспециалистам, общественности, студенческой молодежи правильное использование геометрических диаграмм. Результатом явилась эта чудесная книжка. Как только вы осваиваете чтение диаграмм, вся специальная теория относительности становится понятной. Станет ясным с первого взгляда, что такая теория не нуждается в «усовершенствованиях» или «контраргументах». Она так же полезна, как была и геометрия Евклида для древних гре-

ков; это остается верным для обеих теорий и по сей день. Эта книга — специальная теория относительности в иллюстрациях. Если Вам когда-либо было интересно иметь дело с треугольниками, сферами и забавными кубами, то Вы оцените предложенный подход.

*Герард 'т Хоофт*<sup>1</sup>



***Как в жизни я ценю качество, а не количество, так и в Природе общие принципы характеризуют действительность лучше, чем конкретный объект.***

*Альберт Эйнштейн*

---

<sup>1</sup> Герард 'т Хоофт — профессор Утрехтского университета (Нидерланды), лауреат Нобелевской премии по физике за 1999 год за теоретические работы, выполненные в 1971–72 гг. Нобелевская премия была присуждена за его PhD (кандидатскую) диссертацию! — *Прим. ред.*

Нет! Это не очередная книга по специальной теории относительности!<sup>1</sup> Мои часы отстают? Есть какая-либо потребность в этой книге, после того, как миновало столетие после “Года чудес” 1905, когда молодой Эйнштейн привел всех физиков в великое смятение?

Говорят, что умный человек может знать все правильные ответы, но мудрый человек отличается тем, что знает, как задавать правильные вопросы. Специальная теория относительности вызвала такое восхищение, потому что проблема состояла в том, чтобы в основном задавать правильные вопро-

---

<sup>1</sup> Специальная теория относительности — развитие обычной механики, которую изучают в школе. По-английски пишется как «special theory of relativity». Более правильным было бы говорить: «частная» (в смысле — «описывающая какую-либо часть целого»), «особая», «отдельная» и т. д. Тем более, что обобщение этой теории называется «общей теорией относительности». Однако в отечественной литературе принято именно название «специальная теория относительности». Эффекты, описываемые специальной теорией относительности называют *релятивистскими эффектами*, а скорости, близкие к скорости света (при которых такие эффекты становятся заметными), — *релятивистскими скоростями*. — Прим. ред.

сы. Обратимся к рассмотрению двух наиболее выдающихся статей по физике, которые разрушили классические представления о пространстве, времени, массе и энергии: «К электродинамике движущихся тел» и «Зависит ли инерция тела от его энергии?». С самого возникновения теории относительности существовала крайне трудная проблема ее популяризации; вот именно это я и пытаюсь сделать.

Эта книга — «практическое» руководство пользователя, нацеленное на аудиторию достаточно любознательную, чтобы интересоваться устройством теории относительности, и обладающую базовыми представлениями о науке и элементарной школьной математике (в частности, геометрии). Единственное требование для чтения этой книги — пытливый ум. Я попытался сделать содержание теории более доступным, представляя это «совершенно особым» способом, используя понятную последовательность *пространственно-временных диаграмм*. Я выбрал этот особый геометрический подход потому, что изображения часто говорят сами за себя и лучше сохраняются в памяти, в то время как алге-

бра может быть тяжелой и легко забывается. В конце концов, *c'est le ton qui fait la musique*<sup>1</sup>.

Мы начнем наше путешествие, объясняя некоторые из основных принципов теории, вводя такие понятия, как событие, система отсчета, инерциальный наблюдатель и мировая линия. Затем мы придем к постулатам Эйнштейна. Впоследствии мы займемся несколькими известными парадоксами и их трактовкой, сталкиваясь по пути с понятием одновременности, причинной связью, замедлением времени, сокращением пространства и фактом существования универсальной максимальной скорости. Эти примеры выдвигают на первый план парадоксальную природу относительности. После геометрической прелюдии мы перейдем к понятиям импульса и энергии, нашедшим свое воплощение в знаменитой формуле  $E = mc^2$ , в которой выражается глубокое представление о

том, что масса и энергия эквивалентны. Мы даже выйдем за рамки специальной теории относительности, когда будем изучать мир с точки зрения наблюдателя, движущегося с ускорением и наблюдающего горизонт событий.

Там, в первую очередь, мы бросим взгляд на общую теорию относительности, которую Эйнштейн завершил через десять лет после специальной теории относительности. В заключение, мы оценим достижения Эйнштейна в контексте физики в целом.

Теперь давайте работать. Я надеюсь, что вы получите столько же удовольствия от изучения этих глав, сколько получил я, написав их. Чтобы воодушевить Вас, я буду цитировать Эйнштейна в начале каждой главы.

*Сандер Бэйс*  
Амстердам 2007

---

<sup>1</sup> Это интонация, которая делает музыку (франц.). — *Прим. перев.*

# 1. Основные принципы

*Это чудо, что любопытство выживает в формальном образовании.*<sup>1</sup>

## **Пространство + Время = = Пространство-Время**

Все согласны с тем, что пространство и время сосуществуют с нами, что мы движемся в пространстве и времени: это арена, на которой разворачиваются наши жизни. Тем не менее, они являются неприкосновенными, и мы воспринимаем их только косвенно, через наши чувства, которые позволяют нам осознать, что происходит. Наблюдая объекты, расположенные на разных расстояниях, мы получаем информацию о пространстве; отмечая изменения, — формируем понятие времени. Подобно тому, как звезды, мячи для гольфа и собаки движутся непрерывно, наше восприятие подсказывает, что пространство и время непрерывны. Мы воспринимаем мир не в стробоскопических вспышках дискотек.

Во многих аспектах понятия пространства и времени различаются фундаментально. Мы не можем вернуться в прошлое и изменить его, да и будущее столь же недоступно. Наше бытие осуществляется на хрупкой границе

раздела между ними — в настоящем. В пространстве мы можем быть только в одном месте, только в данное время (хотя многие пытаются игнорировать этот основной закон), однако, мы можем выбрать перемещение из одного места в другое, или пребывание в определенном месте. Время измеряется часами (секундами), а пространство измеряется метрами. Это — совершенно различные единицы измерений.

Эти факты не мешают нам представлять понятия пространства и времени в упрощенном виде, на карте с координатами пространства и времени, такой, как на рисунке. В профессиональном жаргоне экспертов такая карта называется диаграммой Минковского<sup>2</sup>; это — своего рода концептуальная карта: она показывает не как устроен мир, а как происходит то, что случается в мире.

Наша книга — книга о том, что означают такие пространственно-временные карты и как они выглядят с точки зрения разных наблюдателей.

---

<sup>1</sup> В начале каждой главы цитируем Эйнштейна. — *Прим. автора.*

---

<sup>2</sup> Всюду в дальнейшем, говоря о таких рисунках, мы будем использовать термин «диаграмма». — *Прим. ред.*

## События

На рис. 01 изображен только небольшой участок пространства и времени; надо понимать, что пространство и время простираются в бесконечность в обоих направлениях плоскости диаграммы. Мы выбрали время вдоль вертикальной оси и пространство по горизонтали. Это означает, что все трехмерное пространство — высота, глубина, и ширина — сведено к единой пространственной оси; подразумевается, что мы можем обсуждать движение только вперед и назад в одном пространственном измерении, по аналогии с поездом, находящимся на рельсах. Однако такое радикальное усечение пространства не повлияет на нашу способность изучать основы специальной теории относительности.

Что мы можем сделать в этой пространственно-временной схеме? Что означают точки, линии, кривые, области? Давайте начнем с простейшего — одна точка в пространстве-времени. Чему это соответствует? Точка задает определенное место в пространстве в определенный момент времени (рис. 02). Она представляет собой событие. Вы хлопнули в ладоши в определенном месте и в строго определенный момент времени! Вы уронили что-то, вы выстрелили из пистолета, или вы наткнулись на кого-то. Наш пространственно-временной мир густо населен событиями, и они соответствуют точкам на нашей диаграмме. И наоборот, можно сказать, что пространство-время — это собрание всех возможных событий. Мы

видим, что события связаны во времени. Мы воспринимаем движение теннисного мяча не как дискретную, но как непрерывную последовательность событий, называя ее движением. Движению предметов соответствуют пути или кривые на нашей пространственно-временной схеме. Подобные изображения можно использовать для представления фактически всего, что угодно. Если изучаемый объект есть прибыль компании, то время будет изменяться по горизонтали, а вдоль вертикальной оси, как правило, должны быть миллионы долларов, а отрицательная часть оси соответствует убыткам. Для визуализации прироста населения различных стран, мы можем изобразить кривые с количеством людей вдоль вертикальной оси. Но перед работой с кривыми скажем несколько слов о масштабе объектов.

## Выбор шкалы

Мы изобразили сетку горизонтальных и вертикальных линий в пространстве-времени. Она дает нам систему координат, систему отсчета, которая позволяет удобно отмечать отдельные события, показывая, где и когда они произошли. Это подобно сетке на карте города, которая позволяет определить свое место в пространстве. Вы также можете думать и говорить как шахматисты: они используют координаты, например, «e2-e4» — чтобы описать свои ходы на шахматной доске.

Сетка имеет определенный масштаб для каждой оси. На карте города деление в пол-

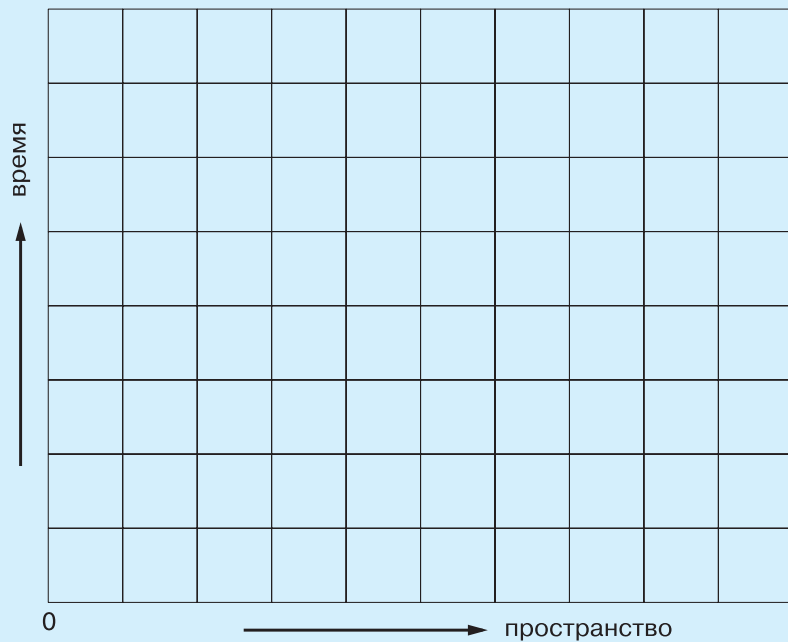
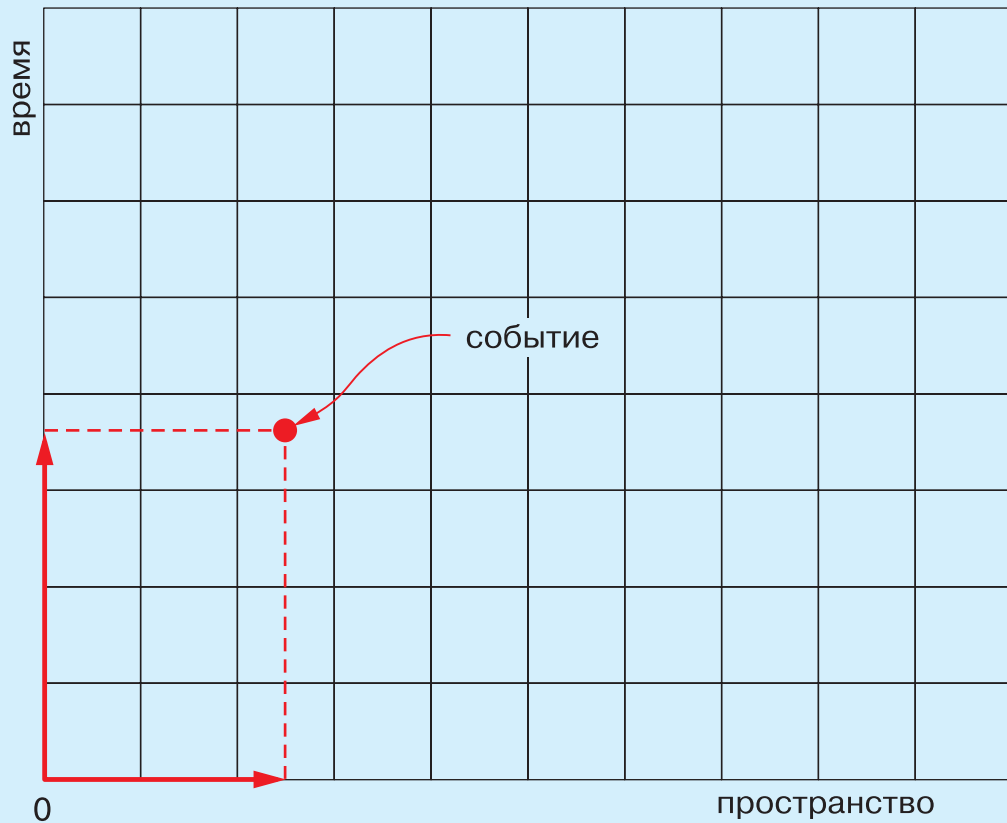


Рис. 01





мили будет приемлемо для обеих осей. На карте страны деление может быть в сто миль или около того. Теперь мы хотим определить шкалу вдоль наших осей времени и пространства, и мы должны выбрать ее так, чтобы предметы, которые актуальны для нас, были отчетливо видны и различимы. Явления, которые мы собираемся обсуждать, связаны с соотношением расстояния и времени, — другими словами, это отношение расстояния ко времени, что, по определению, скорость. Так шкала соответствия между временной и пространственной осями является шкалой скоростей, которые существенны в специальной теории относительности.

Мы хотим заметить, что это не наши обычные масштабы скоростей человека, измеряемые в метрах в секунду или в милях в час. Это не скорость автомобиля, самолета, или скорость звука — нет, это уникальная и, как мы увидим, универсальная скорость: мы выберем *скорость света*, которая условно обозначается буквой *c*.

Что же такого особенного в скорости света? Ну, сначала никто не понял, что в ней особенного, пока Эйнштейн не признал ее универсальной константой природы. До этого мы знали только, что скорость света была конечной, как и любая другая скорость. Около 1850 года ее значение было определено в изящном, хотя и простом эксперименте французским физиком Физо (см. текст и

рис. 04 на стр. 19). Он обнаружил, что скорость была близка к 300 000 километров в секунду. С 21 октября 1983 года значение с действительно *точно* равно 299 792 458 метров в секунду, потому что это значение используется для определения величины метра.

Это действительно огромное число. Понятно, почему мы воспринимаем его как практически бесконечное: если мы включим свет, нам покажется, что он заполнит комнату «мгновенно». Но это иллюзия, потому что свет должен распространиться от лампочки до стен (а от стен — до наших глаз — *Прим. ред.*). Это занимает некоторое время, хотя оно и меньше миллионной доли секунды. В большинстве бытовых обстоятельств «мгновенность», следовательно, является не таким уж плохим приближением.

Чтобы задать масштаб нашей пространственно-временной карты, мы сделаем следующее. Предположим, мы используем секунду в качестве единицы по оси времени, тогда положим расстояние, которое свет проходит за одну секунду, в качестве единицы вдоль пространственной оси. Теперь, если мы посылаем очень короткий световой импульс (или еще лучше: фотон, один квант света) в пространстве (или в *x*-направлении), то траектория на нашей пространственно-временной карте соответствует оранжевой стрелке, показанной на рисунке. Мы можем

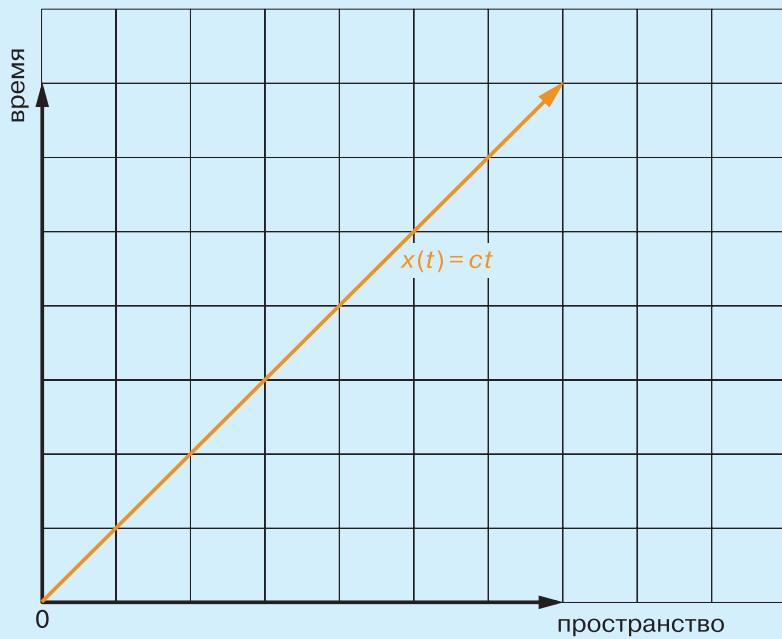


Рис. 03

записать это в виде  $x(t) = ct$ , буквально это прозвучит так: положение  $x$  для времени  $t$  равно  $c$ , умноженное на  $t$ .

Так, если  $t = 1$  сек, то  $x = c$  км; например, для  $t = 4,5$  получим  $x = 4,5$ , умноженное на  $c$  км, и т. д. Комбинация  $w = ct$  будет встречаться довольно часто. Поэтому *определим  $w$  как временную координату* и будем использовать  $w$  вместо  $t$ .

Заметьте, что если кто-то движется с постоянной скоростью, то траектория сведется к прямой линии на диаграмме, потому что за «в два раза большее время», он оказывается в два раза дальше. И соответствующий наклон линии определяет точную скорость, как мы увидим далее.

## Измерение скорости света

Первые попытки определения скорости света возвращают нас к голландцу Исааку Бекману в 1629 год. Оле Рёмер сделал первое количественное измерение с помощью астрономических наблюдений в 1676 году. Французские физики Физо и позже Фуко выполнили первые наземные эксперименты около 1850 года. Схема типичного эксперимента приведена на рис. 04. Падающий световой луч отражается от зеркала, которое вращается с заданной угловой скоростью  $\omega$  градусов в секунду. После прохождения определенного расстояния  $d$  (в оригинальном эксперименте около 10 миль) луч отражается от неподвижного зеркала. Когда через некоторое время  $\Delta t$  свет возвращается к вращающемуся зеркалу, послед-

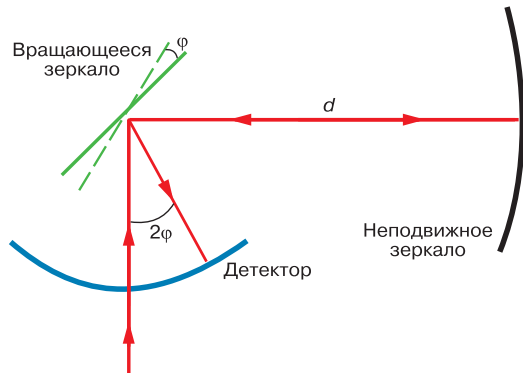


Рис. 04

### Головоломки:

1. Как на диаграмме будет выглядеть импульс света, длящийся одну секунду?
2. Нарисуйте линию для фотона, который движется влево.

нее поворачивается на угол  $\phi = \omega \Delta t$ , и поэтому отраженный луч будет иметь угловое отклонение  $2\phi$ , которое измеряется. Скорость света определится просто как  $c = 2d/\Delta t = 2d\omega/\phi$ .

В 1886 году, до появления теории относительности, Майкельсон и Морли провели еще один очень важный эксперимент, который показал, что скорость света не зависит от направления, в котором луч света распространялся. Этот результат означал, что отсутствует эфир — некая фоновая космическая среда. Этот результат полностью согласуется с основным постулатом специальной теории относительности, как будет обсуждаться ниже.

## Мировые линии

Мы говорили ранее, что объект «рисует» непрерывный путь<sup>1</sup> или кривую в пространстве-времени. Представление о пути напоминает тропинку через лес или между домами, путь через пространство. Поэтому, когда мы говорим о пути через пространство-время, принято называть этот путь мировой линией. На рис. 05 мы изобразили различные мировые линии. Все они начинаются в нулевой момент времени в точке, отмеченной как  $x = 0$ . Она называется *началом координат*. (Этой точке не приписывается никакой глубокий смысл, пространство и время там не начинаются, это весьма произвольно выбранная точка отсчета в нашей системе координат.) Конечно, мировые линии распространяются вперед во времени, что отражается фактом отсутствия перегибов вниз на диаграммах.

Обратим внимание на черную стрелку, которая совпадает с осью времени. Это просто изображение кого-то или чего-то в состоянии покоя, находящегося при  $x = 0$  и остающегося там в неподвижности навсегда. Оранжевая стрелка — привычная мировая линия светового импульса или фотона. Другие прямые линии соответствуют объектам, которые дви-

жутся с другими постоянными скоростями, постоянными, потому что пройденное расстояние всегда пропорционально времени, в течение которого объект путешествовал.

Красная стрелка означает, что кто-то путешествует со скоростью  $v$ , которая равна  $v = 3/4$   $c$ , поскольку в любой момент времени он проходит  $3/4$  от расстояния, которое световой импульс преодолел за это же время. Это становится особенно очевидным в момент времени  $t = 4$ , где красный путешественник прошел три единицы расстояния, а световой импульс преодолел четыре. По той же логике, мы заключаем, что зеленый путешественник (так называемый «фантом») должен двигаться в два раза быстрее скорости света. Наконец, что означают волнистая синяя мировая линия? Она описывает путешественника, который движется вперед и назад с различной скоростью: ускоряется и замедляется, как вы можете видеть. В каждый данный момент он имеет скорость, которая определяется наклоном касательной к кривой в этот самый момент. Так что мировая линия обеспечивает точное описание истории движения путешественника.

---

<sup>1</sup> В литературе обычно понимают путь, как численное значение длины траектории. Здесь слово «путь» используется в бытовом понимании, как автор и говорит далее. — *Прим. ред.*

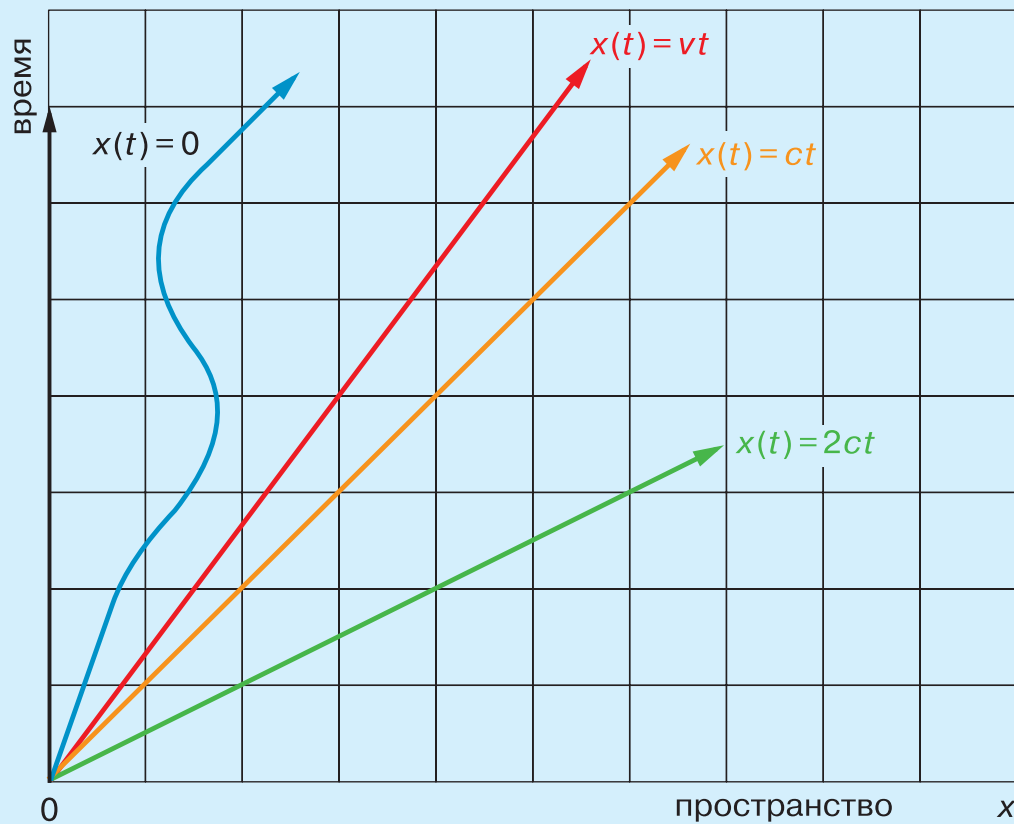


Рис. 05

## Постулаты

Что мы действительно хотим знать — это куда Эйнштейн привел нас. Поэтому я собираюсь представить только набор фактов, а не скучный рассказ о том, как возникла теория, через какой сложный период глубоких споров ученым пришлось пройти, прежде чем они смогли принять и убедиться в ее глубоком смысле. Эта книга — не биография, я лишь хочу донести основы в форме «сделай сам». В нашем изложении мы будем использовать только язык пространственно-временных диаграмм. Это представление должно позволить вам разобраться с некоторыми вопросами, которые определенно возникнут на вашей мировой линии. Вы сможете ответить на них самостоятельно, строя диаграммы.

Мы возьмем в качестве отправных точек минимально необходимые определения, и, отталкиваясь от них, сформулируем наше понимание того, что все это значит, и почему теория относительности является настолько особенной и потрясающей одновременно. В основном это означает, что мы собираемся начать с того, чем Эйнштейн закончил свою разработку специальной теории относительности, в которой он весьма эффективно свел теорию к двум постулатам, двум основополагающим предположениям о природе.

Первый постулат касается двух систем отсчета или двух наблюдателей (групп наблю-

дателей), перемещающихся с *постоянной скоростью* по отношению друг к другу. Такие системы отсчета называются *инерциальными системами отсчета*. То, что делает их «особенными» означает: отсутствие ускорений, только постоянные относительные скорости. В постулате затем говорится, что каждый наблюдатель, проводя эксперименты в своей собственной системе отсчета, откроет те же законы физики (если он достаточно умен), выраженные теми же уравнениями, описывающими законы движения, гравитации, электромагнетизма, и другие силы. Это звучит не слишком вызывающе, не так ли? Такое предположение выглядит вполне разумным, и, в общем-то, Эйнштейн не первый, кто его выдвинул. Галилео Галилей сделал аналогичное наблюдение около трехсот лет до этого, при рассмотрении «рыб и кораблей» в его «*Диалоге о двух основных системах мира*»:

«Закройтесь... в каюте, ниже палубы, на крупном корабле... Возьмите большую чашу с водой и с несколькими рыбами в ней... Пока корабль стоит неподвижно, рыбы плавают одинаково во всех направлениях... Когда корабль начнет двигаться, то после некоторого начального периода времени его движение станет равномерным с некоторой постоянной скоростью, без каких-либо отклонений туда-сюда. Даже проводя наблюдения тщательно, вы не обнаружите ни малейших измене-

Для наблюдателей, движущихся с постоянной скоростью по отношению друг к другу, справедливы следующие постулаты:

1. Законы физики одинаковы во всех инерциальных системах.
2. Скорость света в вакууме одна и та же для всех инерциальных систем.

ний... , не сможете сказать — движется ли корабль или стоит на месте».

Позже мы увидим, что постулат Эйнштейна далеко не очевиден, если мы критически проанализируем сходства и различия между ньютоновскими законами механики и законами электромагнетизма, которые выражаются уравнениями Максвелла, сосредоточив внимание на том, как они выглядят в разных системах отсчета.

Второй постулат гласит, что скорость света в вакууме (то есть в «пустом пространстве» — не в некоторой среде, где могут происходить сложные взаимодействия), одна и та же для любого наблюдателя, независимо от того, с какой (постоянной) скоростью он или она движется. Это выглядит странным, если вы задумаетесь об этом. Данный постулат противоречит нашим интуитивным представлениям о скорости, и, если на то пошло, противоречит теории Ньютона. Если я еду на велосипеде со скоростью 10 миль в час, и бросил вперед конфету жене со скоростью 15 миль в час, тогда моя жена, которая стоит на тротуаре, сможет поймать конфету и скажет, что получила ее со скоростью  $10 + 15 = 25$  миль в час. Мы с готовностью согласимся, потому что так оно и есть. Извините, давайте будем точными: это было именно так.

