

СБОРНИК ЗАДАЧ
ПО ОБЩЕМУ КУРСУ
ФИЗИКИ

АТОМНАЯ ФИЗИКА
ФИЗИКА ЯДРА
И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ



СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ОБЩЕМУ КУРСУ ФИЗИКИ

АТОМНАЯ ФИЗИКА ФИЗИКА ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

*ИЗДАНИЕ ЧЕТВЕРТОЕ,
ПЕРЕРАБОТАННОЕ И ДОПОЛНЕННОЕ*

Под редакцией
Д. В. СИВУХИНА

*Допущено Министерством высшего и среднего специального
образования СССР в качестве учебного пособия
для студентов физических специальностей
высших учебных заведений*



МОСКВА «НАУКА»
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
1981

22.3
С 23
УДК 53

Авторы:

В. Л. ГИНЗБУРГ, Л. М. ЛЕВИН, М. С. РАБИНОВИЧ.
Д. В. СИВУХИН

С $\frac{20401-007}{053(02)-81}$ 99-80.1704010000

© Издательство «Наука».
Главная редакция
физико-математической
литературы, 1981

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие к четвертому изданию	4	
	Задачи	Ответы и решения
§ 1. Кванты света	5	102
§ 2. Строение атома и спектры водородоподобных атомов	13	114
§ 3. Волновые свойства частиц. Квантование энер- гии	22	124
§ 4. Рентгеновские лучи и плазма	30	137
§ 5. Сложные атомы. Атом в магнитном поле	35	141
§ 6. Экспериментальные методы ядерной физики	39	144
§ 7. Ядерная физика	62	161
§ 8. Элементарные частицы	81	180
Приложение	207	

ПРЕДИСЛОВИЕ К ЧЕТВЕРТОМУ ИЗДАНИЮ

Четвертое издание пятой (последней) части «Сборника задач по общему курсу физики» по сравнению с предыдущим изданием увеличено примерно вдвое. Последние три параграфа, посвященные физике ядра и элементарных частиц, переработаны и дополнены М. С. Рабиновичем. Остальные параграфы, содержащие атомную физику, переработаны Д. В. Сивухиным и отчасти В. Л. Гинзбургом. Небольшое число задач, в особенности по физике элементарных частиц, выходит за пределы программ по общей физике. Однако было признано целесообразным сохранить и эти задачи, ввиду того что эти разделы физики быстро развиваются, а соответствующие программы непрерывно претерпевают изменения.

Д. В. Сивухин

ЗАДАЧИ

§ 1. Кванты света

1. Найти массу, соответствующую энергии фотона видимого света с длиной волны $\lambda=500$ нм.

2. Какую длину волны должен иметь фотон, чтобы масса, соответствующая его энергии, была равна массе покоя электрона?

3. Найти импульс фотона видимого света ($\lambda=500$ нм). Сравнить его с импульсом молекулы водорода при комнатной температуре. Масса молекулы водорода $M=2,35 \cdot 10^{-24}$ г.

4. При какой длине волны импульс фотона равен импульсу молекулы водорода при комнатной температуре? (См. предыдущую задачу.)

5. Сравнить энергию фотона ($\lambda=500$ нм) с кинетической энергией поступательного движения молекулы водорода при комнатной температуре.

6. Средняя длина волны излучения лампочки накаливания с металлической спиралью равна 1200 нм. Найти число фотонов, испускаемых 200-ваттной лампочкой в единицу времени.

7. Выразить энергию ϵ светового кванта через его импульс и массу, соответствующую этой энергии.

8. Показать, что свободный электрон не может излучить световой квант, так как если предположить, что электрон излучает световой квант, то не будут выполняться одновременно закон сохранения импульса и закон сохранения энергии.

9. По классической электромагнитной теории света поток световой энергии от источника непрерывно распространяется во все стороны. Через какой промежуток времени, согласно этой теории, отдельный атом танталового катода может накопить столько энергии, чтобы стал возможен вылет фотоэлектрона, если катод находится на расстоянии 10 м от 25-ваттной лампочки? Работа выхода электрона для тантала составляет около 4 эВ.

Считать, что фотоэлектрону передается вся энергия, накапливающаяся в атоме тантала, диаметр которого можно считать равным около 0,3 нм.