А вот что Эйнштейн говорит нам об этом. Предположим, я еду на очень быстром

поезде, движущемся со скоростью, равной половине скорости света,  $v = 1/2 c$ , и лазерным фонариком я послал короткий импульс своей партнерше на дальней станции. Импульс движется точно со скоростью света по отношению ко мне. Исходя из наших предыдущих интуитивных рассуждений, мы можем ожидать, что если бы моя партнерша смогла измерить скорость импульса, то получила бы  $u = c + 1/2 c = 3/2 c$ . Но теперь приходит Эйнштейн и заявляет: Нет! Она также получит значение  $u = c$ . Выглядит странно, резко противоречит нашей интуиции, если не сказать больше.

Как это может быть? Как такой простой аргумент может быть неправильным? Так же отреагировало большинство физиков того времени. Если Эйнштейн прав, то цена, которую мы должны заплатить, будет высокой, — и это, действительно, так и было. Видите ли, скорость — есть расстояние (пространство), деленное на время, и чтобы обеспечить равенство скорости света для всех наблюдателей, мы должны проникнуть в концептуальные глубины и пересмотреть на базовом уровне наши представления о пространстве и времени. Это то, с чем нам необходимо примириться. Трудно победить предубеждения, и нам придется работать с разными диаграммами, чтобы избавиться от некоторых очень устойчивых, но неправильных интуитивных представлений.



## 2. Относительность одновременности

*Вся наука — это не более чем уточнение повседневного мышления.*

### Системы отсчета

Прежде всего, мы хотим знать, как различные наблюдатели, которые неподвижны друг относительно друга, определяют системы отсчета или системы координат.

На самом деле система отсчета связана с большим количеством наблюдателей, которые находятся в покое относительно друг друга, например, пассажиров, сидящих в поезде, или группы людей, стоящих на платформе. У них всех есть часы и метровые линейки, и они настолько любезны, что готовы делать измерения, если мы просим их об этом, и готовы послушно сообщить о результатах нам. Они — прекрасные исполнители.

Начнем с двух наблюдателей, у которых одинаковые часы и линейки. Им соответствуют на рисунке 06 две черные стрелки: по-видимому, они располагаются еще и на каком-то (большом) расстоянии друг от друга. Они хотят откалибровать свои часы так, чтобы они могли обмениваться результатами своих измерений времени разумным способом. Как они должны это сделать? Это изображено на следующей диаграмме (рис. 07).

### Калибровка часов

Лучше всего представить калибровку как реальный физический эксперимент. В последующих разделах мы будем часто сталкиваться с «мысленными экспериментами», которые позволяют теоретически добиться полного осмысления, но трудновыполнимы в реальной жизни. В этом случае Эйнштейн дал простой рецепт, который позволяет добиться понимания. В момент времени  $w_A = 0$  наблюдатель Аполлон посылает световой сигнал наблюдателю Вакху, на часах которого регистрируется время  $w_B = w_1$ , тот зеркально отражает сигнал назад Аполлону, чьи часы фиксируют время прибытия  $w_A = w_2$ .

При этом время  $w_1$  для Аполлона — это время, равное половине промежутка времени между моментами посылки и приема светового сигнала, т. е.  $w_1 = 1/2 w_2$ .

Это не удивительно, потому что подтверждает то, что мы уже знали, нанеся сетку на диаграмму. Кроме того, поскольку мы знаем, что общее время, необходимое сигналу для путешествия туда и обратно, пропорционально расстоянию между наблюдателями, этот подход может быть использован для

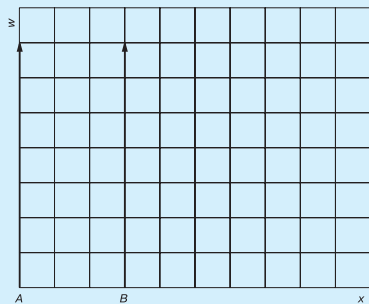


Рис. 06

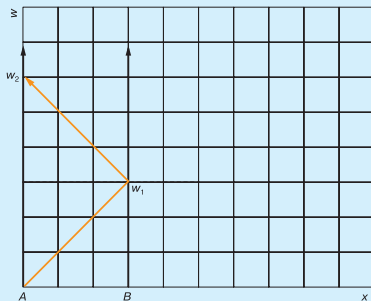


Рис. 07

большой группы наблюдателей, при построении таким способом всей сетки.

Заметим, однако, что понятие одновременности для группы наблюдателей, которые находятся в покое друг относительно друга, не означает, что они будут наблюдать все одновременные события в одно и то же время! Нужно учитывать разницу во времени для сигнала, пришедшего от события, для разных наблюдателей. Это означает, что разные синхронизированные наблюдатели могут получить существенно разные времена, но после поправки на время пути (время распространения) сигнала, все они припишут один и тот же момент времени данному событию.

### **Движущиеся системы отсчета**

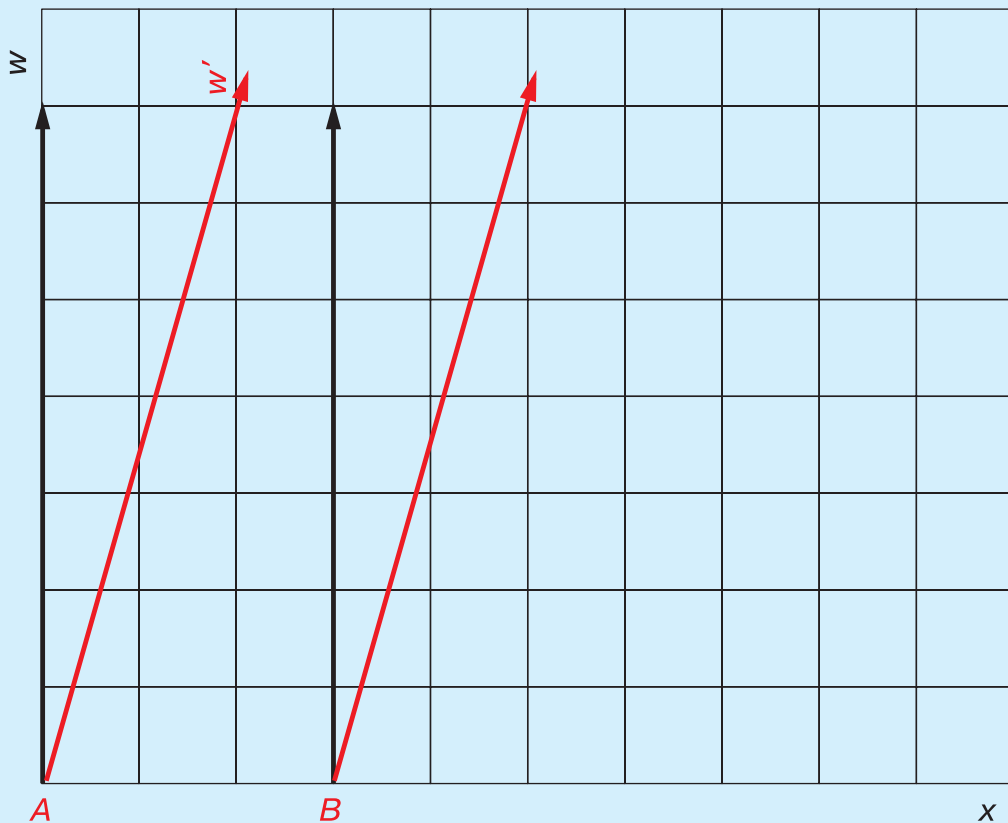
Теперь, когда мы построили (задали) одну систему отсчета, будем использовать тот же рецепт для другой инерциальной системы отсчета с группой наблюдателей, которые движутся с одинаковой (ненулевой) скоростью. Ускоренные системы отсчета (или вращающиеся) не являются инерциальными системами отсчета, потому что скорость не является постоянной. Даже для закрепленного шарика на нитке, вращающегося по круговой орбите с фиксированной орбитальной скоростью, скорость не является постоянной, потому что ее направление непрерывно изменяется. В этих случаях постулат теории

относительности не выполняется. Вот почему необходимо, чтобы красные мировые линии Арнольда и Бритни были прямыми линиями. Они тоже хотят откалибровать свои часы, чтобы настроить красную систему отсчета точно в соответствии с инструкциями Эйнштейна.

Тогда Арнольд и Бритни проводят тот же самый эксперимент. Когда мы изображаем его на диаграмме, то должны придерживаться второго постулата Эйнштейна, который гласит, что скорость света одинакова для всех наблюдателей. Это означает, что мировые линии света, испускаемого движущимися наблюдателями Арнольдом и Бритни, должны появиться на пространственно-временной диаграмме под таким же углом с осями, как и в неподвижной системе. (Так же, как на диаграмме на рис. 08)

### **Относительность одновременности**

Арнольд посылает световой сигнал в нулевой момент времени, Бритни получает и отражает его в момент  $w'_B = w'_1$ , и Арнольд принимает его назад в  $w'_A = w'_2$ . Чтобы узнать, когда время на мировой линии Арнольда совпадает с  $w'_1$  у Бритни, мы должны применить ту же логику, приводящую нас к «половинному соотношению»:  $w'_A = 1/2 w'_2$ . Это правильно — использовать ту же процедуру, что и для Аполлона с Вакхом, действуя в соответствии с принципом «относительности».



Однако пусть теперь произошло какое-то событие. Посмотрим на красные пунктирные линии. Эти линии являются по определению линиями «равного времени» в красной системе отсчета: они соединяют события, которые происходят одновременно для красных наблюдателей. Мы могли бы также сказать, что это те линии, вдоль которых красные наблюдатели измеряют расстояния, а пунктирные линии, проходящие через начало координат, есть не что иное, как новое пространство или  $x'$ -ось, где штрих обозначает красную систему координат. В некотором смысле, значение длины предполагает понятие одновременности. Так, если мы хотим измерить длину стола, то должны расположить измерительную линейку вдоль его стороны. Если мы хотим сделать это правильно, то в одно и то же время должны прочесть данные на обоих концах линейки. В противном случае, между считыванием на одном и на другом конце, стол (или измерительная линейка) может сместиться, и измерения окажутся бессмысленными.

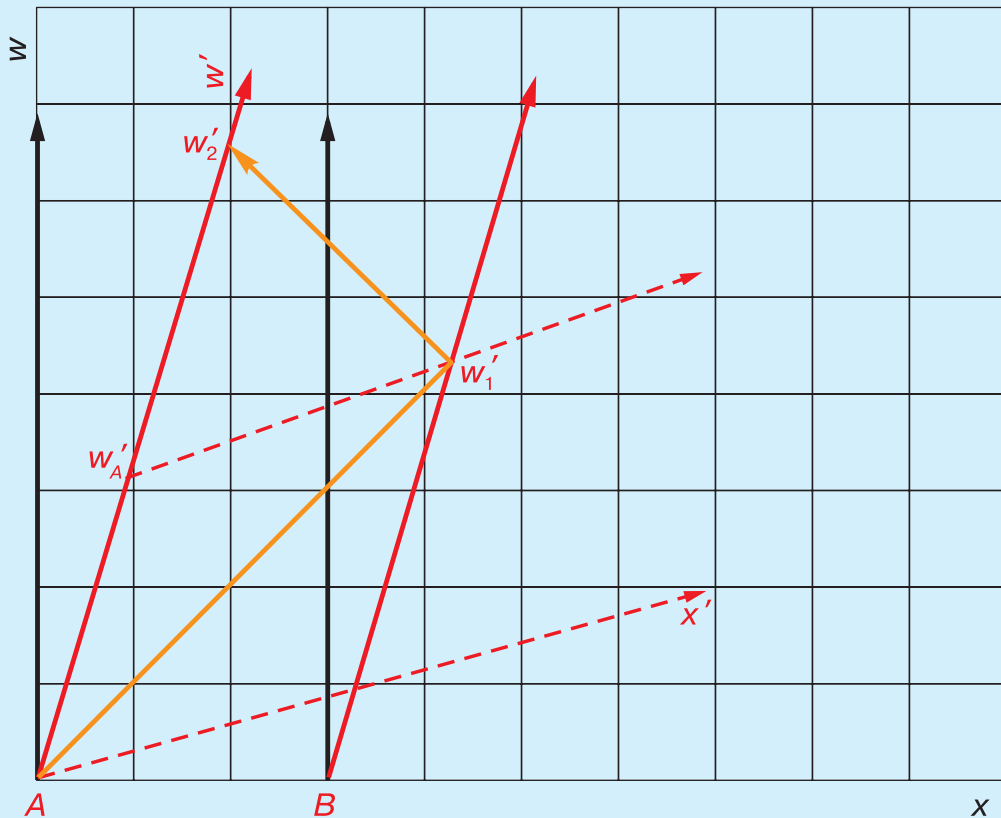
Рис. 09 иллюстрирует тот поразительный факт, что наборы осей для покоящейся и движущейся систем координат не параллельны. Так что события, одновременные (т. е. случившиеся в одно и то же время) в черной системе координат, связанные горизонтальной черной линией, в общем случае, не являются одновременными в красной системе координат! Первый важный урок, который сле-

дует извлечь — понятие одновременности или «равного времени» зависит от системы отсчета. Действительно ли два события происходят в одно и то же время, зависит от того, какой набор наблюдателей их измеряет. Одновременность — это относительное понятие.

## **Одно пространство-время, множество инерциальных систем отсчета**

Мы приходим к следующей картине: пространство-время может быть накрыто разными видами сеток, но сетки инерциальных систем отсчета, которые движутся по отношению к нашей черной системе отсчета, являются наклонными, подобно красной сетке на рисунке. Мы видим (рис. 10), что углы между двумя новыми (движущимися временной и пространственной) осями и старыми равны, как и их углы с мировой линией светового сигнала. Поэтому точка на этой мировой линии снова будет иметь равные координаты на  $x'$ - и  $w'$ -осях. Мы не займемся масштабированием этих наклонных осей.

Теперь мы видим, что произошло: второй постулат Эйнштейна приводит нас к тому, что исчезает абсолютное разделение времени и пространства! Их взаимное соответствие, оказывается, зависит от скорости движения. Поэтому лучше ввести понятие, одинаковое для всех наблюдателей, — не пространство и не время, а пространство-время.



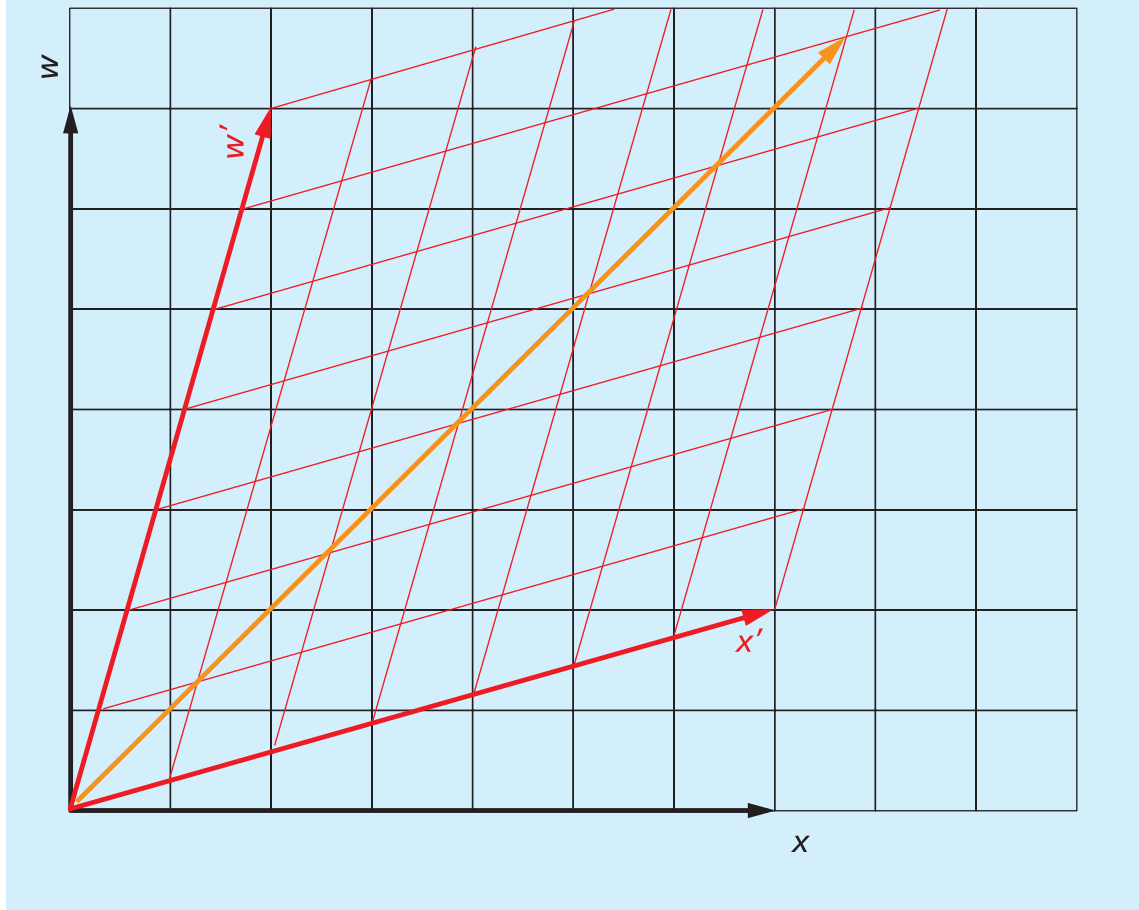


Рис. 10

Отрадно видеть, что можно получить эти весьма неожиданные заключения только с использованием качественных аргументов. Тем не менее, сейчас не помешает сделать несколько замечаний по поводу углов и наклона красной сетки. Если красный путешественник движется со скоростью  $v$ , перемещение движущейся сетки за время  $t$ , равно  $x = vt$ , с учетом вышеупомянутого  $w = ct$ , получим  $x = vw/c$ . Это также может быть записано в виде  $x/w = v/c$ , что, по определению, является тангенсом угла между  $w$ - и  $w'$ -осями. *Параметр отношения скоростей  $v/c$  обычно обозначается как  $\beta$  и будет в дальнейшем широко использоваться в книге.* Так как параметр  $\beta$  — просто отношение двух скоростей, то он не имеет размерности — это просто число. Заметим, что тангенс угла между осями  $x$  и  $x'$  также равен  $\beta$ .

**Головоломка:** Предположим, что на диаграмме для покоящейся системы рассмотрен частный случай. Нарисуйте другую диаграмму с черной и красной сетками, на которой красные наблюдатели имеют перпендикулярную (ортогональную) сетку.

## Что нового?

Это изменение в самой структуре пространства и времени является настолько важным, что прежде чем обсуждать дальнейшие следствия, мы должны вернуться назад для сравнения с теорией Ньютона, или, я дол-

жен сказать, с «системой взглядов». Чтобы сделать различие четким, я буду последовательно размещать нерелятивистские<sup>1</sup> диаграммы на сером фоне. Мы видим, что сама покоящаяся система и линии красного наблюдателя и светового импульса выглядят одинаково. Но, согласно Ньютону, импульс света не является ничем особенным. Если движущийся Арнольд посылает лазерную вспышку, то сигнал перемещается по отношению к нему со скоростью света  $c$ . Для покоящегося наблюдателя сигнал будет двигаться со скоростью  $c' = c + v$ , представленной второй желтой-красной стрелкой справа. По Ньютону скорость света не является универсальной, и его мировая линия зависит от того, кто послал сигнал. Заметим, что линии равного времени — горизонтальные прямые для всех систем отсчета. *В теории Ньютона универсальным является время, а не скорость света.*

На основании этой диаграммы (рис. 11) можно также увидеть, как координаты  $(w, x)$  события в покоящейся системе отсчета связаны с координатами  $(w', x')$  этого же события в движущейся системе координат. Мы видим, что  $w' = w$  и  $x' = x - vt = x - (v/c)w$ . Это, так на-

<sup>1</sup> Под термином «релятивистские» следует понимать диаграммы, связанные с теорией относительности Эйнштейна, под термином «нерелятивистские» — механика Ньютона. — *Прим. ред.*



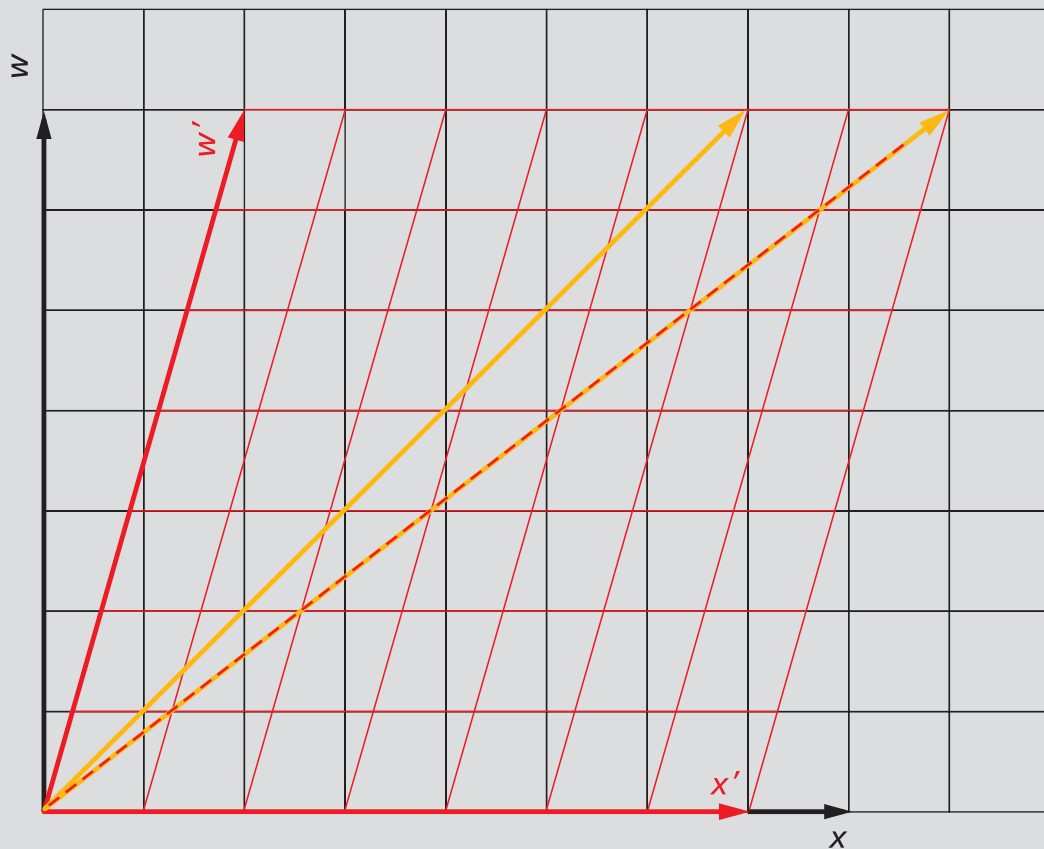


Рис. 11

зываемое преобразование Галилея, связывает координаты двух систем отсчета, которые движутся со скоростью  $v$  по отношению друг к другу. Слово «преобразования» означает переход от штрихованных к нештрихованным характеристикам. В дальнейшем мы займемся поиском аналогичных соотношений между различными системами отсчета в теории Эйнштейна.

**Головоломка:** Используйте тот же самый способ, как в предыдущем разделе, чтобы показать, что из-за неуниверсальности скорости света линии равного времени для красного наблюдателя действительно становятся горизонтальными.

### 3. Причинность

*Я никогда не думаю о будущем — оно наступает достаточно быстро.*

#### Причинность потеряна?

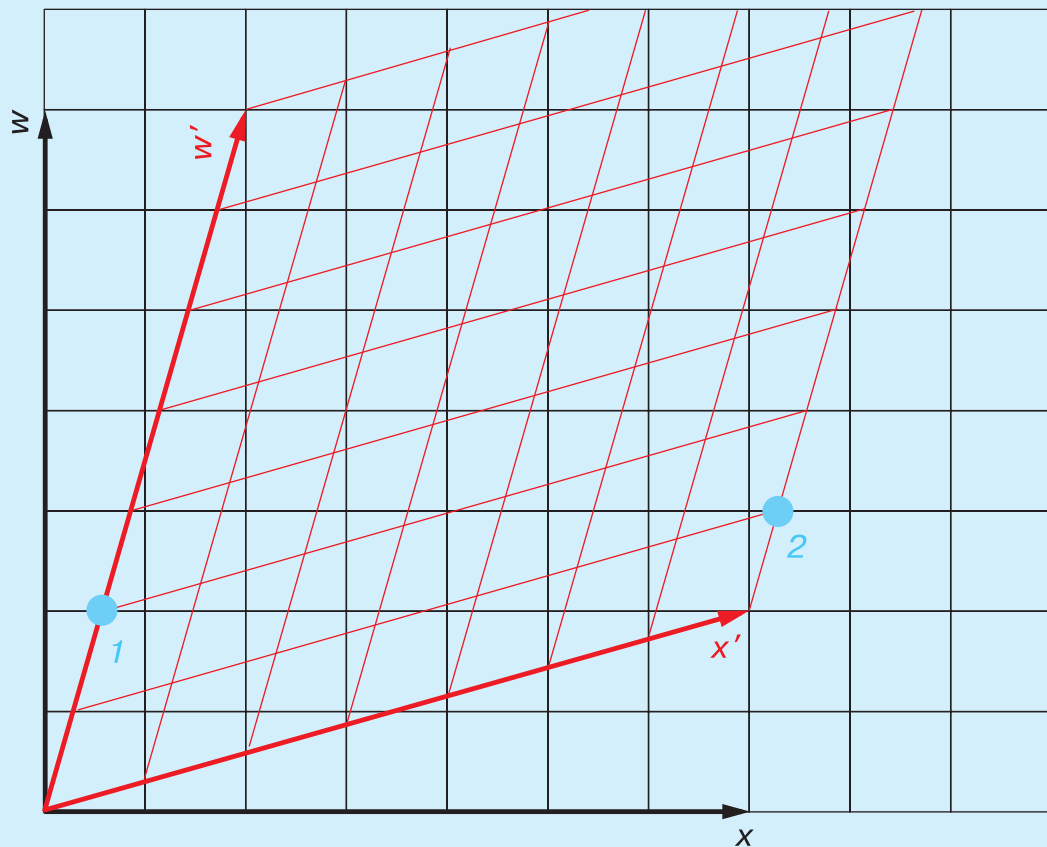
Давайте теперь рассмотрим два события, обозначенные 1 и 2 на диаграмме 12. Положим 1 — это ужасный Найджел, вошедший в комнату с пистолетом, и 2 — тетя Августа, которую убили. С точки зрения черной системы отсчета — нет ничего неправдоподобного в предположении, что ужасный Найджел убил тетю Августу, потому что диаграмма показывает нам, что событие 1 произошло по истечении двух единиц времени, а событие 2 — после трех. Но теперь посмотрим на последовательность событий с точки зрения красных наблюдателей. Сначала они увидят убитую тетю (по прошествии одной единицы времени), и затем — Найджела, входящего в комнату (после двух единиц времени). Последовательность событий перевернута. На первый взгляд, кажется, что это — фатальное несоответствие в теории: как может время для последовательности событий быть относительным? Не означает ли это, что Эйнштейн зашел в своих построениях слишком далеко, и его второй постулат приносит в жертву заветное понятие причинности? Причинность не подлежит обсуждению, потому что вся физика основывается на ней. Нам

не хочется думать, что результаты (последствия) возникли без причин. Не в силу некоторых ограниченных научных предрассудков, а потому, что это может привести к катастрофическим противоречиям, нарушающим любое чувство реальности. Представьте себе, кто-то стреляет из пистолета и убивает кого-то другого. Если мы перевернем ситуацию так, что сначала увидим убитого человека и только позднее выстрел из пистолета. Тогда мы, в принципе, можем вмешиваться в целых «предотвращения» рокового выстрела, хотя жертва уже мертва... Это абсурдно.

Для оценки происходящего в специальной теории относительности, где, по-видимому, мы сталкиваемся с утратой причинности, мы сначала должны сделать отступление, чтобы получить возможность взглянуть глубже. Это касается свойств скоростей, которые следуют из постулатов Эйнштейна.