10. Предполагая, что электромагнитная энергия распространяется не в виде квантов, а так, как принималось в классической теории, найти время, потребное для того, чтобы атом меди накопил энергию, нужную для вылета фотоэлектрона K -оболочки под влиянием жестких рентгеновских лучей. Считать, что атом поглощает всю падающую на него энергию. Сечение атома $\sigma = 10^{-16}$ см². Поток рентгеновских лучей $S = 2 \cdot 10^3$ эрг/(с·см²) (значение S соответствует рентгеновскому излучению, получаемому от современных рентгеновских трубок). K -серия Си возбуждается электронами с энергией не меньше 8,86 кэВ.

11. Определить максимальную скорость фотоэлектронов, вылетающих из медного электрода, освещаемого монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 250$ нм. Работа выхода электрона из меди $P = 4,17$ эВ.

12. Ток насыщения, протекающий через вакуумный фотоэлемент при его освещении, равен $I = 3 \cdot 10^{-10}$ А. Найти число N электронов, вырываемых светом из катода фотоэлемента в одну секунду.

13. Вычислить длину волны λ для длинноволновой границы фотоэффекта на серебре, если работа выхода электрона из серебра $P = 4,28$ эВ.

14. Максимальная скорость фотоэлектронов при освещении цезиевого электрода монохроматическим светом оказалась равной $v_{\text{макс}} = 5,5 \cdot 10^7$ см/с. Работа выхода электрона из цезия составляет $P = 1,89$ эВ. Вычислить длину волны света, применявшегося для освещения этого электрода.

15. В центре посеребренного изнутри вакуумного стеклянного баллона шаровой формы помещен маленький шарик, покрытый никелем. Шарик освещается светом от ртутной лампы с длиной волны $\lambda = 230,2$ нм. Между внутренней поверхностью сферы и шариком приложена задерживающая разность потенциалов. Оказалось, что при увеличении этой разности до $V = 0,75$ В ни один из фотоэлектронов не попадает на посеребренную поверхность сферы. Контактная разность потенциалов между никелем и серебром равна $V_{\text{к}} = 1$ В. Вычислить максимальную скорость фотоэлектронов при данных условиях.

16. Измерения, произведенные на установке, описанной в предыдущей задаче, показали, что при освещении

никелевого шарика монохроматическим светом с длиной волны $\lambda' = 250,7$ нм задерживающая разность потенциалов становится равной $V' = 0,30$ В. Используя эти данные и данные предыдущей задачи, вычислить постоянную Планка h .

17. Уединенный цинковый шарик облучается ультрафиолетовым светом с длиной волны $\lambda = 250$ нм. До какого максимального потенциала зарядится шарик? Работа выхода электрона для цинка $P = 3,74$ эВ.

18. При каких длинах волн λ облучающего света шарик в условиях предыдущей задачи заряжаться не будет?

19. Цинковый электрод вакуумного фотоэлемента освещается монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 250$ нм. При наложении задерживающей разности потенциалов фотокат уменьшается и обращается в нуль, когда она достигает значения $V = 2$ В. Определить внешнюю контактную разность потенциалов V_k между цинком и материалом, из которого изготовлен другой электрод фотоэлемента. Работа выхода электрона из цинка $P = 3,74$ эВ.

20. Определить изменение длины волны при эффекте Комптона, если наблюдение ведется перпендикулярно к направлению первичного пучка излучения.

21. В результате комптоновского рассеяния длина волны λ фотона с энергией $\mathcal{E}_\phi = 0,5$ МэВ увеличилась на $\Delta\lambda = \alpha\lambda$, где $\alpha = 0,25$. Определить кинетическую энергию \mathcal{E}_e электрона отдачи.

22. Фотон рентгеновского излучения с длиной волны λ в результате комптоновского рассеяния на свободном электроне отклонился от первоначального направления на угол ϑ . Определить энергию \mathcal{E}_e и импульс p_e электрона отдачи. Дать численный ответ для $\lambda = 0,02$ нм и $\vartheta = 90^\circ$.

23. В предыдущей задаче определить угол φ между направлением первичного фотона и направлением движения электрона отдачи.