#### Сложение скоростей по Ньютону

Мы начнем с описания ньютоновского взгляда на проблему сложения скоростей с точки зрения разных наблюдателей. Рассмотрим следующий мысленный эксперимент. На диа-



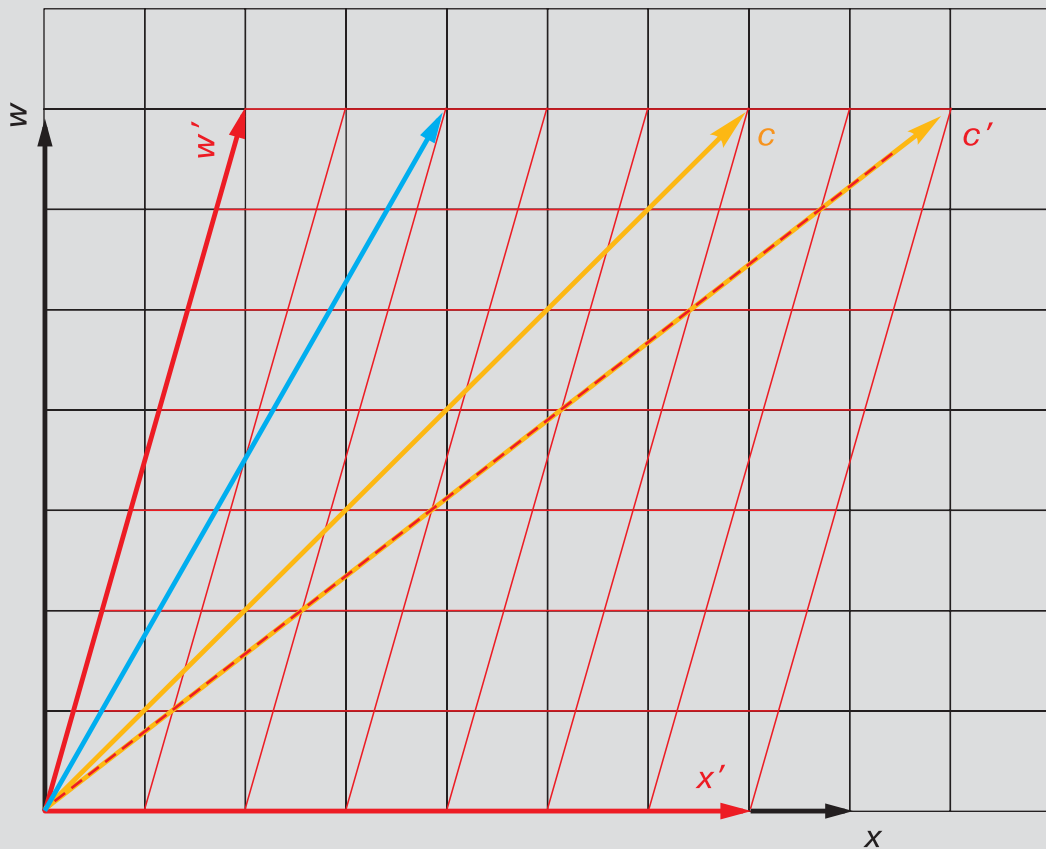


Рис. 13

грамме 13 красная стрелка описывает красный супер синкассен<sup>1</sup>, движущийся со скоростью  $2/7 c$  — две седьмых скорости света. В поезде голубоглазая девушка бежит вперед, также со скоростью  $2/7 c$  (т. е. две седьмых от скорости, представленной желто-красной стрелкой<sup>2</sup> справа, для наблюдателей в красной системе отсчета). Результатом сложения скоростей в черной системе отсчета является синяя стрелка, и эта стрелка соответствует скорости  $2/7 c + 2/7 c = 4/7 c$  (относительно желтой стрелки, которая представляет собой скорость света в черной системе отсчета). Это находится в прекрасном согласии с нашими наивными (ньютоновскими) ожиданиями.

Обратимся теперь к тем же упражнениям с точки зрения Эйнштейна.

## Сложение скоростей по Эйнштейну

Рассмотрим теперь подобный эксперимент с точки зрения теории относительности. На

этот раз красный поезд движется со скоростью  $v = 1/2 c$ , и голубоглазая девушка движется вперед в поезде с  $u' = 1/2 c$ . Поезду соответствует направленная вперед красная мировая линия: потому что он движется со скоростью равной половине скорости света, и две нижние черные обоюдоострые стрелки должны быть одинаковой длины. Мы также знаем, что скорость света — одна и та же для наблюдателей в красном поезде и для нас (наблюдателей в черной системе отсчета), так что существует только одна желтая стрелка, отображающая световой импульс. А как мы должны изобразить синюю мировую линию девушки?

Пусть что-то движется в красной системе отсчета со скоростью, равной половине скорости света. Тогда за любой момент времени объект пройдет половину расстояния, проходимого световым импульсом за то же время в той же системе отсчета. В поезде расстояния измеряются вдоль красного  $x'$ -направления, а не вдоль черных горизонтальных линий. Вот почему синяя стрелка нарисована таким образом, что две красных обоюдоострых стрелки имеют равную длину. Подразумевается, что по  $x'$ -направлению синий объект в любой момент времени действительно прошел половину пути светового импульса. Вопрос, на который мы должны сейчас ответить таков: какой скорости соответствует эта синяя стрелка в черной системе отсчета, то есть для

<sup>1</sup> В оригинале — Super Shinkansen. Автор имеет ввиду первый в мире японский высокоскоростной поезд Синкансен, построенный в 1964 г. Это название вошло как термин во французский и в английский языки: французы и англичане именуют «синкансенами» свои высокоскоростные поезда. — *Прим. ред.*

<sup>2</sup> Это скорость света в красной системе отсчета. — *Прим. перев.*

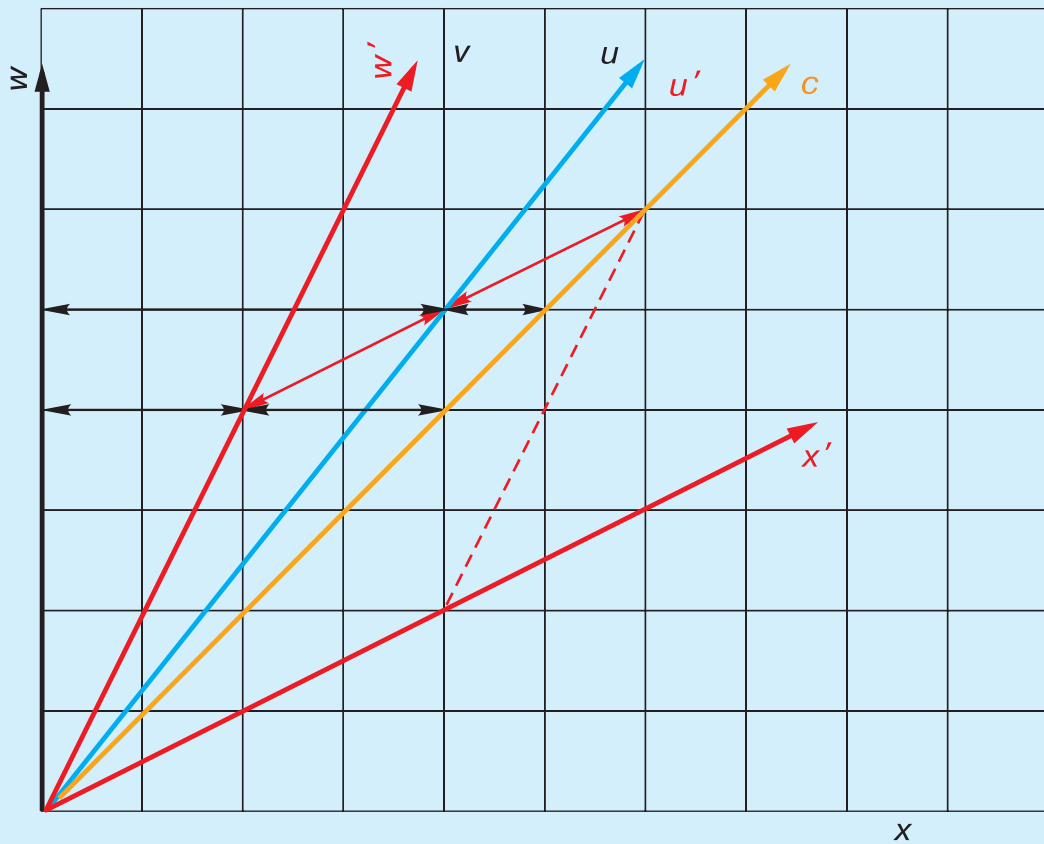


Рис. 14

неподвижного наблюдателя? Из диаграммы 14 можно сразу сделать некоторые качественные, но бесспорные заключения. Скорость, изображаемая синей стрелкой, *не* равна наивно ожидаемой  $1/2 c + 1/2 c = c$ . Очевидно, она *меньше*, чем скорость света. На самом деле, это совершенно очевидно из построения. Если голубоглазая девушка бежит в поезде с любой скоростью, меньшей  $c$ , она всегда будет двигаться со скоростью, меньшей  $c$  для наблюдателей в черной системе отсчета. Это важно! И наоборот, если она будет двигаться со скоростью света, то она будет двигаться с такой же скоростью для всех наблюдателей, в полном соответствии со вторым постулатом Эйнштейна.

Мы можем пойти дальше и спросить, что произойдет, если голубоглазая девушка бросит вперед зеленый бейсбольный мяч со скоростью, меньшей  $c$ . С помощью таких же рассуждений придем к выводу, что скорость мяча всегда будет меньше  $c$  и для черных наблюдателей тоже. Эти наблюдения приводят к поразительным выводам: при сложении произвольного числа скоростей, каждая из которых меньше  $c$ , никогда нельзя получить скорость большую или даже хотя бы равную  $c$ . Короче говоря, теория относительности утверждает: существует максимальная скорость, с которой объекты могут перемещаться, и она равна скорости света. Эта скорость универсальна в том смысле, что она одинакова для всех наблюдателей. Это сравнительно

просто продемонстрировать, но одновременно мы имеем одно из самых удивительных и противоречивых следствий постулатов Эйнштейна. В конце концов, представьте частицу, движущуюся почти со скоростью света. Можем ли мы немного подтолкнуть ее так, чтобы она преодолела скорость света? Ответ отрицательный. В главе 6 мы вновь рассмотрим это явное противоречие.

Давайте, наконец, вернемся к голубоглазой девушке и определим из диаграммы скорость, которую она имеет в черной системе отсчета. Мы можем получить ответ, сравнивая длины горизонтальных черных стрелок, заканчивающихся на синей мировой линии. Они указывают, что скорость должна быть равна  $4/5 c$ . Так, релятивистский закон сложения скоростей должен согласовываться с формальной записью  $1/2 c <+> 1/2 c = 4/5 c$ . Из этого мы можем сделать вывод, что физическое сложение, обозначенное здесь знаком « $<+>$ », не соответствует стандартной математической операции сложения « $+$ ».

К настоящему моменту мы получили все важные качественные характеристики скорости, резко противоречащие ньютоновской теории, но которые устанавливает специальная теория относительности. Ниже вы сможете изучить общую формулу, количественно описывающую эффекты, которые мы только что обсудили.



## Краткая хронология Эйнштейна до “Года чудес” 1905

- 1879. Родился в Ульме, Германия.
- 1888. Поступил в Луитпольдовскую гимназию (средняя школа) в Мюнхене.
- 1895. Покинул гимназию без диплома.
- 1896. Получает диплом Кантональной школы в Аарау, Швейцария. Поступает в Высшее техническое училище (Политехникум) в Цюрихе.
- 1900. Выпускник Политехникума, не может найти преподавательскую работу.
- 1902. Начинает работать в патентном бюро в Берне в качестве технического эксперта.
- 1903. Женится на Милеве Марич.
- 1905. 17 марта: Статья о существовании квантов света (фотоэффект).  
11 мая: Статья о броуновском движении.  
30 июня: Статья о специальной теории относительности.  
27 сентября: Вторая статья о специальной теории относительности, содержащая соотношение  $E=mc^2$ .  
19 декабря: Вторая статья о броуновском движении.

## Магическая формула сложения

В этом разделе получим количественный ответ на следующий вопрос: если красный поезд едет вдоль платформы с заданной скоростью  $v$ , а в поезде голубоглазая девушка бежит со скоростью  $u'$ , то какова скорость

девушки  $u$  по отношению к платформе? Для того чтобы найти ответ, мы будем использовать некоторые простые соотношения планиметрии для свойств подобных треугольников.

Для построения общего выражения для  $u$  через  $u'$  и  $v$  мы рассмотрим серию из пяти шагов, используя свойство *подобия* двух зеленых треугольников на диаграмме (рис. 15), где подобие означает, что треугольники имеют одинаковую форму, но не одинаковые размеры. Типичное свойство двух подобных треугольников заключается в том, что отношения длин соответствующих сторон равны. Я надеюсь, что вы готовы к некоторым алгебраическим упражнениям. Если нет — не беспокойтесь: вы можете их пропустить и перейти к формуле, полученной ниже, и к комментариям к ней.

1. Два зеленых треугольника подобны, потому что они могут быть получены друг из друга последовательностью из двух простых преобразований. Одним из них является отражение относительно линии, перпендикулярной к желтой линии, и проходящей через точку, где соприкасаются три треугольника. А второе преобразование — простое масштабирование.
2. В большом зеленом треугольнике отношение двух перпендикулярных сторон  $s/a$  равно пути, пройденному поездом  $s = vt$ , деленному на путь, пройденный световым

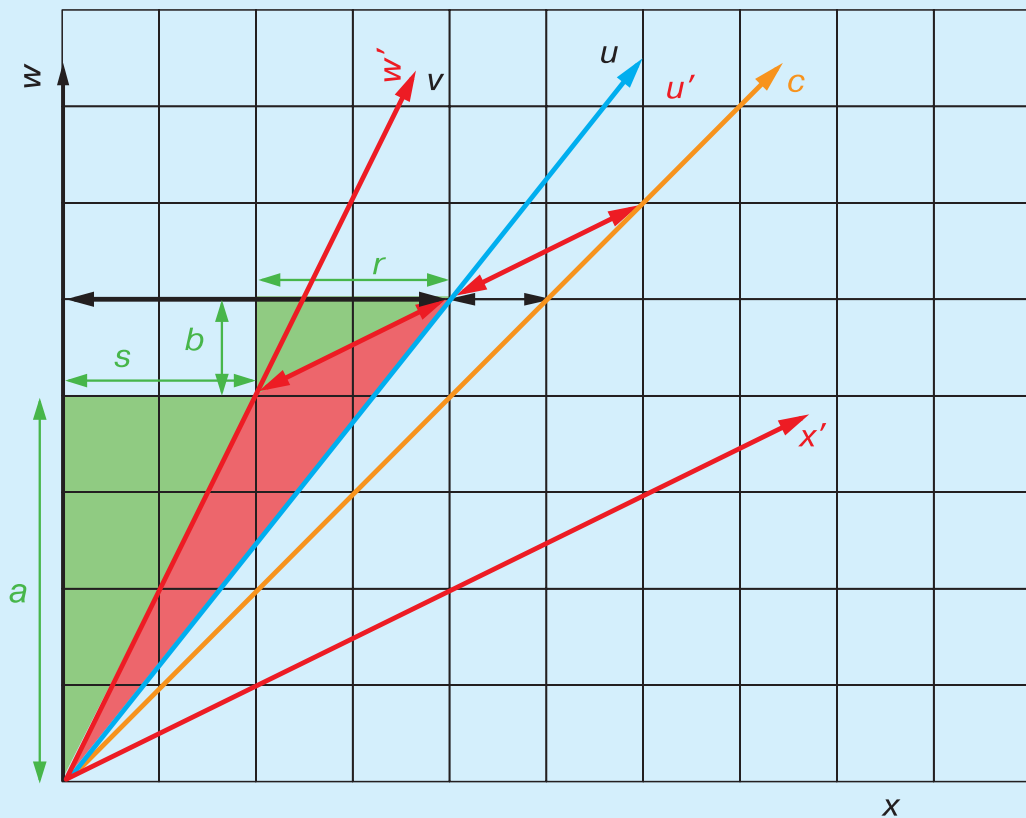


Рис. 15

лучом за то же время  $a = ct$ . Это отношение равно  $v/c = \beta$ , и не зависит от выбранного момента времени.

3. Тогда отношения соответствующих сторон для двух зеленых треугольников равны  $r/a = b/s$ . Это соотношение может быть получено путем сравнения двух длинных сторон, которые одновременно являются сторонами красного треугольника. Рассуждая с точки зрения наблюдателя в красной системе отсчета, можно увидеть, что соотношение короткой и длинной красных сторон, по определению,  $u'/c$ . Это следует из тех же соображений, которые мы использовали в пункте 2, но теперь уже для красной системы отсчета. Длинная сторона в красном треугольнике представляет собой расстояние, которое свет покрывает в красной системе отсчета, оно равно сумме двух коротких красных обоюдоострых стрелок. Короткая сторона или левая из двух красных стрелок — это расстояние, пройденное за то же время девушкой в поезде. Тогда  $b/s = u'/c$  и также  $r/a = u'/c$ . Умножая обе части первого уравнения на  $s$ , а второго на  $a$ , получим  $b = u's/c$  и  $r = u'a/c$ .

4. Скорость  $u$ , которую мы хотим определить, также удовлетворяет простым соотношениям в черной системе отсчета. Используя аргументы, аналогичные приведенным в пункте 2, видим, что из треугольника, включающего черную  $w$ -ось,

черную обоюдоострую стрелку и синюю стрелку, получим  $u/c = (s + r)/(a + b)$ .

5. Мы это сделали! Просто подставьте выражения для  $b$  и  $r$ , найденные в пункте 3, в уравнение пункта 4, а затем используйте результат  $s/a = v/c$  пункта 2, чтобы воспроизвести известный результат, впервые полученный Эйнштейном.

Это — знаменитая формула Эйнштейна для сложения скоростей

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}}.$$

Выполняя всю эту геометрическую работу, не забываем исследовать результат, проверяя, согласуется ли он с качественными соображениями предыдущего раздела.

- Если подставим значения  $v = 1/2 c$  и  $u' = 1/2 c$ , которые были использованы в предыдущем примере, мы увидим, что чертеж не подвел нас: мы получим  $u = 4/5 c$ , как и ранее, когда мы просто рассматривали диаграмму.
- Если скорости  $u'$  и  $v$  гораздо меньше скорости света, так что оба отношения  $u'/c$  и  $v/c$  намного меньше единицы, мы придем к восстановлению старого доброго ньютоновского результата. Для малых значений  $u'$  и  $v$  член  $u'v/c^2$  в знаменателе будет много меньше единицы, и поэтому можно спокойно им пренебречь по срав-

нению с единицей, находящейся рядом с ним. Получаем результат, ожидаемый нами в соответствии с формулой Ньютона,  $u = u' + v$ . Это подчеркивает тот факт, что физика Ньютона — в некотором смысле частный случай физики Эйнштейна, а не наоборот.

- Если мы положим  $u'$  равным  $c$ , то формула приводит к  $u = c$  для *любого* значения  $v$ . Это — только перефразирование заявления, что скорость света одинакова для всех наблюдателей. Даже складывая дважды  $c$ , по-прежнему получаем  $u = c$ .

Почему правило сложения скоростей, такое простое в ньютоновской ситуации, настолько сложно у Эйнштейна? Причина в том, что скорость определяется как разность координат  $\Delta x$  (расстояние), деленная на  $\Delta t$  (затраченное время). Для Ньютона время является универсальным, так что  $\Delta t$  не меняется, и только  $\Delta x$  зависит от изменения системы отсчета. В теории Эйнштейна и  $x$ , и  $t$  преобразуются нетривиально, что и приводит к нелинейности в формуле сложения.

## Причинность восстановлена

Вооруженные утверждением, что скорость не может превышать скорость света, мы можем вернуться к нашему спорному случаю убийства (на стр. 35), который мы оставили неразрешенным. Тот факт, что ничто не может двигаться быстрее света, предполагает,

что последствия определенного события никогда не могут распространяться в пространстве-времени со скоростью выше, чем  $c$ . На диаграмме 12 мы уже указывали, что это означает в нашем простом мире одного пространственного направления и одного временного направления. Событие 1 (рис. 16) может причинно повлиять только на последующие события, расположенные внутри желтого клина, который ограничен мировыми линиями двух световых импульсов, движущихся в положительном и отрицательном направлении  $x$  (которые одинаковы для всех наблюдателей). В конце концов, скорость, с которой распространяется влияние события, всегда будет меньше, чем  $c$ . Так как в реальности мы имеем дело с тремя пространственными измерениями, а не с одним, то на самом деле, должны понимать, что это — конус (аналог клина, но более высокой размерности). Поэтому такой клин обычно называют *световым конусом* будущего.

Если, с другой стороны, мы зададим вопрос: какие события могут повлиять на данное событие, скажем, событие 2? Тогда по тем же соображениям, они должны быть расположены сзади или в световом конусе прошлого, закрашенном темно-желтым цветом. Заметьте, что световые конусы будущего и прошлого одинаковы во всех инерциальных системах отсчета. Конусы являются универсальными: они относятся к событию, а не к

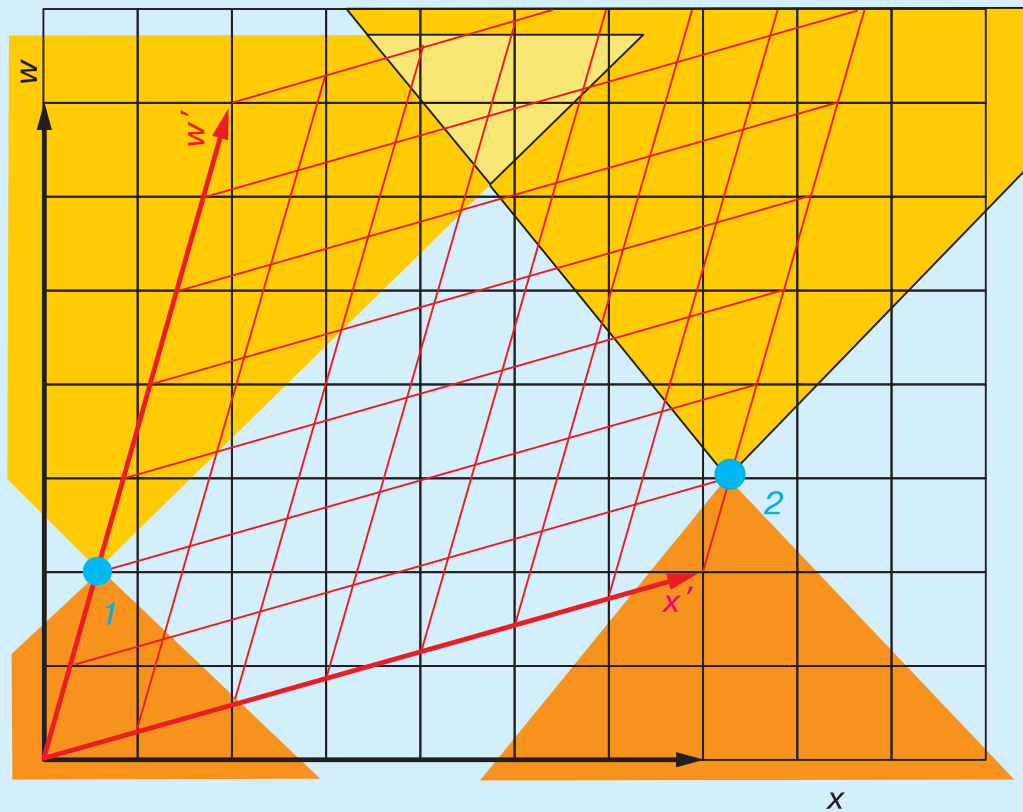


Рис. 16

конкретному наблюдателю. Однако, любая точка  $P$ , расположенная *вне* световых конусов, скажем, для события  $1$ , может в зависимости от конкретной скорости наблюдателя, проходящего через  $1$ , лежать в будущем, прошлом или настоящем для этого наблюдателя. Но эта неопределенность в заданный момент не существенна, потому что нет такого сигнала, который может пройти между точкой  $1$  и точкой  $P$ . Поэтому не может быть

никакой причинной связи между событиями в точках  $1$  и  $P$ .

Теперь, если мы вернемся к нашей проблеме причинности на стр. 35 и диаграмме 12, то увидим, что события  $1$  и  $2$  находятся вне световых конусов друг друга. Таким образом, причинность спасена от гибели. В случае, интересующем нас, — ужасный Найджел не мог убить тетю Августу!

## 4. Растяжения и сжатия

*Все должно быть сделано так просто, как это возможно, но ни на йоту проще.*

### Простите, не могли бы вы сказать мне, сколько времени?

Одновременность относительна: какие из событий происходят в одно время — это зависит от вашей системы отсчета, и определяется вашей скоростью. Глядя на диаграмму 17, можно было бы задать следующий вопрос: сколько сейчас времени в точке  $w'$ ? Для черного наблюдателя  $w'$  является одновременно с  $w = 5$  единицам, а для красного наблюдателя это одновременно с  $w' = 3,3$  единицы. Кажется, это другая загадка. Мы не должны удивляться — ведь одновременность относительна, и в приведенном выше примере все наблюдатели используют черные часы. Интересный вопрос, конечно, какому времени по красным часам соответствует  $w'$ , и как это связано со временем, установленным для этого же события в черной системе отсчета.

Мы можем быть уверены в одном: если красный наблюдатель поставил свои часы на нуль в начале координат, они будут показывать некоторый конкретный момент времени (конкретное время) для  $w'$ . Для того, чтобы выяснить какое, мы используем постулат теории относительности.

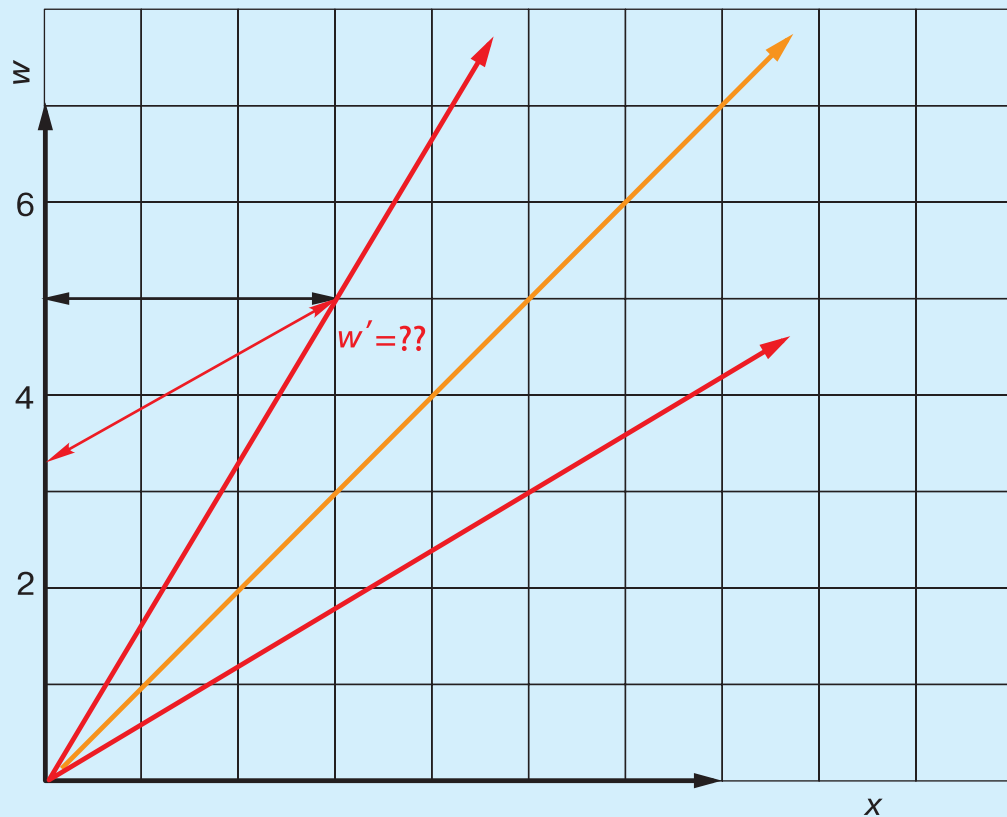
### Замедление времени

Проблему, возникшую в предыдущем разделе, можно решить, применяя принцип относительности к тактовым частотам часов<sup>1</sup> двух инерциальных наблюдателей, движущихся со скоростью  $v$  по отношению друг к другу. Два интересующих нас наблюдателя имеют идентичные часы с установленным нулем в начале координат и собственными шкалами времени на их мировых линиях. Мы увидим, что скорость хода (частота) этих часов должна отличаться некоторым множителем  $\gamma$  (гамма), который зависит от относительной скорости  $v$ , или скорее, мы должны ввести безразмерный параметр  $\beta = v/c$ . Мы также знаем, что тактовые частоты должны стать равными, когда  $v$  стремится к нулю.

Обращаясь к диаграмме 18, положим  $w' = \gamma w^*$ . Теперь относительность диктует, что должно также быть верно равенство  $w = \gamma w'$ , так как существует единственная

---

<sup>1</sup> Автор использует термин clock rates, т. е. темпы хода часов, скорости хода часов; мы используем термин тактовые частоты, который хорошо отражает смысл данного понятия. — *Прим. перев.*





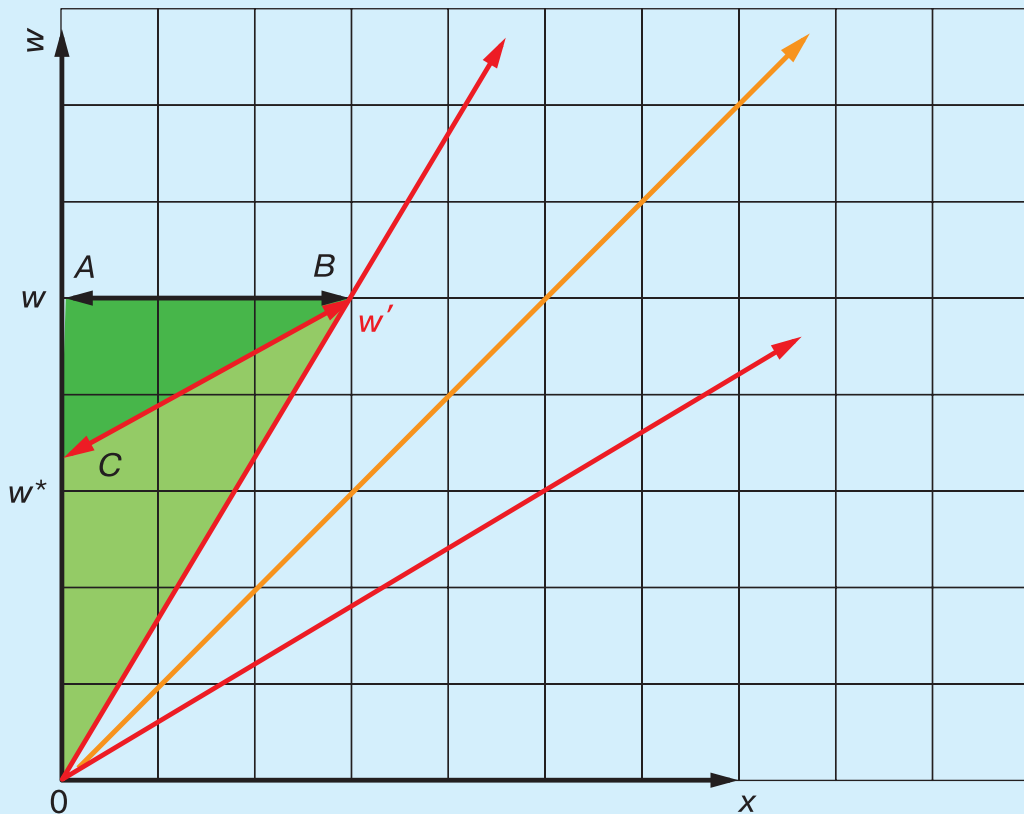


Рис. 18

относительная скорость, и ситуация должна быть полностью симметричной для обоих наблюдателей. Подставляя  $w'$  в выражение для  $w$ , мы получим соотношение  $w = \gamma^2 w^*$ , где и  $w$  и  $w^*$  относятся к одним и тем же часам в черной системе координат. Есть один бесспорный факт, который мы уже привели в этом пункте: на рисунке мы видим, что  $w$  больше, чем  $w^*$ , из этого следует, что  $\gamma^2$ , а также сам множитель  $\gamma$ , должны быть больше единицы.

Из  $w' = w/\gamma$  следует, что  $w'$  должен быть меньше, чем  $w$ . Это означает, что *движущиеся часы идут медленнее*; результат, довольно причудлив и очень важен.

В самом деле, из диаграммы можно было бы сделать вывод, что  $w' > w$ , и тот факт, что это не так, буквально означает, что мы должны масштабировать наклонные оси движущейся системы отсчета<sup>1</sup>.

Если вы — человек упорный, то, конечно, захотите узнать, насколько медленнее идут движущиеся часы. И опять это можно рассчитать, используя некоторую элементарную геометрию на плоскости, как мы сейчас и продемонстрируем.

Если вы не хотите трудиться над деталями пошагового вывода, можете перейти прямо к

полученной формуле и комментариям, которые следуют из нее.

Рассмотрим на диаграмме 18 два зеленых прямоугольных треугольника: большой  $ABO$ , и, частично перекрывающийся с ним, меньший  $ABC$ , более темного цвета.

1. Эти треугольники снова подобны, следовательно, отношения соответствующих сторон равны. Из этого наблюдения следует, что  $AB/AO = AC/AB$ .
2. Во-первых, заметим, что  $AB/AO = v/c = \beta$  и  $AO = w$ , так, что  $AB = wv/c = \beta w$ . На рисунке мы можем также непосредственно видеть, что  $AC = w - w^*$ . Подставляя эти выражения в уравнение пункта 1, мы получаем  $\beta = (w - w^*)/\beta w$ .
3. Находим  $w$ , умножая обе стороны уравнения на  $\beta w$ , переносим все члены, содержащие  $w$ , в одну сторону и выносим  $w$  из скобок. Получаем формулу

$$w = w^*/(1 - \beta^2).$$

4. Вспоминая, что  $w = \gamma^2 w^*$ , находим, что коэффициент масштабирования  $\gamma$  задается (положительным) квадратным корнем дроби  $1/(1 - \beta^2)$ .

Мы получаем, что соотношение между тактовыми частотами определяется по формуле:

$$w' = w \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

<sup>1</sup> Т. е. использовать другой масштаб наклонных осей. — Прим. перев.

Теперь прокомментируем некоторые характерные черты этой замечательной формулы. Мы видим, как говорили ранее, что, действительно,  $w'$  всегда меньше, чем  $w$ , поскольку выражение под корнем всегда меньше единицы (так как  $v$ , конечно, меньше  $c$ ). Хорошо видно, что  $w' = w$ , если  $v = 0$ , и, возможно, менее хорошо видно, что  $w'$  стремится к 0 при  $v$  стремящемся к  $c$ . Другими словами, часы, движущиеся со скоростью света, не работают вообще! В такой уникальной системе отсчета понятие времени не существует: «косые» (наклонные) оси системы отсчета для движущихся наблюдателей мы можем нарисовать великолепно сливающимися в одну линию, на которой различие между пространством и временем полностью утрачивается.

**Примечание.** Выше для наших расчетов мы использовали старую добрую евклидову геометрию на плоскости. Можно было усомниться в том, правильно ли использовать понятия евклидовского подобия в данном контексте, где мы сравниваем различные пространственно-временные системы отсчета. Применимы ли правила евклидовой геометрии в пространственно-временной плоскости? На самом деле, причина не в том, что красная система отсчета выглядит как косая (наклонная), а в том, что единицы по красной оси должны иметь другой масштаб. Тем не менее, соответствующие стороны треугольников мы всег-

да сравнивали, как принадлежащие одной системе отсчета. В отношениях сторон одного цвета коэффициенты масштабирования будут сокращаться, и, следовательно, эти отношения могут быть приравнены друг к другу.

Мы видели, что пространственно-временные диаграммы — чрезвычайно сильный помощник в понимании относительности. Несмотря на это, они никогда не декларируют эквивалентности инерциальных систем отсчета непосредственно, *в простой* картинке. Но подобная асимметрия между системами отсчета все же существует в алгебраических конструкциях, где используется формула, подобная той, которую мы получили для замедления времени.<sup>1</sup>

## Эффект Доплера

Пусть духовой оркестр играет на грузовике «Когда святые...». Высота тона будет выше, если грузовик движется к нам, и ниже, когда грузовик удаляется. Это изменение высоты

---

<sup>1</sup> Автор использует термин «time dilation», который строго говоря, надо переводить, как «растяжение времени». Однако, на самом деле речь идет об *увеличении (растяжении) промежутков времени*, т.е. время в движущейся системе отсчета как бы замедляется по сравнению со временем в неподвижной системе отсчета. Поэтому принято говорить о «time dilation», как о замедлении времени. Именно так всюду ниже мы переводим этот термин. — *Прим. ред.*

тона или частоты в зависимости от относительной скорости источника и наблюдателя, называется *эффектом Доплера*. Это относится ко всем волновым явлениям: волнам на воде, звуку, а также свету. И во всех случаях эффект зависит от разницы в скоростях между источником и наблюдателем.

На диаграмме на рис. 19 мы изобразили движущийся источник света, который вспыхивает с частотой  $f_s$ . Как вы можете видеть, неподвижный наблюдатель получает световые сигналы с другой частотой, и вопрос состоит в том, какую частоту  $f_o$  он измерит. Частота — это число вспышек в секунду. Так из диаграммы мы видим, что  $f_s = 4/w'_o$  и что  $f_o = 4/w_1$ .

Это означает, что отношение наблюдаемой частоты к испускаемой равно  $f_o/f_s = w'_o/w_1$ . Формула для замедления времени говорит нам, что  $w_o = \gamma w'_o$ . Из диаграммы имеем:  $w_1 - w_o = \beta w_o$ , потому что это расстояние равняется длине горизонтальной стрелки, которая является расстоянием, пройденным источником за время  $w_o$  со скоростью  $\beta c$ .

Отсюда заключаем, что  $w_1 = (1 + \beta) w_o = (1 + \beta)\gamma w'_o$ . Следовательно, для релятивистского эффекта Доплера имеем:

$$\frac{f_o}{f_s} = \frac{1}{(1+\beta)\gamma} = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}.$$

**Головоломка:** Показать, что мы получаем нерелятивистский случай, подставляя  $\gamma = 1$  в

вышеприведенную формулу, которая затем может быть использована для духового оркестра, если в выражении для  $\beta$  заменить  $c$  на скорость звука.

## Парадокс близнецов

Парадокс близнецов иллюстрирует проявление эффекта замедления времени, а именно, то, что движущиеся часы идут медленнее. Замедление времени как реальный физический эффект представляется нам в виде еще одного парадокса. В конце концов, можно ли сказать, что относительность — это относительность движения? Пусть часы путешественника *A* идут медленнее, чем часы наблюдателя *B*, потому что *A* движется относительно *B*. Но не должны ли мы на тех же основаниях также потребовать, чтобы часы *B* шли медленнее, чем часы *A*, так как *B* движется по отношению к *A*. Это парадокс, лежащий в основе следующего мысленного эксперимента.

Двум одинаковым близнецам Норе и Вере даны одинаковые, прекрасно калиброванные часы. Затем Вера отправилась в космическое путешествие, двигаясь по галактике с большой скоростью, чтобы потом вернуться домой после долгого путешествия. Нора сидит дома. В какой-то момент Вера возвращается. Так как она движется, ее часы идут более медленно, и поэтому для нее прошло меньше времени с момента ее отлета. Она

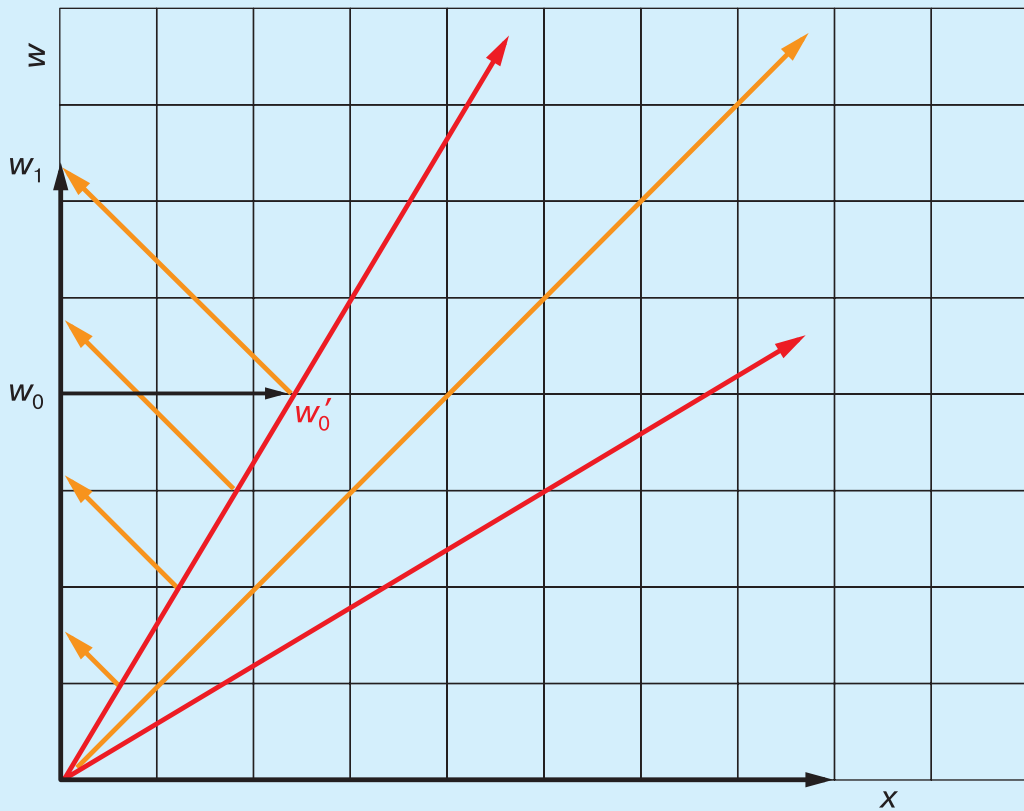


Рис. 19

найдет свою сестру гораздо более состарившейся, чем она сама. В зависимости от продолжительности путешествия и относительной скорости этого путешествия, она может даже обнаружить, что Нора давно умерла! А это уже драма.

Это блестящая выдумка или суровая реальность? И если реальность, то как мы тогда можем примирить эту асимметрию с основным постулатом теории относительности? Вот в чем вопрос! Да, это верно. Асимметрия становится понятной, если мы внимательно рассмотрим путешествие, схематично изображенное на диаграмме рис. 20. Наблюдателем, движущимся вдоль черной  $w$ -оси, должна быть, несомненно, Нора, которая находится дома, в покое, и ждет возврата сестры. Довольно скучная поездка Веры в красном космическом корабле состоит из двух симметричных частей: сначала она удаляется со скоростью  $v$ , а затем поворачивает (мгновенно) и возвращается домой со скоростью  $-v$ .

Поскольку замедление времени зависит только от квадрата скорости, ее часы замедляются одинаково по дороге туда и по дороге обратно. В соответствии с формулой замедления времени из предыдущего раздела, когда по покоящимся часам Норы, скажем, прошло  $t_1 = 30$  лет, для Веры прошло только  $t'_1$  лет, где  $t'_1 = t_1 \sqrt{1 - \beta^2}$ .

Выбирая  $v$  подходящим образом, путешествующий близнец может сделать  $t'_1$  таким малым, как ему захочется. Например, выбирая  $v = 4/5 c$ , получим  $t'_1 = 3/5 t_1 = 18$  лет!

Диаграмма показывает, где возникает асимметрия. Как раз перед точкой поворота, Вера считает, что  $w_a$  — «одновременное с ней время», но спустя бесконечно малый отрезок времени она видит как «одновременное» уже  $w_b$ . Она как-то мгновенно перепрыгнула от  $w_a$  к  $w_b$  — или, что более реалистично, считая, что кривая немного сглажена, несется чрезвычайно быстро в интервале между временами  $w_a$  и  $w_b$ . Это положение не относится к теории относительности, потому что скорость Веры *изменяется*. Она испытывает очень быстрое торможение, и может это объективно определить. Так же, как Вы это сразу чувствуете в машине, которая резко тормозит. Ее сестра Нора не испытывает ничего при этом торможении, и именно здесь возникает асимметрия. Это различие является тем, что разрешает парадокс.

Ясно, что такая драматическая асимметрия неизбежна, если одна сестра должна остаться в покое (дома), и мы хотим, чтобы сестры встретились снова для сравнения их фактического возраста. Некоторые эксперты в связи с этим скажут, что разница во времени вызвана ускорением, и не является только эффектом специальной теории относитель-

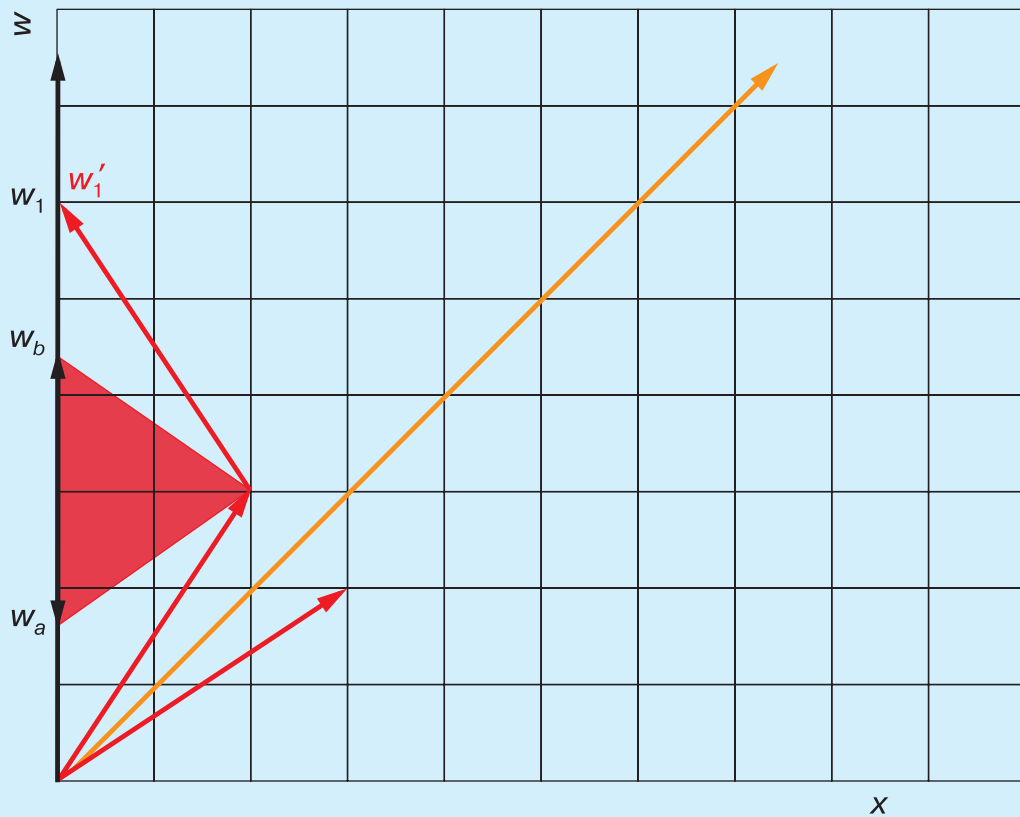


Рис. 20

ности. И все же, в целом, полный эффект напрямую зависит от относительной скорости этих двух наблюдателей и продолжительности путешествия. Мы можем приблизительно описать это явление, суммируя произвольно выбранные мелкие сегменты, на которых путешествующий близнец движется с различными, но постоянными относительно покоящейся сестры, скоростями. Кроме того сглаживание острого угла оказывает влияние, никак не связанное с длиной пути, и поэтому может считаться сколь угодно малым.

Наиболее важным является то, что парадокс близнецов — это совершенно реальный физический эффект, для которого существуют прямые экспериментальные подтверждения. В 1971 году были проведены эксперименты, в которых очень точные атомные часы были отправлены в путешествие вокруг Земли в реактивном самолете со средней скоростью около 600 миль в час. В результате в полном соответствии с формулой Эйнштейна была зафиксирована маленькая, но существенная разница по сравнению с показаниями таких же часов, которые оставались в лаборатории. Расчеты для этого частного случая также иллюстрируют парадоксальное общее свойство, заключающееся в том, что если два человека путешествуют по произвольным участкам мировых линий и потом встречаются, то путешественник, который прошел «длинную» мировую линию, окажется более молодым.

Эффект замедления времени можно проверить очень простым способом, используя нестабильные элементарные частицы, подобные мюонам, которые самопроизвольно распадаются и имеют конечные (усредненные) времена жизни. Было обнаружено, что время жизни действительно зависит от скорости, которую имеют эти частицы по отношению к лабораторной (покоящейся) системе отсчета (в которой это время жизни покоящихся частиц было определено). Эти эксперименты обеспечивают очень точное подтверждение предсказаний Эйнштейна. Они также подчеркивают, что эффект действительно относится к сфере специальной теории относительности, так как в этом эксперименте нет никакого ускорения, и все же время жизни различается в разных системах отсчета.

Это может быть потому, что фактически измерения времени и расстояния проводятся в лабораторной системе отсчета, а затем сравниваются с результатами измерения времени в системе отсчета распадающейся частицы (для которой сама частица выступает в качестве своеобразных часов).

Так эффекты замедления времени, как следствие специальной теории относительности, и относительность одновременности, в частности, являются столь же реальными, как закон природы, который гласит, что частица будет ускоряться, если на нее действует сила.



## Головоломки:

1. Представьте себе, что Нора и Вера посылают световые сигналы друг другу со скоростью один импульс в секунду. Нарисуйте световые лучи на диаграмме и обсудите, как сестры воспринимают последовательность сигналов друг друга. Здесь «настоящая» асимметрия и проявится.
2. Нарисуйте диаграмму для экспериментов с распадающимся мюоном, чтобы показать, что она позволяет проверить эффект замедления времени. Предположите, что скорость мюона составляет  $1/2\ c$ .

## Преобразования Лоренца

Мы все время говорили о системах отсчета, которые связаны с различными системами координат, такими как черная или красная координатные сетки. Полезно задать важный общий вопрос для ситуации, где есть две системы координат, принадлежащих двум группам инерциальных наблюдателей (перемещающимся с постоянной скоростью друг относительно друга).

Пусть есть событие  $P$ , имеющее координаты  $(w, x)$  в черной (неподвижной) системе отсчета и координаты  $(w', x')$  в системе отсчета, перемещающейся с параметром скорости  $\beta = v/c$ . Каково общее соотношение между координатами  $(w, x)$  и  $(w', x')$  в этих системах отсчета? Другими словами, мы ищем выражения для  $w$  и  $x$  через  $w'$  и  $x'$  (или наоборот).

Если кто-то говорит нам, «когда и где» некое событие происходит в одной системе отсчета, тогда можно непосредственно вычислить «когда и где» оно происходит в другой системе отсчета. Не удивительно, что это соотношение будет зависеть от  $\beta$ . Ответ может быть получен из диаграмм, которые мы создадим, используя геометрические аргументы подобные тем, которые мы использовали. Этим мы и собираемся сейчас заняться.

Искомые соотношения являются известными *преобразованиями Лоренца*, которые позволяют преобразовывать выражения из одной инерциальной системы отсчета в другую. Мы уже сталкивались с простым примером этого в разделе, посвященном замедлению времени, в котором присутствовала связь между  $w'$  и  $w$ .

Вывод соотношений между двумя координатными системами приведен на следующей странице. Конечно, вы можете его пропустить, если вы интересуетесь только результатом и его следствиями.

Мы можем легко получить требуемые соотношения из диаграммы рис. 21, используя пропорциональность, и, в некоторых случаях, равенство сторон зеленых треугольников.

1. Событие  $P$  отмечено синим цветом, и в красных координатных осях мы указали, что его координаты —  $w'$  и  $x'$ . Для чер-



- ных осей мы обозначили его координаты в неподвижной системе отсчета как  $w$  и  $x$ .
2. Из прямоугольных треугольников на диаграмме мы получим:  $w = a + b$  и  $x = r + s$ .
  3. Ранее мы широко использовали обозначения  $s/a = b/r = v/c = \beta$ . В разделе о замедлении времени мы также показали, что  $a = \gamma w'$ , где  $\gamma$  определяется выражением, приведенным на стр. 50. Подставляя это в  $s/a = \beta$ , получим  $s = \beta \gamma w'$ . Из подобия больших и маленьких треугольников следует  $r = \gamma x'$  и  $b = \beta r = \beta \gamma x'$ .
  4. Теперь необходимо сделать следующее. Подставим выражения, полученные на шаге 3, в выражения шага 2. Непосредственно получим:  $w = a + b = \gamma w' + \beta \gamma x'$ , и аналогично —  $x = r + s = \gamma x' + \beta \gamma w'$ . Эти простые преобразования для перехода от пространственно-временных координат  $(w', x')$  к координатам  $(w, x)$  действительно обладают всеми ожидаемыми свойствами симметрии, представленными на картинке. Они также показывают правильное поведение, если мы перейдем к пределу  $v \rightarrow 0$  (так что  $\beta \rightarrow 0$  и  $\gamma \rightarrow 1$ ).

Мы получили хорошо известные правила преобразования Лоренца:

$$w = \gamma w' + \beta \gamma x',$$

$$x = \gamma x' + \beta \gamma w'.$$

Это — фундаментальный результат огромной общности.

У этих правил преобразования имеется важное математическое свойство. Это преобразование называется линейным, потому что новые  $w$  и  $x$  выражаются как линейная комбинация старых  $w'$  и  $x'$ . (Это означает, что в формулы не входят более высокие порядки.) Коэффициенты  $\beta$  и  $\gamma$ , конечно, зависят от относительной скорости двух наблюдателей. Отметим также, что в нерелятивистском пределе получаем линейные преобразования Галилея:

$$w = w' \text{ и } x = x' + \beta w'.$$

Линейность преобразования отражает свойство пространства-времени, которое мы используем по умолчанию. Ранее мы говорили, что системы отсчета обладали таким свойством, как *однородность*, означавшая, что они не зависят от того, где или когда вы находитесь, и что пустое пространство-время выглядит одинаково вокруг любой точки. Это позволяет произвольно выбирать ноль системы координат. Это можно показать более явно следующим образом. Предположим, что мы выбрали точку  $(a, b)$  в качестве нового начала системы отсчета, это соответствует точке  $(a', b')$  в движущейся системе отсчета. Однородность — это требование, чтобы переход от  $(w', x')$  к  $(w, x)$  был таким же, как от  $(w' - a', x' - b')$  к  $(w - a, x - b)$ , и это приводит к утверждению, что преобразование является линейным.

Линейность — очень приятное свойство, оно гарантирует, например, что, если мы применяем два или более таких преобразований последовательно, то совокупный эффект является также линейным преобразованием.

Например, сначала мы переходим от системы отсчета человека на платформе к системе отсчета красного поезда с параметром  $\beta = \beta_1$ , затем мы переходим от системы отсчета поезда к системе отсчета голубоглазой девушки с параметром  $\beta_2$ . Если мы выполним преобразования одно за другим, то увидим, что результат будет таким же, как после единственного преобразования с параметром  $\beta_3$ , которое определяется по формуле Эйнштейна для сложения скоростей стр. 43, так, что  $\beta_3 = (\beta_1 + \beta_2) / (1 + \beta_1 \beta_2)$ . Под сложными нелинейными формулами суммирования скрывается не что иное, как простые линейные преобразования Лоренца.

Во многих учебниках преобразования Лоренца фактически приняты в качестве отправной точки для объяснения теории относительности. Это имеет смысл с исторической точки зрения с учетом того замечательного факта, что формулы преобразования были записаны примерно в 1900 г. голландским физиком Хендриком Антоном Лоренцем, еще до возникновения теории относительности. Они следуют из его анализа теории Максвелла — системы уравнений, которые дают единое описание электромагнитных явлений.

Лоренц сделал замечательное открытие, что уравнения Максвелла выглядят одинаково, если переход от нештрихованной к штрихованной системе координат осуществляется в соответствии с вышеприведенными преобразованиями. На языке физики и математики это означает, что уравнения Максвелла *инвариантны* относительно преобразований Лоренца.

Захватывающим является понимание того факта, что фундаментальные уравнения относительности были так или иначе уже записаны прежде, чем Эйнштейн к ним пришел. Очевидно, проблема была здесь не в том, чтобы дать правильный ответ, а в том, чтобы поставить правильный вопрос об их значении. Действительно, первоначальная интерпретация инвариантности была полностью совершенно иной. Считалось, что уравнения Максвелла имели простую и красивую форму только в особой неподвижной системе отсчета, которая покоилась относительно «эфира» — неуловимой субстанции, которая по предположению заполняла все пространство. Это была среда, которая, как полагали, необходима для прохождения электромагнитных волн (например, света или радиоволн). Глубокий и радикальный поворот в интерпретации произошел благодаря Эйнштейну, утверждавшему, что нет такого понятия, как эфир, и, как следствие, нет «выделенных» систем отсчета. Эта точка

зрения согласовалась с выводами знаменитого эксперимента Майкельсон и Морли, который был выполнен до появления теории относительности. В эксперименте они показали, что свет распространяется с одинаковой скоростью во всех направлениях. Это противоречило широко распространенной идее, что Земля находится в движении относительно эфира. Такой результат обеспечивал прямое экспериментальное подтверждение второго постулата Эйнштейна, хотя не совсем ясно, в какой степени сам Эйнштейн понимал это.

Важнейшим наблюдением стало то, что механика Ньютона была «инвариантна» относительно преобразований Галилея, которые мы ранее упоминали, тогда как теория электромагнетизма Максвелла оказалась инвариантной относительно совсем другого набора правил — преобразований Лоренца.

Для того чтобы был справедлив постулат теории относительности, утверждающий, что все физические уравнения должны иметь одинаковый вид для любого наблюдателя, движущегося с постоянной скоростью относительно данного наблюдателя, одна из этих двух теорий должна быть изменена.

Именно это понимание привело Эйнштейна к смелой ревизии ньютоновской механики, считавшейся неприкасаемой; он оставил неизменной теорию Максвелла.

### Головоломки:

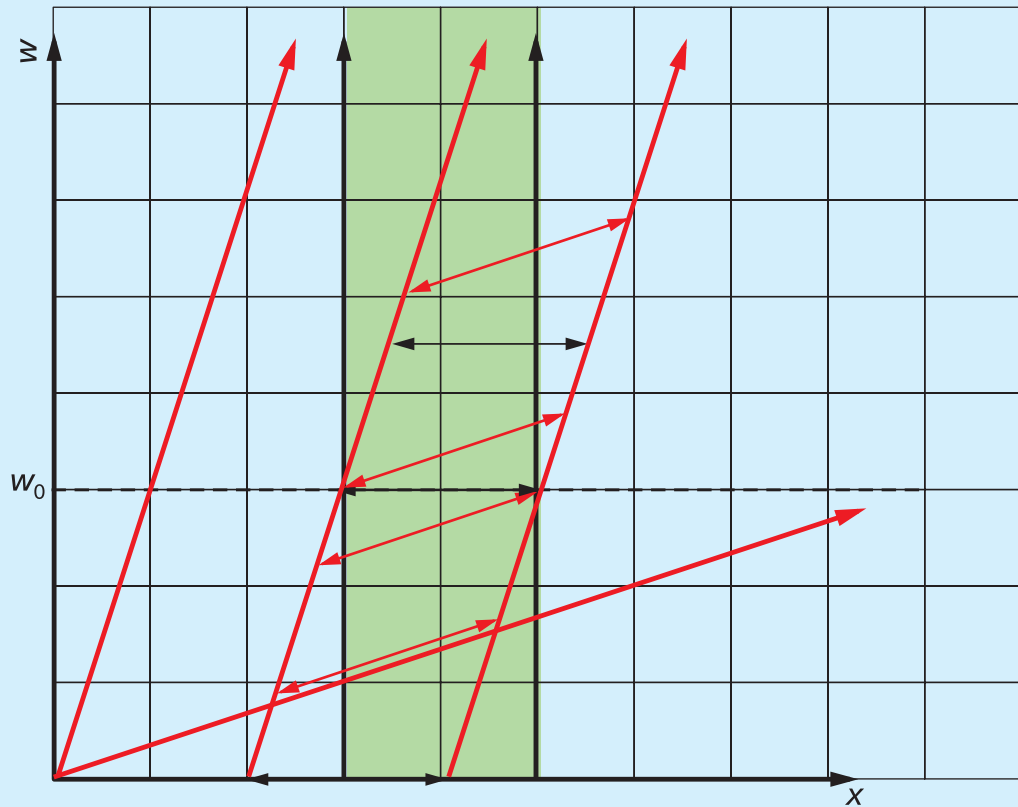
1. Показать, что соотношения для  $x'$  и  $w'$  через  $x$  и  $w$  можно получить из вышеприведенных соотношений путем замены  $\beta$  на  $-\beta$ . Именно это можно было бы ожидать из теории относительности.
2. Показать, что два последовательных преобразования Лоренца с параметрами  $\beta_1$  и  $\beta_2$  приводят к тому же, к чему приводит одно преобразование с параметром  $\beta_3$ , заданное формулой Эйнштейна.

### Поместится ли шест в сарай?

Глядя на выражения для преобразований Лоренца, можно заметить, что пространство и время равноправны в теории относительности. Так как мы уже сталкивались с физическим эффектом замедления времени, то естественно спросить, существует ли подобный физический эффект, связанный с пространственной координатой. Такой эффект действительно существует и называется он «сжатие Фицджеральда—Лоренца». В краткой формулировке это звучит так: наблюдаемая длина объекта, движущегося с постоянной скоростью, будет определяться в соответствии с заданной формулой (в направлении движения)<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> В интересующем нас случае соответствующая формула имеет вид:  $x = x' (1 - \beta_2)$ . Заметим, что  $x$  и  $x'$  появляются в противоположных позициях по сравнению с формулой для замедления времени на стр. 50. — Прим. автора.



Давайте кратко проиллюстрируем этот эффект в контексте другого парадокса, который возникает, когда кто-то хочет ответить на вопрос о том, поместится ли шест в сарае. Парадокс включает сарай в состоянии покоя и движущийся через него шест. Для покоящегося наблюдателя шест сжался, и он отмечает, что шест легко помещается в сарае. Для наблюдателя, который быстро движется, неся шест, сарай сжимается, а шест нет, поэтому, для него шест не укладывается в сарае. Как мы можем решить, кто из них прав? Шест помещается в сарае или шест не помещается в сарае? — вот в чем вопрос.

На диаграмме 22 мы изобразили эту ситуацию. Во-первых, есть черная неподвижная система отсчета. Светло-зеленая область — это сарай, находящийся в состоянии покоя; две черные стрелки вверх соответствуют мировым линиям передней и задней двери этого (одномерного) сарая. Шест (двухнаправленные стрелки) движется с постоянной скоростью в положительном направлении оси  $x$ , и находится в состоянии покоя по отношению к красной системе отсчета. Две красные стрелки по диагонали вверх и вправо представляют собой мировые линии конечных точек шеста.

Из диаграммы становится понятным разрешение парадокса. В черной системе отсчета длина измеряется по горизонтальной

линии равного времени, и мы видим, что шест точно помещается в сарае: в момент времени  $w = w_0$  обе конечные точки находятся в сарае. Для красного наблюдателя все обстоит совершенно иначе: в момент времени  $w_0$ , когда передний конец шеста достигает задней двери, другой конец шеста еще не вошел в сарай. Движущийся наблюдатель приходит к правильному выводу, что шест не вписывается в сарай. Ключевым здесь является то, что при измерении длины предполагается использовать понятие одновременности. Это понятие зависит от системы координат, следовательно, нельзя сравнивать длины объектов, движущихся с разными скоростями.

Ответ на вопрос “Помещается шест в сарай или нет?” должен звучать так: «Это зависит не только от шеста, но и от наблюдателя». Оба наблюдателя говорят правду, или, по крайней мере, *свою собственную правду*.

**Головоломка:** Рассмотрим следующий мысленный эксперимент, предложенный Тейлором и Уиллером: поезд движется вдоль стены, на которой ровно на высоте два метра над землей нанесена голубая линия. В поезде из окна высунулся человек с кистью. Он намерен нанести краской красную линию на стене и ровно на высоте два метра над землей. Будет ли конец красной линии ниже или выше голубой? Утверждают, что, если есть

более чем одна размерность пространства, размеры, перпендикулярные направлению движения, не сжимаются. Если предположить, что в вертикальном направлении в движущейся системе также будет сжатие, то это будет противоречить постулату относительности.

## Эйнштейн как человек

Эйнштейн был самым свободным человеком, которого я знал. Под этим я подразумеваю, что он, более чем кто-либо еще из тех, с кем я столкнулся, был хозяином своей собственной судьбы. Если у него был Бог, это был Бог в понимании Спинозы. Эйнштейн не был бунтарем, поскольку ниспровержение авторитетов никогда не было его главной мотивацией. Он не был мятежником еще и потому, что ему было слишком смешно тратить усилия для борьбы, но один авторитет не казался ему достаточным основанием для этого.

У него была свобода задавать научные вопросы, и гениальность — очень часто формулировать их правильно. И у него не было колебаний принимать или не принимать ответ.

Глубокое понимание им своего предназначения привело его дальше, чем кого-либо из его предшественников. Это была вера в себя, которая делала его настойчивым. Слава, может быть, иногда льстила ему. Он не страшился времени и до необычайной степени не страшился смерти. Я не обнаружил трагедии в его более позднем отношении к квантовой теории, или в его невозможности построить единую теорию поля, тем более что некоторые из вопросов, заданных им, остаются нерешенными и по сей день — поэтому я никогда не видел трагедийности на его лице. Случайное прикосновение печали к нему никогда не нарушало его чувство юмора.

*Абрахам Пайс  
в его биографии Эйнштейна  
«Проницательность – есть Бог...»*



## 5. Геометрическая интерлюдия

*Не беспокойтесь о своих трудностях с математикой. Я уверяю вас, мои — еще больше.*

### Пространственно-временной интервал

Мы видели, что существуют две причины, по которым координатные сетки мы изображали по-разному. Первая из них состоит в том, что оси одной из сеток взаимно перпендикулярны (черная система отсчета), а для другой сетки оси времени и пространства — наклонные, а не перпендикулярные. Вторая причина — в том, что мы должны выбирать единицы измерения вдоль осей с коэффициентом, зависящим от скорости  $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ .

Рассмотрим теперь совокупность всех наблюдателей, которые движутся через начало координат в нулевой момент времени, но с разными скоростями. Мы их всех просим, чтобы они отметили на своих мировых линиях событие, где для них по их часам прошло некоторое фиксированное время, скажем  $s$  единиц. Можно было бы задаться вопросом, как в результате будет выглядеть множество событий на пространственно-временной диаграмме. Формула замедления времени приводит нас к  $(w')^2 = (1 - \beta^2) w^2$ , поэтому подстановка для  $w' = s$  приводит к выражению  $(1 - \beta^2) w^2 = w^2 - (\beta w)^2 = s^2$ . Мы также знаем, что в покоящейся системе отсчета  $x$  (рассто-

яние движущегося наблюдателя, проходящего через начало координат), равно  $x = vt = w/c = \beta w$ . В результате получается, что в тех местах, где каждый наблюдатель измеряет свое время равное  $s$ , форма кривой в  $(x, w)$ -плоскости описывается поразительно простой формулой:

$$w^2 - x^2 = s^2.$$

Как эта кривая выглядит? Вы, возможно, хорошо знакомы с тем же уравнением, только с плюсом вместо минуса. Тогда кривая будет окружностью с радиусом  $s$ , с центром в начале координат. Знак минус не даст нам окружность, но мы получим не менее известную математическую кривую, называемую *гиперболой*.

Так же, как окружность полностью характеризуется радиусом, наша гипербола характеризуется своей точкой пересечения с  $w$ -осью, которая определяется значением  $s$ . Используя формулу, можно просто выбрать значения для  $x$ , вычислить соответствующие значения  $w$ , а затем получить совокупность точек на пространственно-временной диаграмме. Соединяя эти точки, получаем кривые, подобные тем темно-голубым, кото-

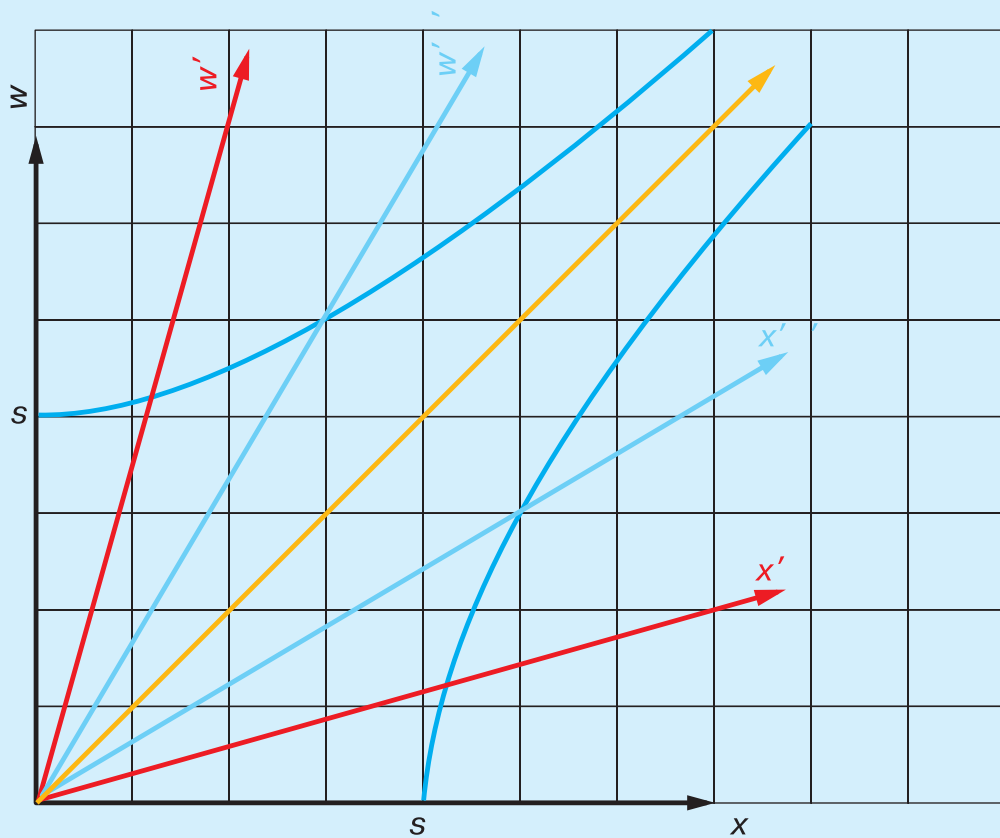


Рис. 23

рые приведены на рис. 23. «Горизонтальная» гипербола характеризуется  $s = 4$ ; она пересекает черную, красную и светло-голубую  $w$ -оси в точках, где  $w = 4$ ,  $w' = 4$  и  $w'' = 4$  соответственно.

Конечно, мы можем сыграть в ту же игру с метрическими линейками, где различные наблюдатели отмечают расстояние  $x' = s$  в нулевой момент времени на своей мировой линии. Это приводит к формуле с взаимно замененными  $x$  и  $w$ , что соответствует замене  $s^2$  на  $-s^2$  в вышеприведенной формуле. Изображение соответствующей кривой даст нам другую голубую гиперболу, которая пересекает ось  $x$  в точке  $s$ . Эти гиперболы часто называют *пространственноподобными* и *временноподобными* гиперболами. В промежуточном случае, если  $s = 0$ , имеем вырождение: гиперболы превращаются в линии  $w = +x$  и  $w = -x$ , мировые линии для фотона, движущегося вперед и назад. Эти две линии являются также асимптотами для пространственно- и временноподобной гипербол, потому что, если  $w$  и  $x$  значительно больше  $s$ , кривые все более тесно приближаются к прямым линиям.

Каков геометрический смысл этих красивых кривых? Что они выражают? Хороший способ найти ответ, применив формулы преобразований Лоренца. Если взять формулу для гиперболы и  $x$  и  $w$  заменить на соот-

ветствующие выражения в терминах  $w'$ ,  $x'$ ,  $\beta = v/c$  в соответствии с преобразованиями на стр. 59, то после некоторых преобразований получим уравнение  $w'^2 - x'^2 = s^2$ . Это точно такое же уравнение, но теперь для штрихованной системы координат. Это означает, что кривая для фиксированного значения  $s$  является *инвариантной* относительно преобразований Лоренца! Преобразования могут сдвигать некоторые точки вдоль кривой, но непрерывный набор точек, гиперболу как целое, не меняют.

В математике и физике мы говорим о векторах. Они очень похожи на стрелки: имеют длину и направление. В евклидовой геометрии — и, следовательно, в обычном пространстве — квадрат длины вектора  $r$ , проведенного от начала координат до точки  $(x, y)$ , равен сумме квадратов его компонентов,  $r^2 = x^2 + y^2$ , и при поворотах длина сохраняется. Для пространственно-временного вектора  $(w, x)$  мы можем определить подобную же величину, а именно, пространственно-временной интервал  $s$ , но его квадрат равен разности квадратов временной и пространственной компонент:  $s^2 = w^2 - x^2$ . Важный момент: в теории относительности, это — пространственно-временной интервал между двумя событиями, который сохраняется при преобразованиях Лоренца, для всех инерциальных наблюдателей. Из-за знака минус в определении, квадрат интервала может быть

положительным, отрицательным или нулем, в этих случаях мы говорим о времениподобном, пространственноподобном или пустом интервале. Так же, если мы рисуем стрелку между двумя событиями в пространстве-времени, мы говорим о времениподобном, пространственноподобном или нулевом векторе. Действительно векторы на диаграмме, обозначенные как  $x$ ,  $x'$ , и  $x''$  являются пространственноподобными, в то время как маркированные  $w$ ,  $w'$  и  $w''$ , — времениподобными.

Времениподобная гипербола (пересекающая ось  $x$ , подобно оси времени), оказывается, интересна также по другой причине. Если Вы смотрите на времениподобную гиперболу, Вы видите, что она может фактически интерпретироваться как полноправная мировая линия некоторого наблюдателя. Этот наблюдатель движется не с постоянной скоростью, а, наоборот, непрерывно ускоряется в направлении положительных  $x$ . Однако полное понимание ускоренного наблюдателя выходит за рамки специальной теории относительности. Тем не менее, мы вернемся к такому особому наблюдателю в конце книги, именно потому, что мы движемся по ее мировой линии здесь так естественно.

## Окружности и гиперболы

В этом разделе мы более подробно рассмотрим гиперболу, сравнивая ее свойства

со свойствами окружности. Чтобы сделать это, вместо рассмотрения преобразований Лоренца, мы начнем с обычного вращения на плоскости вокруг начала координат — которое, по определению, дает окружность с центром в начале координат. Если мы берем вектор (скажем, красную/голубую стрелку на диаграмме) длины  $r$  и вращаем ее, конец вектора описывает окружность с радиусом  $r$ . На диаграмме 24 для красной окружности  $r = 4$ . При вращениях конечная точка вектора перемещается по окружности, но окружность в целом остается неизменной.

Как мы видели прежде, при преобразованиях Лоренца, конец красной/синей стрелки будет двигаться вдоль голубой гиперболы с  $s = r$ , и последняя остается инвариантной в целом. По этой причине преобразования Лоренца иногда называют “гиперболическими вращениями”, поскольку они оставляют пространственно-временной интервал инвариантным.

Несмотря на то, что мы работаем в плоском двумерном мире, оказывается, есть что-то специфическое в геометрии, лежащей в основе специальной теории относительности, заключающееся в знаке минус между времени- и пространственно зависимыми членами в определении инвариантного интервала. Я, возможно, действительно хотел с самого начала противопоставить эту геометрию геометрии на плоскости, где “инвари-

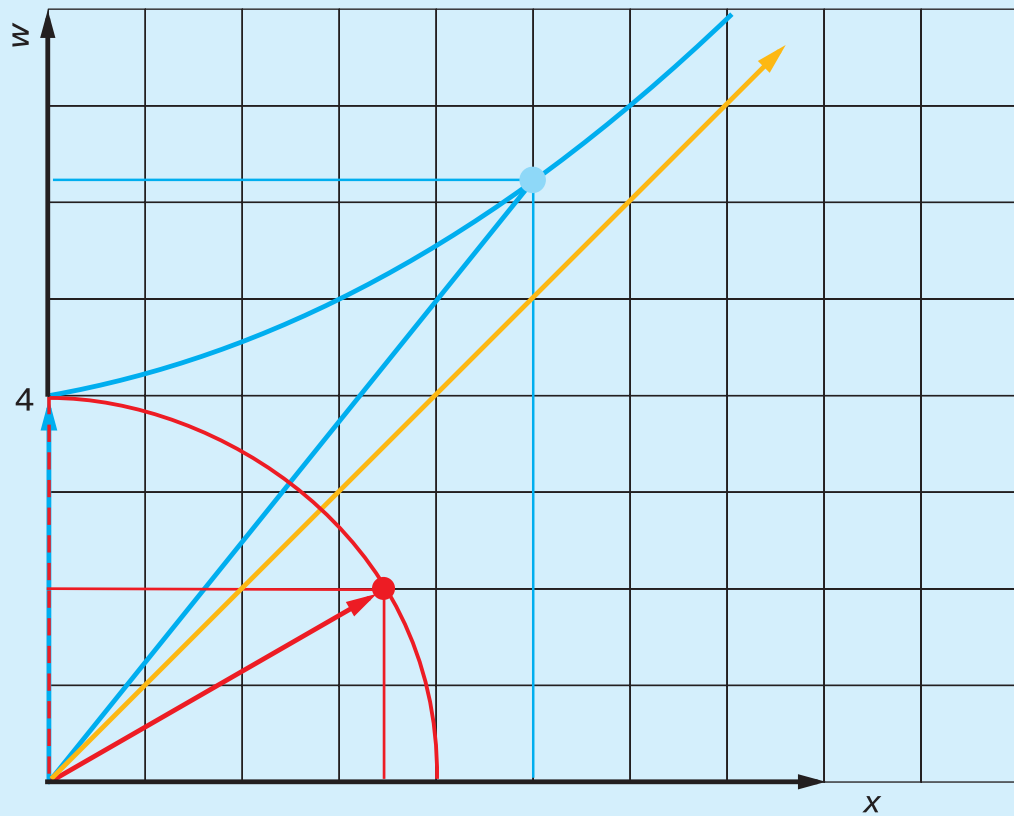


Рис. 24

антный квадрат длины” вектора, определяется не как сумма квадратов его компонентов, но как их разность. Эту гиперболическую геометрию называют Пространством Минковского, и это — то пространство, в котором мы молчаливо работали все время.

## Конструирование гиперболы

Теперь должно быть ясно, что гиперболы, тесно связанные с преобразованиями Лоренца для разных наблюдателей в инерциальных системах отсчета, имеют большое значение в теории относительности. Вот почему мы должны исследовать гиперболы немного подробнее, прежде чем приступить к физике относительности.

Вы можете спросить, почему мы не избавляемся от знака минус, переписывая уравнение  $w^2 - x^2 = s^2$  в форме:

$$w^2 = s^2 + x^2.$$

С этой формулой нам действительно удобно строить нужные гиперболы, используя циркуль и теорему Пифагора. Как вы, возможно, помните, теорема утверждает, что если  $s$  и  $x$  — взаимоперпендикулярные стороны прямоугольного треугольника, то длинная сторона треугольника равна  $w$ , как определено вышеприведенным выражением.

Но это именно наш случай: если на диаграмме мы выбираем определенное значение  $s$  вдоль вертикальной  $w$ -оси и некоторую

точку  $x$  вдоль горизонтальной оси, то точки  $x$  и  $s$  вместе с точкой начала координат определяют прямоугольный треугольник.

Длинная сторона, связывающая  $x$  и  $s$ , должна иметь длину  $w$ , которая определится из уравнения выше. Если теперь проведем окружность с центром в  $x$  радиуса  $w$ , выгибая линию вверх, пока не достигнем вертикальной линии, проходящей через точку  $x$ , у нас будет построена точка  $(w, x)$  гиперболы.

Другие точки гиперболы могут быть получены таким же способом из разных точек на оси  $x$ , как показано на диаграмме 25. Мы видим, что действительно с помощью линейки и циркуля можно построить гиперболу, хотя это, конечно, сложнее, чем нарисовать окружность.

## Размышляем над векторами

Мы ввели вектора-стрелки в обычном евклидовом пространстве и в пространстве-времени. Нормальные вектора в пространстве, обозначающие положение или скорость, имеют длину, которая сохраняется при обычных вращениях. Эти вращения соответствуют преобразованиям из системы отсчета одного неподвижного наблюдателя к системе отсчета другого неподвижного наблюдателя, повернутой по отношению к исходной. В контексте теории относительности мы, конечно, интересуемся пространственно-временными векторами и их свойствами с точки зре-

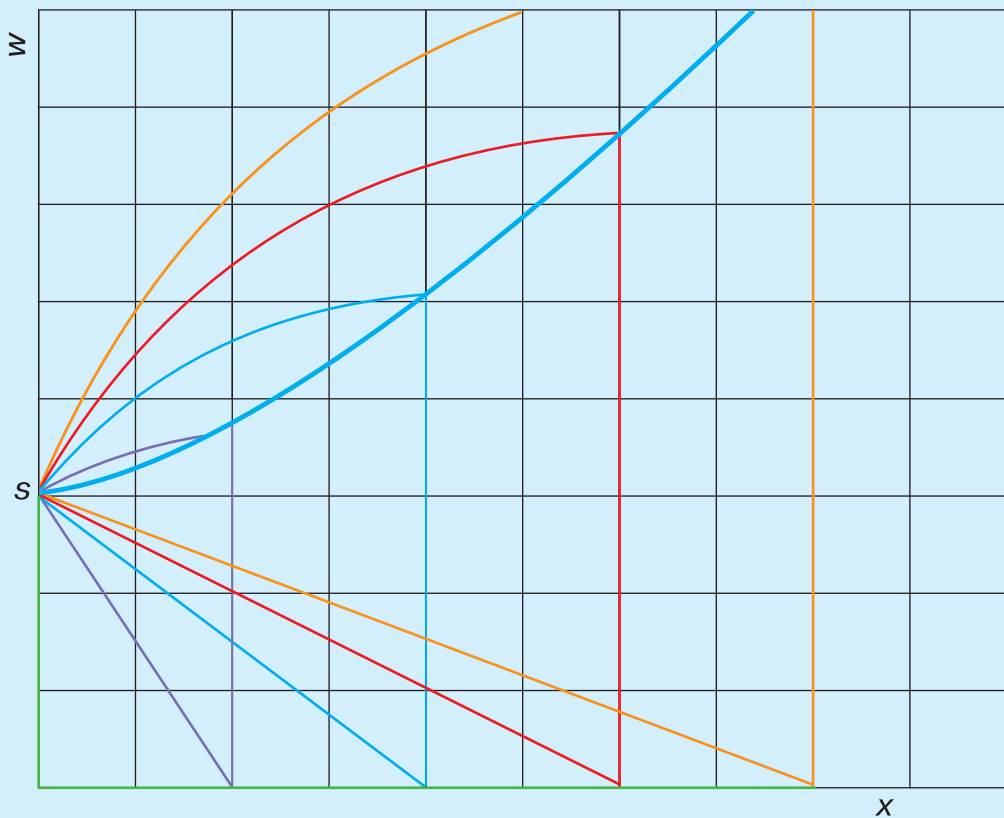


Рис. 25

ния разных инерциальных наблюдателей. Мы различаем два случая: в нерелятивистском случае координатные системы и, следовательно, векторы связаны преобразованиями Галилея, а в релятивистском случае они связаны преобразованиями Лоренца. Кроме того, последние связаны друг с другом, в том смысле, что преобразования Лоренца сводятся к преобразованиям Галилея при малых значениях  $\beta$ . Мы знаем, что при преобразованиях Лоренца временные и пространственные компоненты вектора преобразуются таким образом, при котором конечная точка результирующего вектора лежит на той же гиперболе. И направление, и длина изменяются, но пространственно-временной интервал инвариантен.

Что это означает? Давайте начнем с простого вектора  $(s, 0)$  длиной  $s$ , отложенной вдоль оси времени, и применим к нему преобразование Лоренца для перехода к системе отсчета наблюдателя, движущегося со скоростью, для которой  $\beta = v/c$ . Подставляя  $(w', x') = (s, 0)$  в формулы преобразования, приведенные на стр. 59, получим результирующий вектор  $(w, x) = (\gamma s, \beta \gamma s) = \gamma s (1, \beta)$ . Таким образом, заключительное выражение — своего рода пространственно-временной вектор скорости  $(1, \beta)$ , умноженный на коэффициент  $\gamma s$ , который в свою очередь зависит от скорости (потому что  $\gamma$  зависит от  $\beta$ ). Это выглядит достаточно сложно, но важен факт,

что получающийся вектор действительно удовлетворяет соотношению  $w^2 - x^2 = s^2$ , и поэтому преобразование в некотором смысле простое. То, что я подразумеваю под «простым» в данном контексте, заслуживает некоторого пояснения.

Преобразования, такие как вращения в плоскости или преобразования Лоренца в пространстве-времени, демонстрируют удобное свойство: компоненты вектора, т. е.  $w$  и  $x$  преобразуются *линейно*. Новые  $x$ - и  $w$ -компоненты являются линейными комбинациями старых компонент  $w'$  и  $x'$ , и обратное также верно: это свойство преобразования, а не конкретного вектора. Если в преобразование будут входить, скажем, квадраты или иные функции старых компонент, то преобразование не будет линейным. Мы уже столкнулись с существенно нелинейными преобразованиями в контексте специальной теории относительности. Рассмотрим, как преобразуется параметр скорости  $\beta_1$ , если смотреть с точки зрения системы отсчета, движущейся со скоростью, заданной параметром  $\beta_2$ ; результирующий фактор скорости определяется тогда по формуле сложения скоростей Эйнштейна:  $\beta = (\beta_1 + \beta_2) / (1 + \beta_1 \beta_2)$ . Я уже указал на стр. 43, что Эйнштейновская формула сложения скоростей является нелинейной, в отличие от ньютоновской формулы сложения, которая читается как:  $\beta = \beta_1 + \beta_2$ .



Зачем поднимать такой шум, сравнивая нелинейность с линейностью? Конечно, нелинейности осложняют жизнь, но, когда у нас есть формула, кого это волнует? В наши благословенные дни, мы, все-таки, можем попросить компьютер проделать для нас многоэтажные алгебраические вычисления. Он

будет рад сделать это! Все это верно, но, тем не менее, есть важные физические причины, по которым нам действительно хотелось бы хоть как-то сохранить линейность. Поэтому в следующей главе мы вернемся к физике, чтобы обсудить такие знакомые нам понятия, как импульс и энергия.

## 6. Энергия и импульс

*Как только мы осознали наши пределы, мы сможем их преодолеть.*

### Движущаяся частица

Теперь мы обсудим понятие импульса для движущейся частицы, и, в частности, различия между классической ньютоновской теорией и специальной теорией относительности.

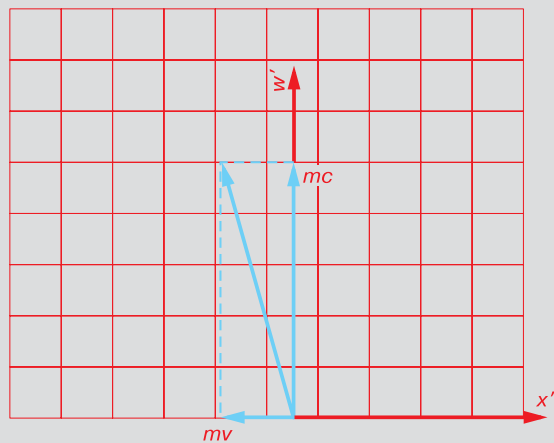
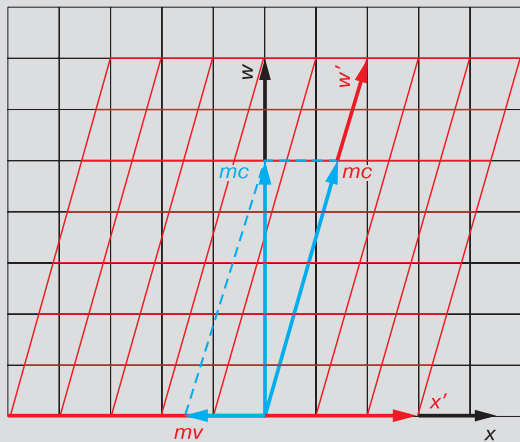
В ньютоновской механике состояние движения частицы характеризуется ее массой  $m$  и скоростью движения  $v$ , или импульсом  $p = mv$ . Ньютон пришел к важным выводам, что сила вызывает пропорциональное ей ускорение  $a$ , где коэффициент пропорциональности, по определению, — инертная масса  $m$ . Его знаменитый закон  $F = ma$  гласит, что сила равна изменению импульса (за единицу времени). Скорость и импульс — это вектора (также, как сила и ускорение); они имеют направление и длину. В трехмерном мире мы представляем вектора как стрелки, имеющие три компоненты, вдоль  $x$ -,  $y$ - и  $z$ -осей. В нашем игрушечном мире, содержащем только одно пространственное измерение, они могут быть направлены только в положительном или отрицательном направлении  $x$ .

Теперь уже должно быть понятно, что в теории относительности пространство и время

тесно связаны. Это означает, что мы не можем ожидать, что обычные ньютоновские вектора скорости или импульса, имеющие только пространственные компоненты, должны оставаться такими и в теории относительности. Мы должны искать естественную временную составляющую вектора импульса, которая позволит нам определить пространственно-временной вектор импульса, преобразующийся в соответствии с формулами либо Галилея, либо Лоренца, как пространственно-временной вектор положения  $(x, t)$ . Чтобы сделать обсуждения максимально прозрачными, я буду рассматривать два случая параллельно.

Нашей отправной точкой является покоящаяся частица, и мы спрашиваем себя, как она выглядит в движущейся системе отсчета.

Случай ньютоновского (или галилеевского) описания показан на рис. 26. На левой диаграмме состояние частицы представлено двумя параметрами, характеризующими ее движение (в данный момент времени): ее массой и ее импульсом. Вдоль вертикальной оси мы задаем значение  $mc$  (массового параметра), а по горизонтальной оси —



импульс  $p = mv = \beta mc$ . Если мы начнем с покоящейся частицы ( $p = 0$ ) массы  $m$ , то ее состояние будет представлено вектором (стрелкой) вдоль вертикальной оси. Мы также изобразили на этой диаграмме красную систему отсчета, связанную с ньютоновскими наблюдателями, движущимися со скоростью  $v$ . Для них частица движется со скоростью  $-v$ , таким образом, импульс частицы равен  $-mv$ . Важно отметить, что изображение систем отсчета идентично диаграммам для координат  $w$  и  $x$ . Причина в том, что они связаны друг с другом преобразованиями Галилея: для пространственно-временного вектора  $(w, x)$ , имеем  $w' = w$  и  $x' = x - vt = x - \beta w$ , тогда как для пространственно-временного вектора импульса  $(mc, p)$  у нас  $(mc)' = mc$  (потому что масса не меняется) и  $p' = p - mv = p - \beta mc = -\beta mc$ . Вектор, представляющий частицу в движущейся системе отсчета, показан на правой диаграмме на рис. 26. Чтобы сделать концептуальное различие очевидным, проведем те же самые рассуждения для релятивистского случая.

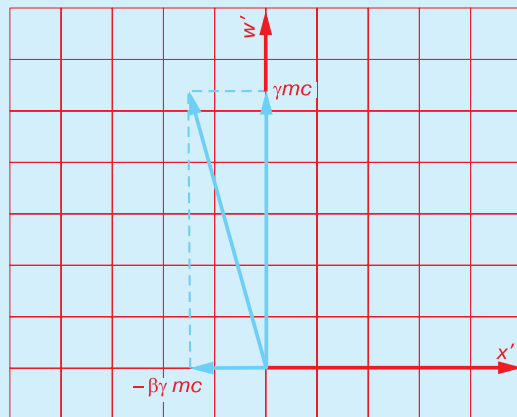
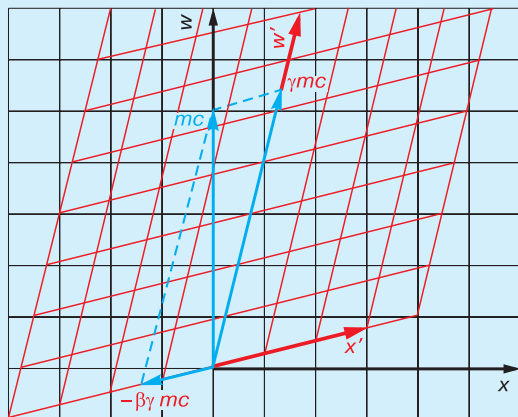
Мы начнем снова с покоящейся частицы (левая диаграмма) на рис. 26; в неподвижной системе отсчета она характеризуется вектором, у которого временная компонента равна  $mc$  и импульс обращается в нуль,  $p = 0$ . Теперь мы хотели бы узнать величины компонент в красной системе отсчета. Мы можем использовать преобразования Лоренца, или

получить результаты с рисунка, для которого мы знаем, что  $(mc)' = \gamma mc$  и  $p' = -\beta \gamma mc$ , вследствие масштабирования красной оси с помощью множителя  $\gamma$ .

Ситуация в движущейся системе отсчета представлена на диаграмме 27 справа, где мы видим релятивистский пространственно-временной вектор импульса, чья пространственная компонента равна  $-\beta \gamma mc$ , и временная компонента равна  $\gamma mc$ . Это заметно отличается от ньютоновского результата общим множителем  $\gamma$ , что означает, что обе компоненты вектора импульса, пространственная и временная, стремятся к бесконечности, когда скорость движущейся системы отсчета приближается к  $c$ . Это также следует непосредственно из левого рисунка: параллельность компонентов все более возрастает<sup>1</sup>. В этом случае она демонстрирует свойства самого света.

Фотон (или частица света) по определению распространяется со скоростью света, поэтому его пространственно-временной импульс направлен вдоль светоподобной мировой линии и, следовательно, имеет равные пространственные и временные компоненты для любого наблюдателя. Теория электромагнетизма Максвелла говорит нам, что свет

<sup>1</sup> Конечно, это своеобразный жаргон: нельзя говорить о степени параллельности — она либо есть, либо ее нет. Однако, переводчик и редактор, стремясь сохранить стиль автора, оставили данное выражение в силу его образности. — *Прим. ред.*



обладает энергией и импульсом, и, более того, их отношение является универсальной постоянной. Это отношение равно скорости света:  $E/p = c$  для всех наблюдателей. Эти замечания подразумевают, что временная компонента пространственно-временного импульса может быть отождествлена с  $E/c$ . Фотон движется со скоростью света, но даже при этом он может иметь конечный импульс и энергию, в отличие от массивных частиц<sup>1</sup>, обладающих массой, о которых говорилось выше. На диаграмме 28 вектор энергии-импульса фотона изображен оранжевым цветом. Обратите внимание на уникальную особенность, что его компоненты во всех движущихся системах отсчета расположены на линии, перпендикулярной к вектору.

В отличие от массивной частицы, для которой импульс продолжает расти без предела, свет ведет себя хорошо. Единственный способ представлять фотон как частицу, у которой обе компоненты остаются конечными при  $\gamma$ , стремящемся к бесконечности, это считать, что его масса равна нулю; поэтому мы можем заменить плохо определенную величину  $\gamma mc$  на четко определенную энер-

гию  $E/c$ . Таким образом, фотон как частица, не имеющая массы (безмассовая частица), прекрасно согласуется с теорией.

**Головоломка:** Показать, что если энергия фотона равна  $E$  в неподвижной системе отсчета, то она равна  $E' = (1 - \beta) \gamma E$  в движущейся системе. Сделайте это, используя рис. 28, и проверьте результат, применив преобразования Лоренца для вектора энергии-импульса  $(E/c, p) = (E/c, E/c)$ . Сравните результат также с тем, что приведен на стр. 52 для эффекта Доплера.

$$E = mc^2$$

В предыдущем разделе мы ввели «пространственно-временной» вектор импульса  $(\gamma mc, \beta \gamma mc)$  для массивных частиц, вид которого вполне естественно получался из релятивистских соотношений между различными системами отсчета. Чуть позже мы таким же образом введем фотоны, приписав им вектор энергии-импульса  $(E/c, p)$ , где  $E/c = \pm p$ .

Пространственную компоненту  $\beta \gamma mc$  массивной частицы следует интерпретировать как ее физический импульс  $p$ , потому что в пределе  $\beta = v/c \rightarrow 0$  мы имеем  $\gamma \rightarrow 1$ , и, таким образом,  $(\gamma mc, \beta \gamma mc) \rightarrow (mc, \beta mc)$ . При таком подходе величина  $\gamma m$  получает естественную физическую интерпретацию как релятивистское обобщение массы  $m$ , и это именно то,

<sup>1</sup> Здесь имеется ввиду не «массивность» в житейском понимании «вошел массивный человек, просто глыба», а в смысле «частица, обладающая массой, и тем отличающаяся от безмассовых частиц, т. е. частиц, не имеющих массы». — *Прим. ред.*

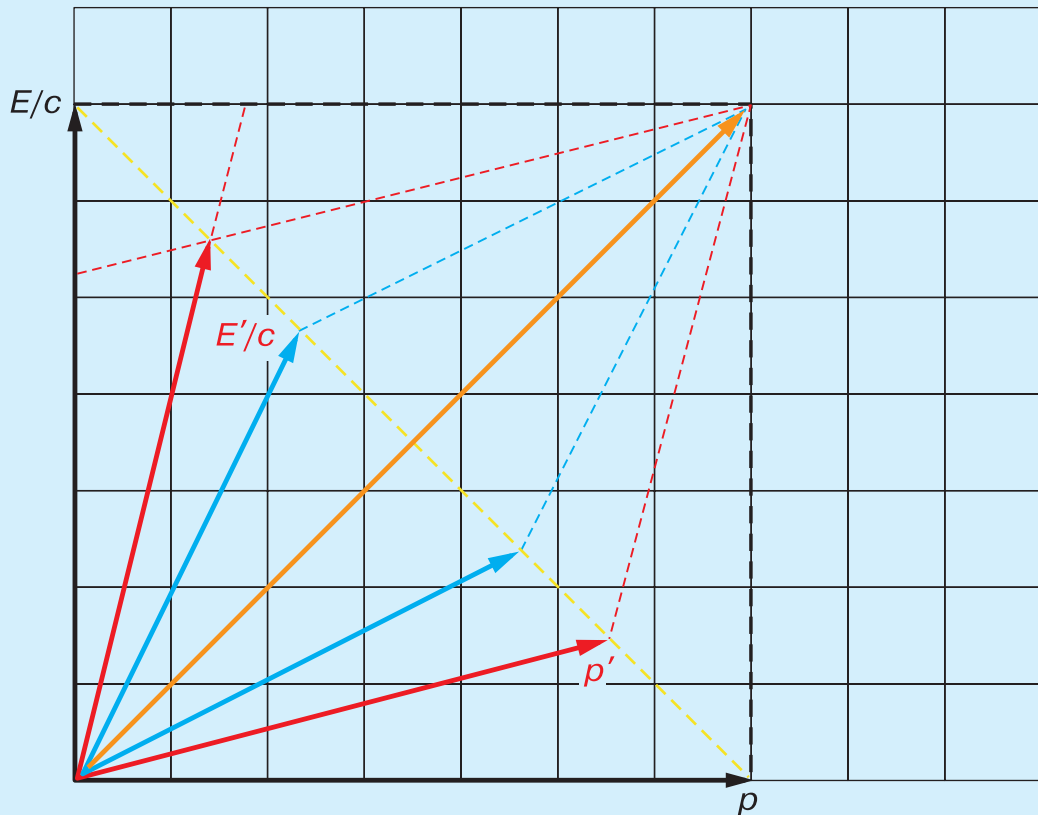


Рис. 28

что предложил Эйнштейн. Он определил релятивистскую массу, как  $m_{rel} = \gamma m$  (которая, как вы видите, зависит от скорости). Сравнивая временную компоненту для фотона, мы приходим к поразительному выводу Эйнштейна, который он записал в 1905 году, а именно, что  $E = m_{rel} c^2$ . Это известное уравнение, выражающее эквивалентность энергии и массы, ставшее знаменитым благодаря своей непревзойденной простоте, силе и красоте.

Чтобы понять, почему временная компонента вектора энергии-импульса соответствует релятивистской энергии массивной частицы, поучительно рассмотреть это выражение для малых скоростей. Запишем приближенное выражение для  $\gamma$ , предполагая, что  $\beta$  очень мало. Получим: первый член в правой части — обычная масса, как и следовало ожидать.

$$m\gamma = \frac{m}{\sqrt{1-\beta^2}} \cong m + \frac{1}{2} m\beta^2 + \dots$$

Второй член содержит  $\beta^2$ , а многоточие представляет члены с более высокими степенями  $\beta$ , которые пренебрежимо малы, поскольку мы полагаем  $\beta$  малым.

Второй член можно представить в виде  $1/2mv^2/c^2$ , что (с точностью до  $c^2$ ) является выражением для кинетической энергии частицы с массой  $m$  и скоростью  $v$  в ньютонов-

ской теории. Таким образом, мы находим, что релятивистская масса массивной частицы при достаточно низкой скорости равна ее ньютоновской массе и кинетической энергии, деленной на  $c^2$ . Временная компонента релятивистского вектора импульса тесно связана с энергией частицы, и поэтому называется *вектором энергии-импульса*.

Было весьма интересно посмотреть, как элементарные рассуждения, выполненные последовательно, привели к такому революционному прозрению, как «масса — это особая форма энергии». Один грамм любого вида материи приблизительно соответствует  $10^{17}$  Дж, что сравнимо с энергией, выделившейся при бомбардировке Хиросимы.

Сегодня физики предпочитают несколько иную терминологию, когда речь идет о вышеприведенной формуле: они говорят об инвариантной массе или массе покоя  $m$ , соответствующей инвариантной длине релятивистского вектора импульса ( $E, pc$ ), в соответствии с формулой  $E^2 - p^2c^2 = m^2c^4$ . Это выражение также применимо к фотонам и другим частицам, не имеющим массы: если мы положим  $m = 0$ , то получим правильное выражение  $E = \pm pc$ .

Диаграмма на рис. 29 элегантно суммирует все характеристики энергии и импульса, как они проявляются в разных системах отсчета. Обратите внимание, что картина очень



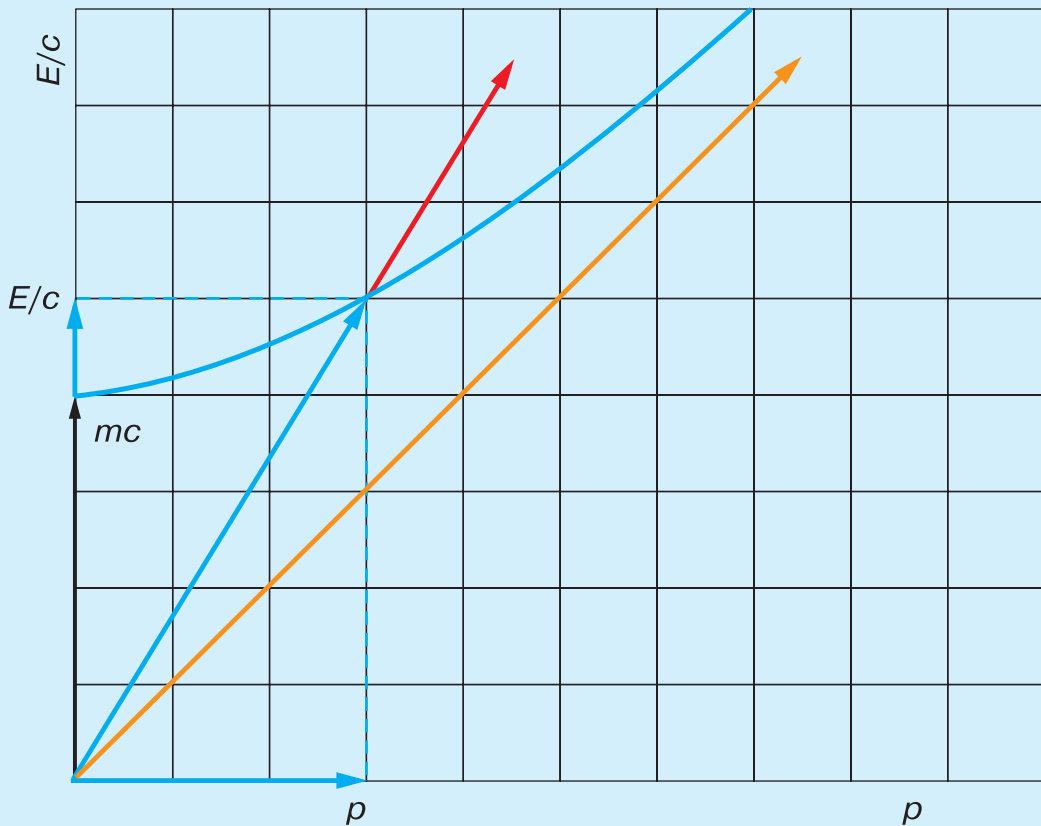


Рис. 29

похожа на ту, которая приведена на стр. 66 (рис. 23) для релятивистского вектора положения ( $w, x$ ).

В следующей главе мы будем рассматривать заветные законы сохранения энергии и импульса и обсудим системы двух сталкивающихся частиц. Если вы захотите, то можно сразу перейти к главе 8, где мы обсуждаем ускоренного наблюдателя.

## Синтез и деление

Эквивалентность массы и энергии, так кратко выраженная уравнением  $E = m_{rel} c^2$ , имеет огромные последствия. Наиболее существенно они проявляются в сфере синтеза и расщепления ядер. Ядра — сильно связанные системы, составленные из некоторого числа протонов и нейтронов.

Так как эти «нуклоны» держатся вместе благодаря сильным взаимодействиям<sup>1</sup>, то каждое ядро имеет характерную энергию связи в расчете на один нуклон. Рис. 30 показывает энергию связи на нуклон, в зависимости от общего числа нуклонов или атомного номера  $N$ . Слева мы видим, что энергию

связи, приходящуюся на один нуклон, для малых атомных номеров можно понизить путем объединения (синтеза) простых ядер<sup>2</sup> в более сложные, как, например, в реакции:  $D + T \rightarrow 4He + n + \text{энергия}$ . В результате такой реакции высвобождается разница в энергиях связи, и это количество, как правило, в миллион раз больше, чем в элементарных химических реакциях. На другом конце шкалы масс мы находим тяжелые ядра, подобные урану, которые могут быть метастабильными и которые могут распадаться на ядра меньшей массы, тем самым также производя дополнительную энергию.

Этот процесс распада — рабочий принцип наших существующих ядерных реакторов. В долгосрочной перспективе реакторы синтеза как ожидается, станут технически реализуемыми, и это был бы предпочтительный выбор с точки зрения управления радиоактивными отходами и безопасности.

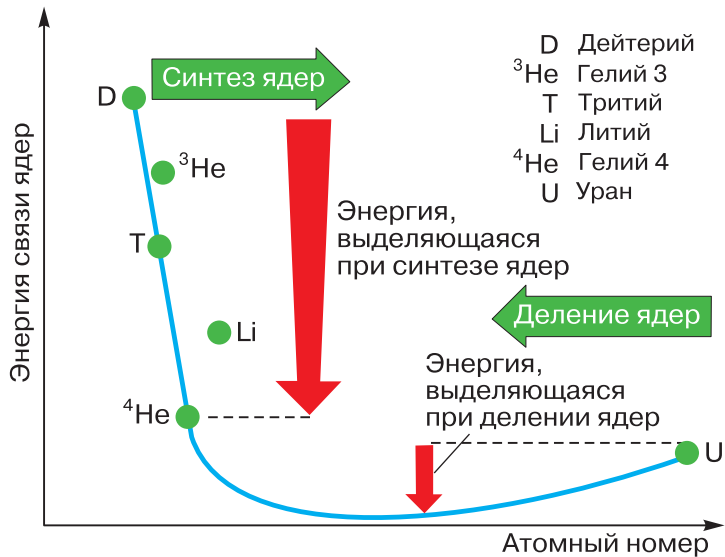
Поскольку топливо для синтеза дешево, и доступно практически в неограниченных количествах; этот процесс может быть в конечном счете решением мировых потребностей в энергии на длительное время.

---

<sup>1</sup> Сильные взаимодействия — не характеристика силы взаимодействий, а специальный термин для особых взаимодействий, отвечающих за связывание нуклонов в ядра. — *Прим. ред.*

---

<sup>2</sup> Имеются ввиду ядра с малым общим числом нуклонов. — *Прим. ред.*



## 7. Законы сохранения

*Закон сохранения массы потерял свою власть и оказался поглощен законом сохранения энергии.*

### Полный импульс

Мы говорим о законе сохранения, если в некотором процессе определенные величины не изменяются. Заряд свободно циркулирует в электрической цепи, но он не может потеряться. Если мы что-то сжигаем, то закон Лавуазье говорит нам, что общая масса в замкнутой системе не изменится. В здании много людей могут передвигаться, но общее число людей в здании не изменится (если это не родильный дом). Вы видите, что существует много законов сохранения. Здесь мы сосредоточимся на том, что произойдет с законами сохранения массы, импульса и энергии (справедливыми в ньютоновской динамике), если мы рассмотрим их с релятивистской точки зрения.

Чтобы понять закон сохранения импульса в механике Ньютона, мы сначала рассмотрим простейший случай: одна частица, на которую никакая сила не действует. Когда мы применяем второй закон Ньютона  $F = ma$  к этой системе и полагаем  $F = 0$ , тогда произведение массы на ускорение обращается в нуль:  $ma = 0$ . Так как сила равна изменению импульса в единицу времени, приходим к выводу: когда никакая сила не действует

на частицу, ее импульс сохраняется. Следующий шаг: рассмотрим систему, состоящую из двух сталкивающихся частиц. Хотя каждая из частиц во время столкновения будет прилагать силу к другой, здесь нет никакой внешней силы. Поскольку никакие внешние силы не действуют на систему, как на целое, полный импульс, который есть просто сумма импульсов отдельных частиц, — сохраняется.

Представим ситуацию до столкновения графически. На диаграмме 31 мы изобразили вектора входящих импульсов, подобные введенным нами в предыдущем разделе, а также их сумму, общий входящий вектор импульса  $p$ . Его временная компонента определяется суммой масс, которые составляют общую массу системы. Для этого одномерного «бильярда» мы говорим, что масса сохраняется. Заметим, что частица 1 имеет большую скорость, чем частица 2, поэтому ее надо расположить левее частицы 2, иначе столкновение не произойдет.

Вектор полного импульса имеет прямую физическую интерпретацию: он описывает ситуацию, когда сталкивающиеся частицы

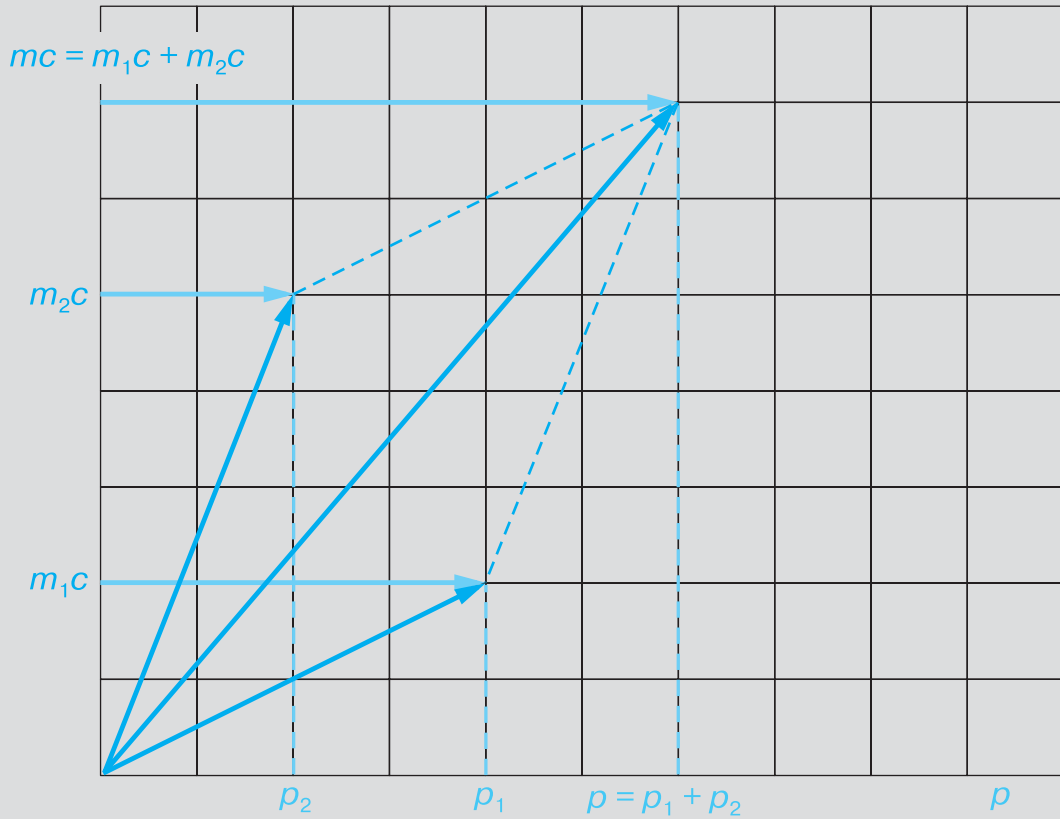


Рис. 31

склеиваются и движутся далее как единая частица с массой  $m = m_1 + m_2$  и импульсом  $p$ . Это называется абсолютно неупругим соударением, потому что сохраняются импульс и масса, но не кинетическая энергия, как это вскоре станет ясно.

Поскольку из предыдущей главы мы уже знаем, на что похож релятивистский вектор энергии-импульса, не составит труда обобщить диаграмму для релятивистского случая. Заменяем массовую компоненту энергетической компонентой, которая зависит от импульса, и в результате получаем характерные гиперболические кривые, на которых располагаются импульсы (рис. 32).

Заметим, что временная компонента полного импульса — все еще сумма двух отдельных временных компонент: полная энергия — сумма энергий отдельных частиц. Однако инвариантная масса, связанная с полным импульсом<sup>1</sup>, задается точкой, где верхняя гипербола для полного импульса пересекает энергетическую ось, не равна сумме масс покоя отдельных частиц — она реально больше! Возможный пример этого — распад частицы на две более легких частицы. Полная энергия сохраняется, но масса нет: она частично преобразуется в кинетическую энергию.

<sup>1</sup> Обратите внимание, что здесь автор определяет массу через импульс, а не наоборот, как это привычно из ньютоновской механики. — *Прим. ред.*

## Импульс в движущейся системе отсчета

Диаграммы, которые мы представили на стр. 75, рис. 26, с массовым параметром  $mc$  в качестве временной компоненты импульса, не являются стандартными в какой-либо трактовке классической механики, но они чрезвычайно полезны в визуализации основного несоответствия между классической и релятивистской механикой. Перед началом обсуждения сохранения импульса давайте посмотрим, на что похожа ситуация двух сталкивающихся частиц в движущейся системе отсчета, например, в системе отсчета, которая перемещается со скоростью  $u$ . Для ньютоновской версии все, что мы должны сделать, это применить преобразование Галилея ко всем скоростям и посмотреть, как изменятся импульсы. Скорости частиц преобразуются согласно  $v' = v - u$ , и таким образом  $p' = p - mu$ . Диаграмма (рис. 33) показывает эффект с точки зрения движущегося (ньютоновского) наблюдателя. Мы видим, что изменения импульсов могут быть получены очень легко. Красная линия для движущегося наблюдателя — та же самая, какая была бы на пространственно-временной диаграмме. Что касается светло-голубых стрелок, из диаграммы ясно, что и в движущейся системе отсчета полный импульс — точно сумма импульсов двух частиц. В конце концов, изменение системы не затронуло их массу, и стрелки все еще складываются правильно.

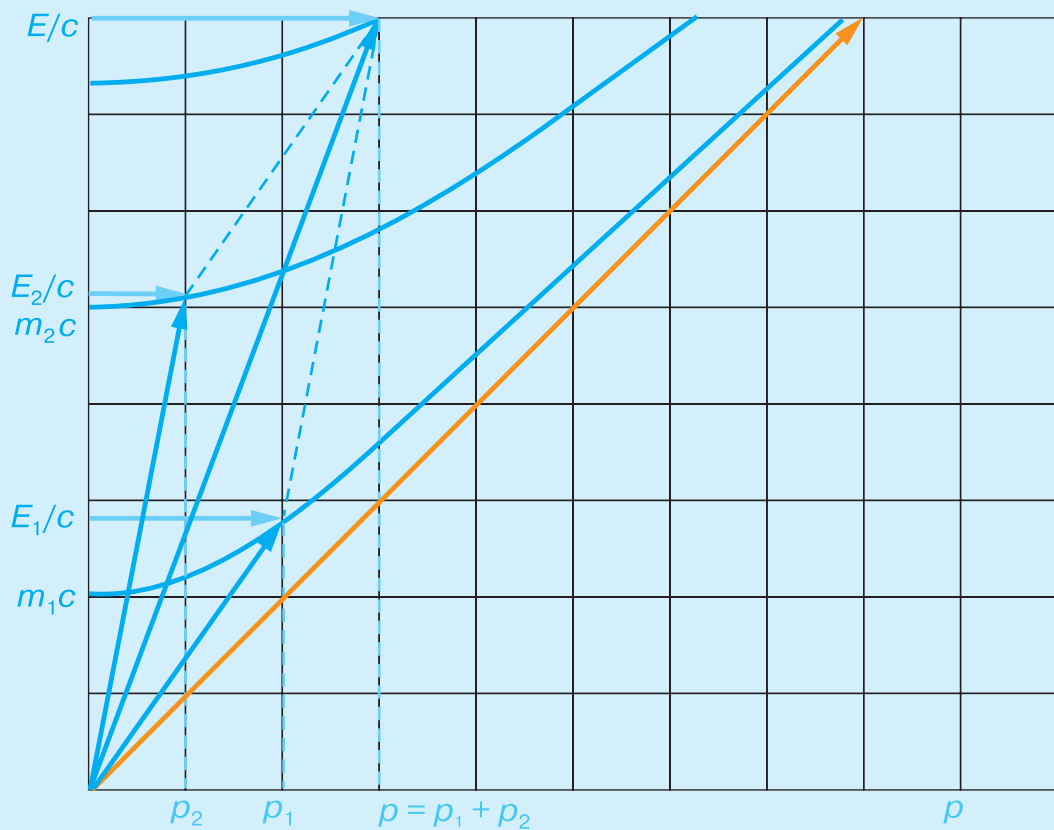


Рис. 32

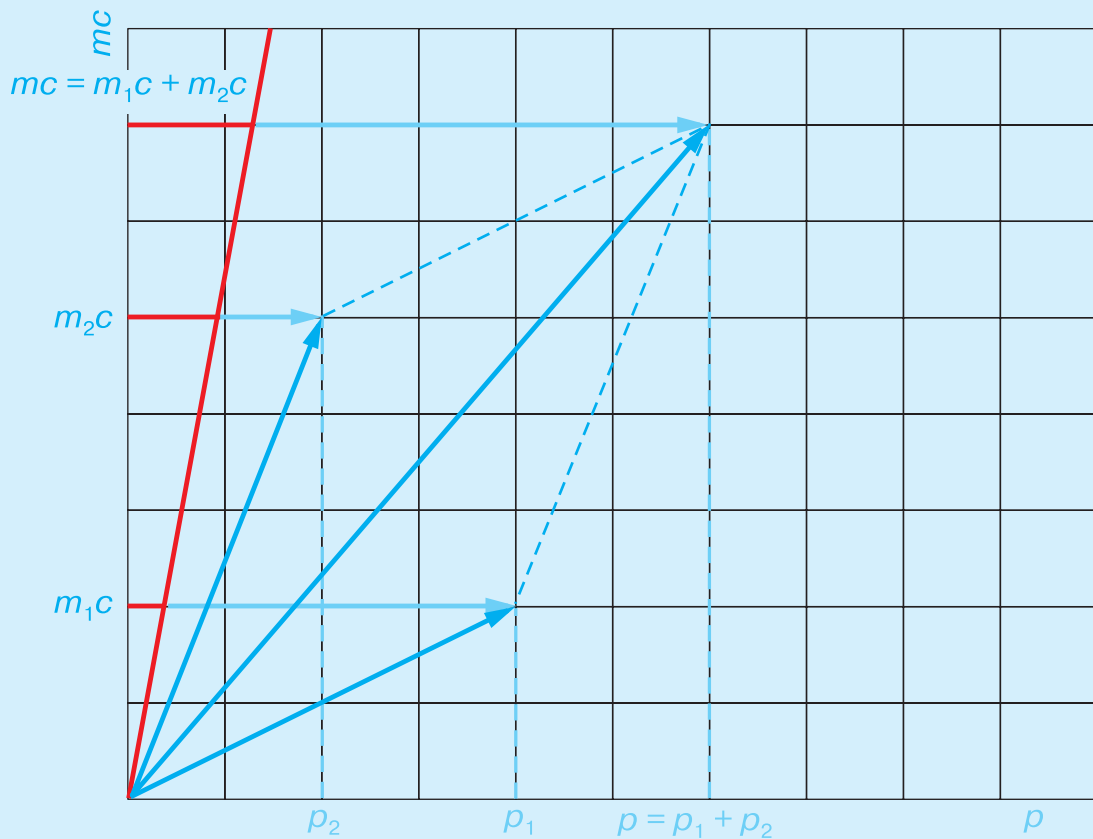


Рис. 33



Возможность анализировать ситуацию в любой системе отсчета позволяет выбрать для этого наиболее удобную систему отсчета. Одна из таких систем, так называемая “система отсчета нулевого импульса” — это система отсчета, в которой пространственная компонента полного импульса системы обращается в нуль. В ней красная линия совпадает со стрелкой полного импульса. Чтобы увидеть, на что похожа ситуация в этой системе отсчета, мы перейдем к следующей диаграмме.

## Сохранение энергии и импульса

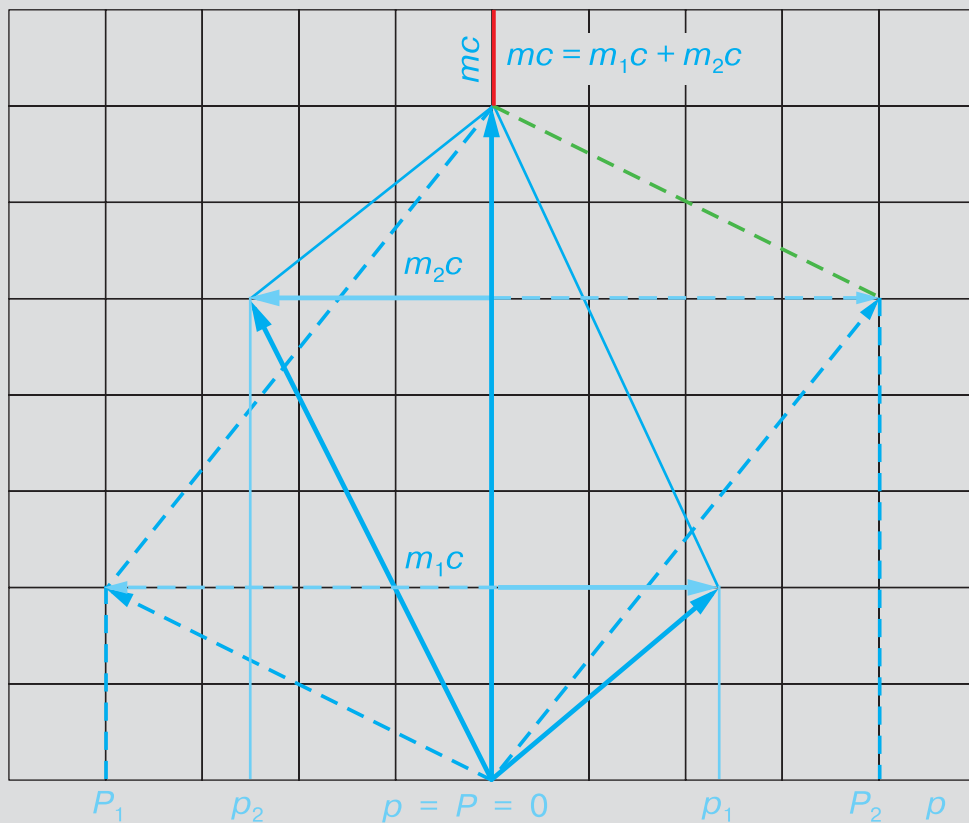
На этой диаграмме (рис. 34) мы видим и входящие, и выходящие вектора импульса (непрерывные стрелки  $p_1$  и  $p_2$ , и пунктирные стрелки  $P_1$  и  $P_2$ , соответственно) для эксперимента по столкновению, рассмотренного ранее. В системе отсчета нулевого импульса полный входящий пространственный импульс  $p$  равен нулю, и его временная компонента равняется сумме масс<sup>1</sup>. Заметим, что в этой системе отсчета одна частица движется направо, а другая налево. Сохранение импульса — это утверждение о том, что вектор полного импульса должен быть одним и тем же до и после столкновения. Его простран-

ственная компонента, таким образом, остается  $p = P = 0$ , в то время как вертикальная компонента — снова есть только сумма масс  $mc = m_1c + m_2c$ . Требование сохранения импульса преобразуется в необходимость того, чтобы горизонтальные компоненты были равны и противоположно направлены до и после столкновения. Мы изобразили частный случай этого. Если мы скомбинируем эту картину с предыдущей, станет очевидно, что, если сохранение импульса справедливо в одной (ньютоновской) системе отсчета, это также справедливо в любой другой. Переход между системами отсчета заключается в рисовании некоторой красной линии, представляющей относительную скорость.

Заметим, что закон сохранения импульса определяет не выходящие импульсы отдельных частиц, а только их сумму. В нашем одномерном случае, необходимо еще одно соотношение, чтобы определить их полностью, например, такое как условие для энергии. Мы вернемся к этому в ближайшее время.

Теперь вы можете спросить, почему мы тратим столько сил на эту проблему сохранения импульса. Ответ в том, что мы хотим понять, что произойдет с этими очень простыми картинками, в которых мы можем легко перейти от одной системы отсчета к другой, если мы рассмотрим ситуацию не с ньютоновской точки зрения, а с эйнштейновской.

<sup>1</sup> Речь идет, конечно, не о том, что импульс действительно равняется сумме масс (это невозможно по соображениям размерности). Здесь и далее такое выражение надо понимать в смысле равенства:  $mc = m_1c + m_2c$ . — Прим. ред.



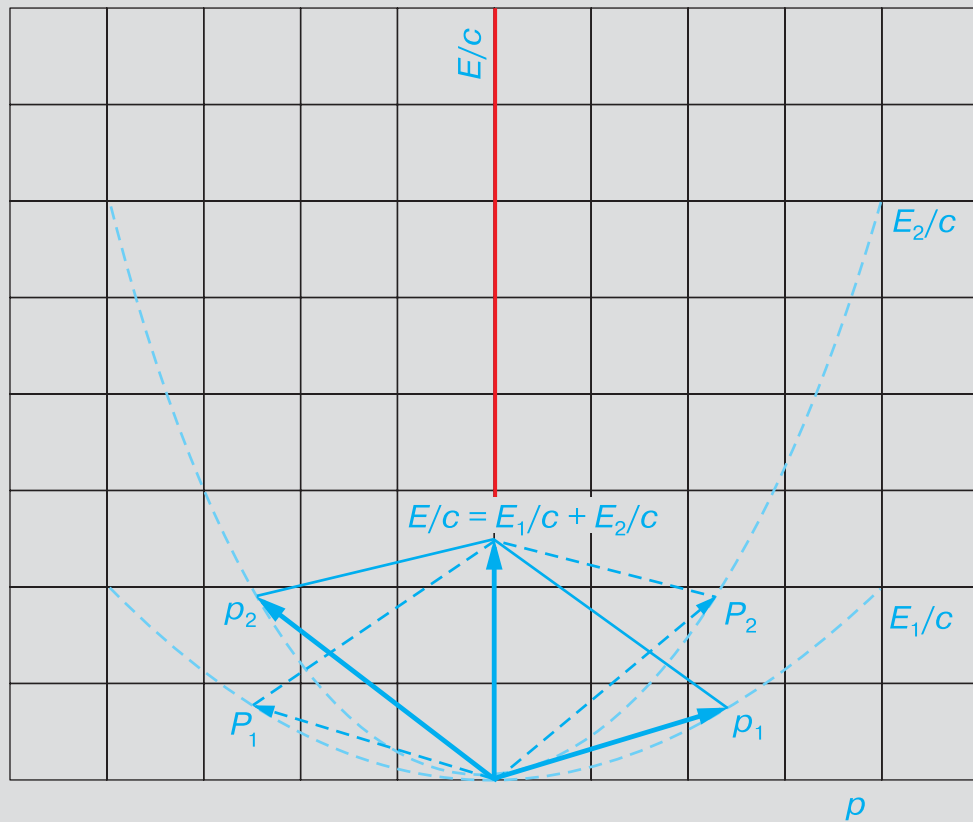
Что случится, если мы заменим правила преобразования Галилея преобразованием Лоренца? Ну, тогда все описание развалится, потому что мы должны заменить простое преобразование скоростей  $v' = v - u$  формулой Эйнштейна  $v' = (v - u) / (1 - vu/c^2)$ . Это преобразование существенно нелинейно, что приводит к тому, что сумма импульсов до выполнения преобразования отличается от их суммы после преобразования. Если бы мы взяли ньютоновское определение импульса и затем применили к нему преобразование Лоренца, мы пришли бы к чудовищному заключению, что закон сохранения импульса больше не выполняется для всех наблюдателей. Таким образом, Эйнштейн столкнулся с простым выбором: либо отказаться от священного закона сохранения импульса, либо придумать другое определение импульса. Как мы видели в предыдущей главе, он выбрал второе. Это был выбор с драматическими последствиями, которые были, однако, подтверждены экспериментально. Объединив понятия пространства и времени, он теперь должен был сделать то же самое для энергии и импульса.

Другим основополагающим законом сохранения, который незыблем во всех областях физики, является закон сохранения энергии. Давайте кратко вспомним, что это означает в ньютоновской системе. Если мы рассмотрим столкновение двух бильярдных шаров, то столкновение будет (почти) «упру-

гим»; это означает, что суммарная кинетическая энергия (энергия движения) обоих шаров строго сохраняется<sup>1</sup>. Кинетическая энергия объекта  $E$  является квадратом скорости (или импульса), а именно, для первого шара  $E_1 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 = p_1^2/2m$ . Изображая  $E_1$  как функцию  $p_1$ , получим пунктирную параболическую кривую, как показано на диаграмме рис. 35.

Если бы вместо этого мы рассматривали столкновение двух шаров из глины, то понятно, что они слиплись бы, и после столкновения продолжили совместное движение с одной скоростью:  $v'_1 = v'_2$ . В системе отсчета, где суммарный импульс равен нулю, результирующая скорость — нулевая, и вся кинетическая энергия теряется. Такое столкновение называют абсолютно неупругим. Не трудно вообразить множество ситуаций, промежуточных между этими двумя предельными случаями. Действительно мы знаем, что в неупругом столкновении энергия на самом деле не исчезает: она преобразуется во *внутреннее* движение молекул в теле, которое нагревается или приобретает остаточную деформацию, что изменяет его внутреннюю энергию.

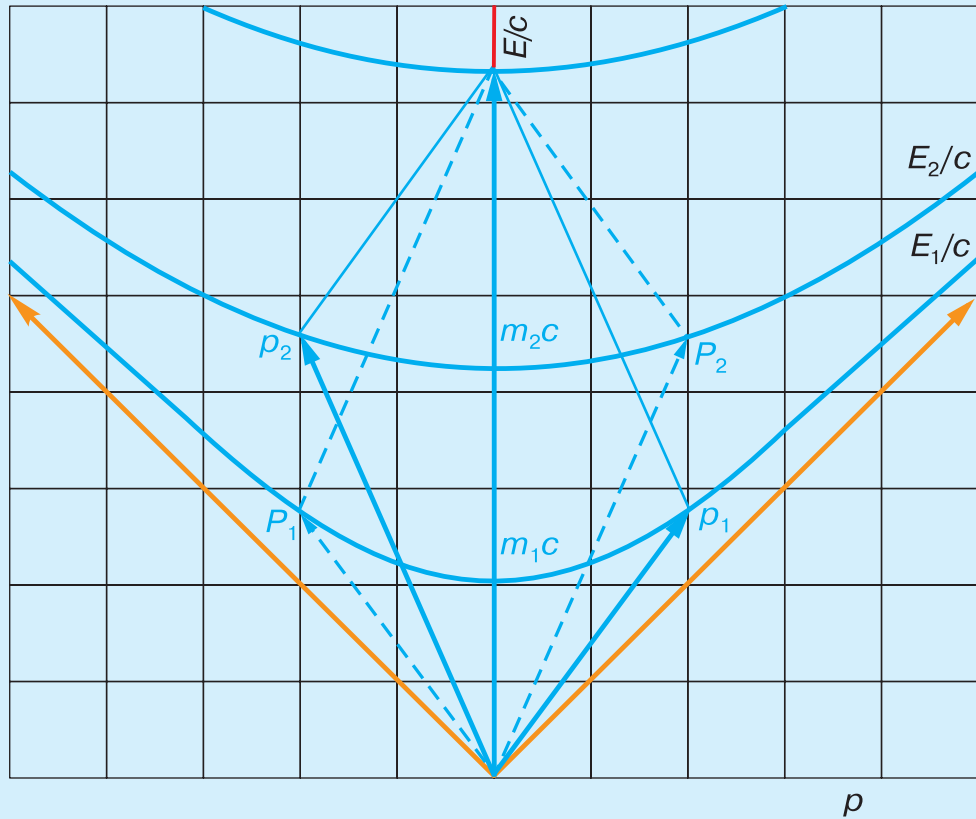
<sup>1</sup> Автор имеет в виду «строгое сохранение энергии» в рамках «почти упругого соударения». Понятно, что если мы будем говорить о «почти упругом соударении», часть кинетической энергии обязательно превратится в тепловую энергию (или в энергию неупругой деформации). — *Прим. ред.*



На диаграмме рис. 35 мы поместили импульс частицы вдоль горизонтальной оси, а соответствующую энергию — вдоль вертикальной оси. Вы можете увидеть, как различные энергии ( $E_1$  и  $E_2$ ) зависят от соответствующих импульсов в системе отсчета нулевого полного импульса. (Вектор суммарного импульса направлен вдоль оси времени и  $p_1 = -p_2$ ). Вектора энергии-импульса двух входящих частиц изображены сплошными стрелками, и те же вектора для исходящих частиц — пунктирными стрелками. Полная кинетическая энергия по Ньютону получается путем сложения соответствующих энергий отдельных частиц, или, если уж на то пошло, сложением входящих или исходящих векторов. На диаграмме мы приводим абсолютно упругое столкновение, для которого полная энергия до и после столкновения одна и та же. Сразу видно из диаграммы, (в одном пространственном измерении), что существует *единственное* решение в данном случае, когда частицы обмениваются импульсами, поэтому,  $P_1 = p_2 = -p_1$  и  $P_2 = p_1 = -p_2$ . Именно поэтому две кривые  $E_1$  на диаграмме совпадают, так же как и кривые  $E_2$ .

Закон сохранения энергии-импульса является релятивистским эквивалентом классических законов сохранения импульса, массы и энергии. Обратите внимание, что масса, очевидно, больше не сохраняется независимо от перечисленных величин, потому что она составляет часть общей релятивистской энергии. Мы приходим к единственной релятивистской диаграмме 36. Вы можете видеть, что для малых импульсов ее можно аппроксимировать, как бы «складывая» две предыдущие нерелятивистские диаграммы (рис. 34 и 35). Вывод возвышенной простоты.

**Головоломка:** Пион — частица с массой равной 273 массам электрона. Она неустойчива: распадается на *мюон*, с массой, равной 207 электронных масс, и *антинейтрино*, с пренебрежимо малой массой. Изобразите диаграмму энергии-импульса для этого распада в системе, где пион покоится. Любители алгебры могут также использовать закон сохранения энергии-импульса для расчета энергий двух продуктов распада.



В мире есть несколько мест, где теория относительности является средством к существованию<sup>1</sup>. В США, Европе и Японии были построены большие ускорители для того, чтобы получить элементарные частицы предельно высоких энергий, то есть таких, чья скорость близка к скорости света. Общим в конструкции ускорителей является большое круглое кольцо, в котором частицы ускоряются и «сохраняются»<sup>2</sup>. Обычно есть два пучка, частиц, которые имеют одинаковую массу и часто противоположные заряды, и движутся навстречу друг другу. Поскольку импульсы частиц в этих пучках равны и противоположны, лаборатория как раз и является системой отсчета, в которой суммарный импульс равен нулю. Частицы вступают в лобовое столкновение в некоторой области взаимодействия, выделяя огромное количество энергии, которое затем может быть преобразовано в но-

вые типы материи, такие, как очень тяжелые частицы.

Например, физики надеются обнаружить остающуюся до сих пор гипотетической частицу Хиггса<sup>3</sup>.

В 2007—2008 годах крупнейший ускоритель, из когда-либо построенных, Большой адронный коллайдер<sup>4</sup> (БАК), будет введен в эксплуатацию<sup>5</sup>, в лаборатории CERN, в Женеве, Швейцария. В окружности он составит 27 км, и будет ускорять протоны до энергий, которые эквивалентны примерно 7000 их масс, так что  $E = \gamma mc^2 = 7000 mc^2$ . Таким образом, имеем  $\gamma = 7 \times 10^3$ , и, используя опреде-

<sup>1</sup> Автор придает этой фразе юмористический оттенок. В оригинале сказано «relativity is bread and butter business», что можно прочитать, как бизнес для добывания «бутербродов с маслом». Смысл в том, что в этих местах теория относительности «кормит» теоретиков. — *Прим. ред.*

<sup>2</sup> Конечно, речь идет не о том, что имеется «хранилище ускоренных протонов», а о том, что ускоренные частицы находятся в постоянном движении «до востребования» их в столкновениях. — *Прим. ред.*

<sup>3</sup> Другое название — бозон Хиггса. Гипотетическая частица, отвечающая за формирование массы частиц. Крайне важна в рамках Стандартной модели (см. книгу автора «Уравнения: символы познания», Бином. Лаборатория знаний, 2012). Европейская организация ядерных исследований (CERN) официально объявила 4 июля 2012 года об открытии бозона Хиггса в результате экспериментов на Большом адронном коллайдере. — *Прим. ред.*

<sup>4</sup> Адроны — общее название класса элементарных частиц. Участники т.н. «сильного взаимодействия», что и послужило основанием для такого названия (от греч. hadros — большой, сильный). Насчитывается несколько сотен адронов; наиболее известны протон и нейтрон. Коллайдер — ускоритель элементарных частиц. Название collider произошло от слова collide — сталкиваться. — *Прим. ред.*

<sup>5</sup> В настоящее время он уже успешно работает. — *Прим. ред.*

ление  $\gamma$ , можем легко рассчитать  $\beta$ , который составляет около  $1 - 10^{-8} = 0,99999999$ . Таким образом, скорость этих протонов на удивление близка к скорости света. Это очень большое значение для выбранного масштаба изображений, которые мы рисовали до сих пор. На диаграмме на рис. 36 будет только одна гипербола для пары сталкивающихся протонов, так как они имеют огромные, но противоположные импульсы. Точка  $E$  будет в 14 тысяч раз выше, чем пересечение гиперболы с вертикальной осью! Экстремально релятивистская ситуация.

## Тахионы

В главе 3 мы утверждали, что частицы не могут двигаться быстрее, чем скорость света, что спасало священное понятие причинной связи. Тем не менее, можно спросить, допустимо ли априорно ввести частицы, которые движутся быстрее, чем свет. Такие гипотетические частицы называют тахионами, и то, что теория относительности может сказать о них, может быть легко понято с использованием пространственно-временной диаграммы. Из теории относительности следует, что тахион — частица с пространственноподобным вектором энергии-импульса, имеющая отрицательный квадрат массы  $m^2 = -\mu^2$ . Его инвариантное отношение энергии-импульса читается как  $E^2 + \mu^2 c^4 = p^2 c^2$ , и соответствующая кривая в плоскости  $(E, pc)$  — времениподобная гипербола (пересекающая  $x$ - или

$p$ -ось), как это изображено на диаграмме 23. Заметьте, что для всех точек этой кривой импульс  $p$  больше или равен  $\mu c$ , другими словами,  $v$  никогда не меньше, чем  $c$ . Для других инерциальных наблюдателей вектор энергии-импульса тахиона сдвигает всю гиперболу, и тахион в результате должен обладать отрицательной энергией. Следовательно, существование тахионов не исключается теорией относительности, но если они могут взаимодействовать с обычной материей, утверждение, что они движутся быстрее света, приводит к нарушению причинности, в то время как их отрицательные энергетические состояния обусловят нестабильность материи. Утешает, что до сих пор с этим сталкивались только в научно-фантастических романах.

**Головоломка:** Предположим, что тахионы существуют и действительно взаимодействуют с обычными частицами. Покажите на диаграмме, подобной изображенной на рис. 36, комбинируя вектора энергии-импульса для пространственноподобной и времениподобной гиперболы, что сохранение полной энергии и импульса приводит к процессам, в которых обычная частица может испустить тахион. Проверьте, что такие процессы не приводят к эмиссии обычной частицы или фотона. Это говорит о том, что тахионы могут вызвать неустойчивость материи — существенный аргумент против их существования.



## 8. Вне границ специальной теории относительности

*Важно — не переставать спрашивать.<sup>1</sup>*

### Натяжения

Освоив специальную теорию относительности, мы готовы принять еще один вызов — задачу, в которой скорость наблюдателей не постоянна. Вообразите две ракеты, Аполлон и Спутник, летящие одна за другой. Они движутся с одинаковой скоростью, и таким образом, они неподвижны друг относительно друга. Между ними натянута жесткая нерастяжимая веревка. Пилоты договорились, что в определенное время они оба ускорятся строго одинаковым образом. Поскольку они намереваются сделать это в одно и то же время, можно думать, что с веревкой ничего не случится. Однако, в противоположность нашим ожиданиям, происходит нечто неожиданное.

Удобно проанализировать ситуацию на пространственно-временной диаграмме (рис. 37). На диаграмме ситуация изображена в не-

сколько идеализированном виде. Сначала мы видим  $A$  и  $S$  в покое (по отношению к системе отсчета, выбранной привычным образом), потом в момент времени  $w_0$  они оба изменяют скорость.

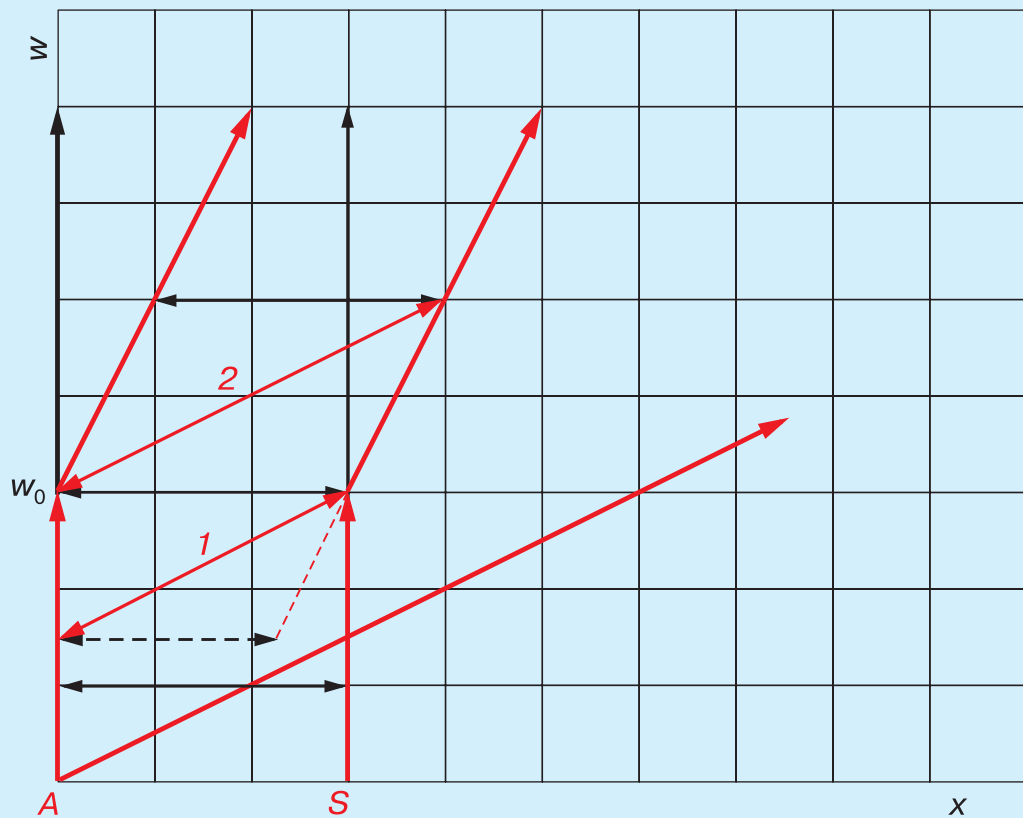
Расстояние между этими двумя ракетами, рассматриваемое в движущейся красной системе отсчета, сначала соответствует двойной стрелке, обозначенной  $1$ , которая является также длиной веревки в этой системе отсчета.

Затем  $S$  ускоряется первым, и расстояние увеличивается до более длинной двойной стрелки, обозначенной  $2$ . Веревка, однако, будучи нерастяжимой — сохраняет ту же самую длину  $1$  в ее неподвижной системе отсчета (красная система), и поэтому порвется.

Для неподвижных наблюдателей (черная система отсчета) обе ракеты изменяют скорость в одно и то же время, и расстояние между ними действительно остается постоянным (см. черные стрелки на диаграмме); но для них веревка подвергается Лоренцевскому сокращению, поскольку она движется. Движущаяся веревка длины  $1$  приобретает в

---

<sup>1</sup> К сожалению, русский перевод в данном случае не в состоянии передать содержание мысли полностью. В оригинале: The important thing is to not stop questioning, т. е. «это важная штука — не прекращать процесс спрашивания». — *Прим. ред.*



покоящейся системе отсчета уменьшенную длину, обозначенную прерывистой черной стрелкой. Это объясняет, почему для неподвижных наблюдателей веревка порвется.

## Ускоренный наблюдатель и горизонт событий

Мы приближаемся к почти счастливому концу нашей истории. Я должен сказать Вам, что после статей по специальной теории относительности, Эйнштейн в течение нескольких лет хранил молчание, а затем возвратился с другой теорией, потрясшей мир. Ее название — *общая теория относительности*. В этой теории он показал, как его идея относительности может быть обобщена для ситуаций, когда наблюдатели движутся произвольно друг относительно друга. Другими словами, он расширил понятие лоренцевской инвариантности до инвариантности при произвольных преобразованиях координат. Эта теория оказалась новой теорией гравитации и считается одним из самых больших достижений в науке.

Здесь мы только поверхностно затронем некоторые элементарные аспекты, рассматривая ускоренного наблюдателя. И не любого наблюдателя. Мы возьмем частный случай, а именно, путешественника, мировая линия которого — красная гипербола на диаграмме 38. Это — не что иное, как времениподобная гипербола, которую мы обсуждали на

стр. 65 и рис. 23. Понятно, что первоначальная скорость этого путешественника постоянно увеличивается. Мы видим, что скорость для больших времен стремится к скорости света, а ускорение уменьшается.

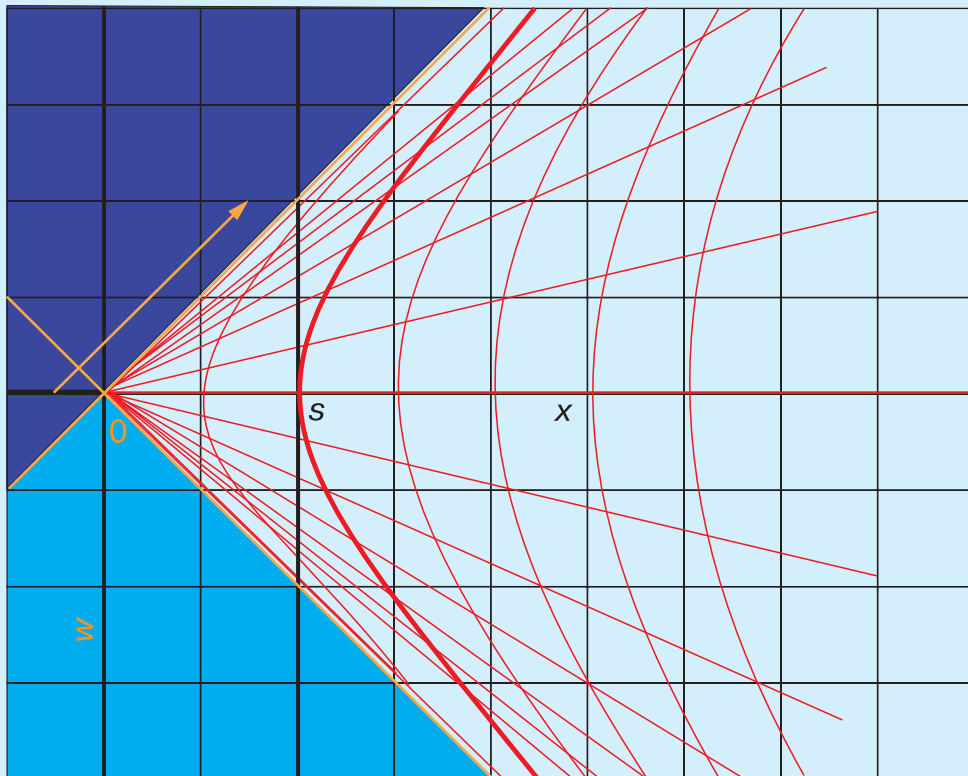
Для любой данной точки на мировой линии система отсчета сформирована лучом, исходящим из начала координат до ее позиции на пространственной оси, и касательной к гиперболе в ее положении на оси времени (не изображаются, за исключением начала). Поэтому параметр скорости  $\beta = v/c$  зависит от времени:  $\beta = \beta(w)$ .

Так как параметр скорости — это тангенс угла между осями движущейся системы координат и соответствующими осями неподвижной системы, мы сразу же делаем вывод, что в каждой точке  $(w, x)$  на мировой линии нашего наблюдателя имеем  $\beta = w/x$ .

Комбинируя это с уравнением, определяющим времениподобную гиперболу  $x^2 - w^2 = s^2$ , мы немедленно получаем, что  $\beta(w) = w/\sqrt{(w^2 + s^2)}$ . Эта дробь действительно стремится к единице, если  $w$  стремится к бесконечности. Мы также получаем, что коэффициент масштабирования  $\gamma$  равняется

$$\gamma = 1/\sqrt{(1-\beta^2)} = (1/s)\sqrt{(w^2 + s^2)}.$$

Ясно, что наш наблюдатель находится в особой ситуации. Эту особенность легко увидеть, если мы рассмотрим закон для релятивистской силы  $F = dp/dt = dp/dw =$



$= d(\beta\gamma mc^2)/dw$ , где  $p$  — релятивистский импульс.

В этом случае вычисление становится совершенно тривиальным, потому что после подстановки значений  $\beta$  и  $\gamma$ , мы получаем для импульса  $\beta\gamma mc^2 = wmc^2/s$ , который представляет собой только  $w$ , умноженное на постоянное число. Тот факт, что импульс увеличивается линейно с  $w$ , означает, что сила  $F$  является постоянной величиной:  $F = mc^2/s$  вообще не зависит от  $w$ . Вывод изыщен и прост: времениподобная гипербола соответствует мировой линии наблюдателя, на которого действует постоянная сила! Параметр  $s$ , характеризующий гиперболу, равняется  $s = mc^2/F$  и фундаментальным образом определяется отношением силы к массе.

Реализацией типичной физической ситуации, которую мы описываем, является заряженная частица, движущаяся в постоянном электрическом поле (в направлении  $x$ ). В теории относительности постоянная сила не приводит к постоянному ускорению, потому что масса больше не является постоянной, она увеличивается со скоростью так, что скорость никогда не превышает скорость света.

Как будет наблюдатель, который находится, по определению, в покое в своей собственной системе отсчета, воспринимать эту постоянную силу? Для него ситу-

ация очень похожа на ситуацию человека, стоящего в лифте. Пусть лифт ускоряется. Наблюдатель будет интерпретировать эту силу как своего рода гравитационную силу, потому что ускорение, направленное вверх, заставляет вас чувствовать себя более тяжелым. Здесь мы мельком увидели общую теорию относительности, основанную на эквивалентности ускоренных наблюдателей и эффекта гравитационного поля, или другими словами, эквивалентности инерционной и гравитационной масс<sup>1</sup>.

Используя наши знания геометрии, мы нашли физическую интерпретацию для времениподобной гиперболы, которую мы построили шаг за шагом в предыдущих разделах. Теперь мы должны посмотреть на диаграмму еще раз, поскольку в запасе имеется еще один сюрприз. Что произойдет со всеми наблюдателями, которые остались в неподвижной системе отсчета, с соответствующими строго вертикальными мировыми линиями?

Мы можем представить себе, что они обмениваются сообщениями с нашим путешественником, чтобы держать его в курсе событий, происходящих дома.

---

<sup>1</sup> Конечно, этот эффект возникает и в классической, даже школьной физике, когда мы рассматриваем увеличение веса (силы реакции опоры, взятой с противоположным знаком) в результате ускорения лифта. — *Прим. ред.*

Предположим, у них есть беспроводная связь, использующая сигналы, которые движутся со скоростью света. Что мы можем извлечь из диаграммы? Мы видим, что сигналы от данного стационарного наблюдателя (скажем, что он движется прямо вверх по черной оси  $x = s$ ) достигают цели без проблем, пока неподвижный наблюдатель не «вошел» в темные области (при  $w = s$ ). С этого момента его сообщения больше не будут попадать к путешественнику, даже если пройдет сколь угодно много времени.

Световые конусы событий будущего полностью находятся в темной области. С другой стороны, сообщения, которые путешественник посылает наблюдателю, будут доходить до него всегда и без проблем. Это впечатляющее явление характерно для ситуаций, связанных с ускоренными наблюдателями. Пространство-время оказывается разделенным на различные области, которые разгорожены *горизонтом событий*. Путешественник вне этих областей никогда не будет знать о событиях, которые происходят за этим горизонтом, поскольку для него соответствующие события навсегда останутся скрытыми в темноте. На рисунке также показаны области прошлого (синим цветом), включающие события, которые никогда не смогут быть затронуты путешественником: это область вне световых конусов будущего

для всех точек мировой линии путешественника<sup>1</sup>.

Эти примеры — довольно безобидная прелюдия к ошеломляющей физике геометрии искривленного пространства-времени, которая также включает в себя черные дыры. Эйнштейну потребовалось около десяти лет до 1915 года для завершения этого второго шедевра — общей теории относительности — одного из величайших интеллектуальных достижений в истории физики. Удивительно, если не сказать больше, что, хотя Эйнштейн действительно получил Нобелевскую премию (в 1921), но он получил ее не за теорию относительности. Такова относительность Нобелевских премий! Однако даже без этого Эйнштейн выделяется как один из самых ярких, самых творческих и самых смелых ученых.

---

<sup>1</sup> Можно сказать, что сигналы, посланные вслед ускоренному наблюдателю с расстояния, лежащего за горизонтом событий, окажутся недоступны этому наблюдателю. И он никогда не сможет узнать о событиях, расположенных в пространстве Минковского за горизонтом событий прошлого. Точно так же он не сможет повлиять на события будущего, расположенные за горизонтом событий будущего. — *Прим. ред.*

*Трудные задачи мы не можем решить, думая так же, как думали, создавая их.*

Наше визуальное путешествие по ландшафтным просторам пространства и времени, которое позволило нам приблизиться к пониманию революционных озарений молодого Эйнштейна, подошло к концу. Разве не замечательно, что элементарные рассуждения, выполняемые тщательно, могут привести к такой парадоксальной, радикально новой интерпретации физической действительности? Мы сосредоточились на геометрическом, а не на алгебраическом подходе, последовательно проводя наши объяснения на графическом языке пространственно-временных диаграмм. Это позволило нам рассмотреть несколько известных парадоксов, и прийти к некоторым неожиданным заключениям. Если этот метод позволил вам разделить с нами некоторые из наиболее глубоких представлений о природе, которые предлагает теория относительности, значит, он выполнил свое предназначение. Не случайно то, что геометрический подход работает так хорошо, потому что теории относительности вывели значительную область физики на арену геометрии, хотя и геометрии более общего вида, чем тот, который умозрительно предложили древние мыслители.

Отправной точкой для специальной теории относительности явилась работа Лоренца для максвелловской теории электромагнетизма (которая была завершена около 1865 года). Вас, возможно, интересует, что происходит с электромагнитными явлениями в теории относительности. Уравнения теории Максвелла построены так, что они уже Лоренц-инвариантны и хорошо описывают электромагнитные явления. Тем не менее, было бы интересно рассмотреть, например, как электрическое и магнитное поля выглядят для разных наблюдателей. Я воздержался от обсуждения этой темы, поскольку она требует от читателя немалых предварительных знаний по электромагнетизму для того, чтобы имело смысл начинать это обсуждение.

После завершения специальной теории относительности Эйнштейн перешел к другим научным вопросам. Как мы упоминали выше, только позже он возвратился к проблеме относительности, достигнув высшей точки в 1915, когда создал свою общую теорию относительности. В общей теории относительности понятие плоского пространства-

времени, с которым мы сталкивались в этой книге, получило дальнейшее обобщение в виде искривленного пространства-времени.

Эквивалентность инерциальных систем отсчета была распространена на произвольные системы отсчета, и инвариантность относительно преобразований Лоренца расширена до инвариантности относительно общих преобразований координат. Эта могучая теория также ввела радикально новую интерпретацию силы гравитации, как проявление искривленности пространства-времени. Она предсказала ряд поразительных физических эффектов и явлений, которые были подтверждены экспериментально. Наиболее драматическими из них являются, вероятно, существование расширяющейся Вселенной, черные дыры, и космологическая постоянная или ненулевая энергия вакуума, которой пронизано все пространство<sup>1</sup>.

Теория относительности подчеркивает важность понимания того, что наше восприятие ни в коем случае не является абсолют-

ным. Осуществляя наше путешествие, мы должны были отказаться от абсолютных понятий времени, пространства, массы и энергии. Однако эта зависимость точки зрения от конкретного наблюдателя отнюдь не означает произвольность; это не тот вид субъективности, который мы имеем в виду, когда говорим, что некие представления — “дело вкуса”. Теория относительности предоставляет нам межсубъектную мета-перспективу, которая связана уже не с точкой зрения одного наблюдателя, а поддерживается совокупностью всех наблюдателей. Другими словами, относительность выражает глубокий смысл универсальности.

Вскоре после прорыва Эйнштейна, основы физики были еще раз глубоко потрясены появлением квантовой теории. Удивительно, но резкий пересмотр роли «ньютоновского» наблюдателя привел к еще большей утрате объективной роли наблюдателей и акта измерения. В результате пришлось отказаться от строгого разделения объекта и субъекта, которое все еще существовало в теории Эйнштейна.

Новые краеугольные камни современной физики — относительность и квантовая теория — оказали глубокое и длительное воздействие на философию науки и познания. Они обозначили решающие поворотные моменты в нашем мышлении, что не могло про-

---

<sup>1</sup> Значительная часть этих явлений была предсказана дальнейшими (после Эйнштейна) разработчиками общей теории относительности. О предсказаниях общей теории относительности и их подтверждении в эксперименте можно прочитать в книге автора «Уравнения: символы познания», Бином. Лаборатория знаний, вышедшей на русском языке в 2012 году. — *Прим. ред.*



изойти на основании общих соображений или философских исследований: нужно было идти и изучать саму физику в деталях, подобно тому, как великие люди сделали это в первой четверти 20-го столетия.

О научном поиске этих фундаментальных законов Эйнштейн сказал: “Нет никакого логического пути, который приводит к этим базовым законам, только интуитивный, основанный на креативности и опыте”. Он также осторожно заметил, что “с такой методологической неопределенностью можно было бы думать, что существует произвольное число возможных равноправных и верных систем. Однако история показывает, что из всех возможных конструкций одна всегда имеет абсолютное преимущество перед другими”.

Мы обсудили результаты Эйнштейна нашим специфическим способом. Можно надеяться, что Вы почувствовали вкус того, насколько захватывающей и полезной она может быть для человека, впервые вступающего на незнакомую территорию глубокого познания. Даже сегодня остаются огромные, но скрытые области природы, которые предстоит изучить.

Я могу только надеяться, что и в грядущих поколениях многие будут обладать вдохновением и мужеством для дальнейшего исследования сердца этой великой территории, полной тайн, которую мы называем Природой.

# Предметный указатель

Наиболее важные номера страниц выводятся жирным шрифтом.

$\beta$  см. также скоростной параметр (параметр скорости), **32**, **43**, **60**

$\gamma$  см. также коэффициент пропорциональности (масштабирования), **47**, **50**

$c$ , см. также скорость света, **17**, **19–20**, **24**, **32**, **38**, **51**, **78**

$E = mc^2$ , **78**

$w$ , **19**

## Б

близнецов парадокс, **52**, **54**, см. также парадокс близнецов

## В

времениподобный, **67**, **68**

## Г

горизонт событий, **102**

## Д

диаграмма Минковского, **13**

## Е

Евклидово пространство, **51**, **70**

## З

замедление времени, **47**, **50–51**, **52**, **56**, **59**

## И

импульс, **74**, **76**, **78**, **80**

фотона, **76**

релятивистский, **86**, **89**

## К

калибровка, **25**

квантовая теория, **64**

кинетическая энергия, см. также энергия кинетическая согласно Ньютону, **80**

координаты, **32**

## Л

Лоренц, Хендрик Антон, **60**

## М

масса

инвариантная, **80**

релятивистская, **78**, **80**

покоя, **80**

Майкельсон и Морли, эксперимент, **19**, **61**

мировая линия, **20**, **27**, **56**, **68**

мысленный эксперимент, **25**, **35**, **52**, **63**

## Н

Ньютон, Исаак, **32**

## О

Общая теория относительности, **99**, **102–103**  
одновременность, **25**, **47**, **56**, **63**

**П**  
парадокс  
    сокращение длины, **61**, **63**  
    близнецов, **52**, **54**  
покоящаяся (неподвижная) система отсчета, **63**  
постулат, **19**, **22**, **24**, **29**, **40**, **61**  
преобразование Галилея, **34**, **59–61**, **72**  
преобразования Лоренца, **57**, **59–61**, **67–68**, **72**  
причинность (причинная связь), **35**, **44**  
пространственноподобный, **67**, **68**  
пространство-время (пространственно-временные), **14**, **20**, **44**, **67**, **72**  
    диаграмма, **14**, **22**, **27**  
    сетка, **14**, **29**  
    интервал, **67**

**Р**  
расширение, **47**, *см. также* расширение (замедление) времени

**С**  
световой конус, **44**, **102**  
система координат, **25**  
система отсчета, **14**, **25**  
    инерциальная, **22**, **27**  
    наклонная (косая), **29**  
скорость, **17**, **20**, **27**, **38**, **74**, **97**, **99**  
скорость света, **17**, **19–20**, **24**, **32**, **38**, **51**, **78**  
скоростной параметр (параметр скорости), **32**, **43**, **60**  
сложение скоростей, **35**  
событие, **14**, **25**, **32**, **44**, **65**

сокращение Фицджеральда – Лоренца, **61**  
сохранение  
    энергии, **91**  
    энергии и импульса, **93**  
    массы, **84**, **86**  
    импульса, **84**, **86**, **89**

**Т**  
тахионы, **96**

**У**  
ускорение, **22**, **54**, **56**, **74**, **84**, **101**

**Ф**  
фотон, **17**

**Ч**  
частота, **52**

**Э**  
энергия связи, **82**  
Эйнштейн, Альберт  
    сложение скоростей, **38**, **43–44**, **60**, **72**  
    как человек, **64**  
    энергия и импульс, **78**  
    постулаты, **22**, **24**, **29**, **40**, **61**  
элементарные частицы  
    время жизни, **56**  
энергия  
    связи, **82**  
    кинетическая, **80**, **91**  
    релятивистская, **78**  
эфир, **19**, **61**

*Минимальные системные требования определяются соответствующими требованиями программ Adobe Reader версии не ниже 11-й либо Adobe Digital Editions версии не ниже 4.5 для платформ Windows, Mac OS, Android и iOS; экран 10"*

*Научно-популярное электронное издание*

**Бэйс** Сандер

**ОЧЕНЬ СПЕЦИАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ:  
ИЛЛЮСТРИРОВАННОЕ РУКОВОДСТВО**

Редактор *Л. И. Ястребов*

Художественное оформление: *И. Е. Марев*

Технический редактор *Е. В. Денюкова*

Корректор *Л. Н. Макарова*

Компьютерная верстка: *Е. А. Голубова*

Подписано к использованию 09.04.18.

Формат 170×170 мм

Издательство «Лаборатория знаний»

125167, Москва, проезд Аэропорта, д. 3

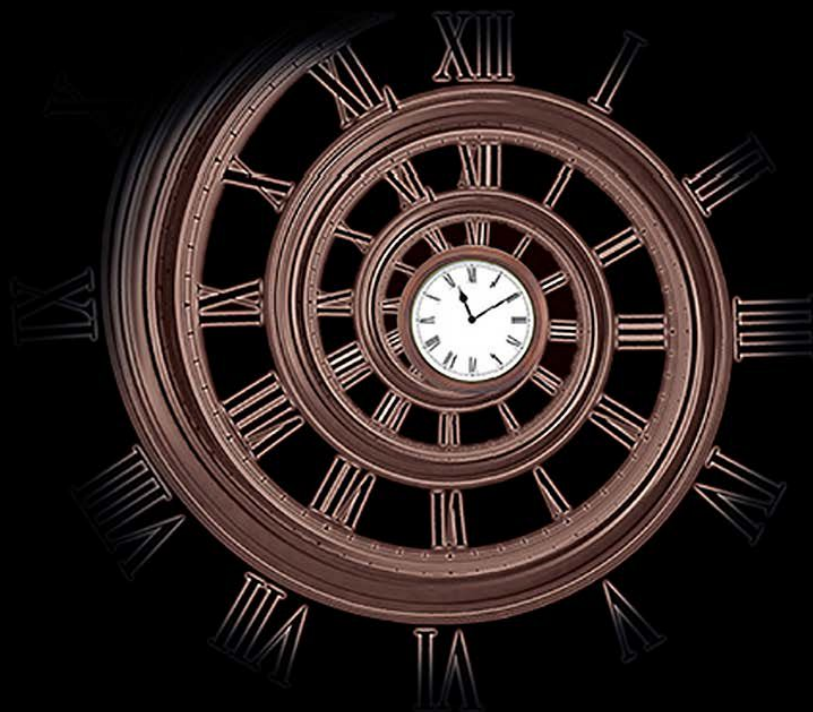
Телефон: (499) 157-5272

e-mail: [info@pilotLZ.ru](mailto:info@pilotLZ.ru), <http://www.pilotLZ.ru>

Сандер БЭЙС

# Очень специальная теория относительности:

иллюстрированное руководство



Символ	Определение	Страница
$c = 299\,792\,458\text{ м/с}$	Скорость света в вакууме	17
$w = ct$	Временная координата	19
$\beta = v/c$	Параметр отношения скоростей	32
$\gamma$ , определяется как $\gamma^2 = 1/(1 - \beta^2)$	Коэффициент пропорциональности (масштабирования)	47
$f$	Частота	52
$s$ , определяется как $s^2 = w^2 - x^2$	Инвариантный пространственно-временной интервал	67
$p = mv$	Ньютоновский импульс	74
$E_k = mv^2/2$	Ньютоновская кинетическая энергия	80
$F = ma$	Ньютоновский закон силы	74
$m_{rel} = \gamma m$	Релятивистская масса	80
$p = \beta \gamma mc = m_{rel} v$	Релятивистский импульс	76
$E = m_{rel} c^2$	Релятивистская энергия	80

## Литература

Оригинальные статьи Эйнштейна по специальной теории относительности:

- Einstein, A., 'Zur Elektrodynamik bewegter Körper', Annalen der Physik 17, pp. 891-921, 1905.
- Einstein, A., 'Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig?', Annalen der Physik 18, pp. 639-641, 1905.

Переводы на английский язык всех его основополагающих работ, относящихся к 1905 г., могут быть найдены в:

- Stachel, J. (ed.), Einstein's miraculous year: five papers that changed the face of physics, Princeton University Press, 2005.

Относительно доступные записки по теории относительности, сделанные самим Эйнштейном:

- Einstein, A., Relativity, Prometheus Books, 1995 (1st edition 1916).
- Einstein, A., The principle of relativity, Dover, 1952.

Подборка некоторые книг по основам специальной теории относительности:

- Bondi, H., Relativity and Common Sense: A New Approach to Einstein, Dover, 1980.
- French, A. P., Special Relativity, Norton, 1968.
- Mermin, N. D., It's About Time, Understanding Einstein's relativity, Princeton University Press, 2005.
- Möller, Christian, The Theory of Relativity, Clarendon Press, 1972 (original 1952).
- Resnick, R., Introduction to Special Relativity, Wiley, 1968.
- Спирге, J. L., Relativity: The Special Theory, North-Holland, 1956.
- Taylor, E. F. & J. A. Wheeler, Spacetime Physics — Introduction to Special Relativity, Freeman, 1992.

## Издательство «Лаборатория знаний» представляет книги Сандера Бэйса

Сандер Бэйс — ведущий физик-теоретик Университета Амстердама. Его исследования затрагивают вопросы теории элементарных частиц, от квантовой теории поля до теории струн. Его особый талант заключается в умении сделать физику понятной широкой аудитории. Способность С. Бэйса превратить сложное в простое позволяет ему передать важную научную информацию большому числу обычных читателей.

С. Бэйс не только разносторонний ученый, но и незаурядный педагог. Его признали лучшим преподавателем Амстердамского университета за 2010 год, дав отличительную характеристику — «артист в образе ученого».

Читатель, несомненно, получит эстетическое наслаждение от прочтения еще двух книг этого уникального ученого:

- Во славу науки. Любознательность, понимание и прогресс

На страницах этой научно-популярной книги Сандер Бэйс задается общеполитическими вопросами о поисках истины, о науке, как основе культуры, о роли любознательности в процессе познания, о важности обучения и образования, о влиянии предрассудков на развитие, о представлениях наших предков об окружающем мире и о том, сильно ли они изменились за прошедшие века. Затрагиваются и так называемые «вечные» естественнонаучные проблемы. Описаны основные этапы и поворотные точки в развитии науки, от античности и Средних веков до наших дней.

- Уравнения: символы познания

Попытка объяснить науку без уравнений походит на попытку объяснить искусство без иллюстраций. Книга посвящена 17 фундаментальным уравнениям физики, начиная с механики Ньютона и заканчивая квантовой механикой, общей и специальной теорией относительности и теорией струн. Многие вопросы современной науки рассматриваются под углом развития и взаимного влияния физики и математики. Материал иллюстрируется несложными схемами и графиками, подается в доходчивой форме.