24. Во сколько раз изменение длины волны фотона при комптоновском рассеянии на свободном электроне превосходит аналогичное изменение при рассеянии на свободном протоне при одинаковых углах рассеяния?

25. Определить максимальное изменение длины волны при рассеянии рентгеновского и γ -излучения на свободном протоне.

26. Фотон с длиной волны λ рассеялся на движущемся свободном электроне. В результате электрон остановился, а фотон отклонился от первоначального направления движения на угол ϑ . Найти изменение длины волны фотона $\lambda' - \lambda$ в таком процессе. Как свести эту задачу к задаче о рассеянии фотона на неподвижном электроне?

27. Фотон рассеивается на покоящемся протоне. Энергия рассеянного фотона равна кинетической энергии отдачи, а угол разлета между рассеянным фотоном и протоном отдачи равен 90° . Найти энергию падающего фотона.

28. Фотон с энергией $\mathcal{E}_\gamma = 2m_0c^2$ при рассеянии на покоящемся электроне теряет половину своей энергии, где m_0 — масса покоя электрона. Найти угол разлета φ между рассеянным фотоном и электроном отдачи.

29. Фотон с длиной волны $\lambda = 0,0024$ нм после рассеяния на электроне движется в прямо противоположном направлении. С какой скоростью v должен двигаться электрон, чтобы частота фотона при рассеянии не изменилась?

30. Фотон с энергией $h\nu$ рассеивается назад на электроне, движущемся ему навстречу с энергией \mathcal{E} (включая энергию покоя). Определить энергию фотона $h\nu'$ после рассеяния. Какое значение приобретает эта энергия в случае ультрарелятивистского электрона, когда $(m_0c^2)^2 \ll \mathcal{E}h\nu$ (m_0 — масса покоя электрона)?

31. Определить энергию фотона $h\nu'$, рассеянного назад покоящимся электроном. Какое значение получает эта энергия, когда энергия падающего фотона $h\nu$ удовлетворяет условию $h\nu \gg m_0c^2$ (m_0 — масса покоя электрона)?

32. Ответить на следующие вопросы: 1) С чем связана независимость изменения длины волны фотона при комптоновском рассеянии от вещества облучаемого тела? 2) Каково происхождение несмещенной компоненты в рассеянном излучении? 3) Чем объясняется уширение обеих компонент в рассеянном излучении? 4) Почему увеличивается интенсивность смещенной компоненты в рассеянном излучении с увеличением угла рассеяния, а также с уменьшением атомного номера элемента?

33. Показать, что при комптоновском рассеянии частота фотона до рассеяния в системе отсчета, в которой электрон покоится после соударения с фотоном, равна частоте фотона после соударения в системе отсчета, где

электрон покоился до соударения (т. е. в лабораторной системе).

34. Показать, что при комптоновском рассеянии частота фотона после рассеяния в системе, в которой электрон покоится после соударения, равна частоте падающего фотона в лабораторной системе. Показать, что в системе, все время связанной с электроном, комптоновское рассеяние имеет характер зеркального отражения.

35. Исходя из представления о квантах, вывести формулу для эффекта Доплера в предположении, что источник света движется с нерелятивистской скоростью.

36. То же, но для источника, движущегося с релятивистской скоростью.

37. В предыдущей задаче выяснить характер зависимости частоты ν от угла θ при $\beta \rightarrow 1$. Оценить угол θ , начиная с которого излучаемая частота мала по сравнению с частотой, излучаемой под углом $\theta=0$.

38. При движении быстрой заряженной частицы в области пространства, заполненной изотропным электромагнитным излучением (например, светом Солнца и звезд), частица теряет энергию в результате взаимодействия с этим излучением (предполагается, что энергия частицы больше энергии фотонов, из которых состоит излучение). Считая частицу ультрарелятивистской (энергия $\mathcal{E}_0 \gg mc^2$), а ее соударения с фотоном — лобовыми, найти изменение энергии частицы $\mathcal{E}_0 - \mathcal{E} = \Delta\mathcal{E}$ и энергию фотона отдачи $\hbar\omega$. Энергию фотонов (до соударения) $\hbar\omega_0$ считать малой по сравнению с $\hbar\omega$. Проанализировать результат. Чему равна энергия $\hbar\omega$, если движущейся частицей является электрон с энергией $\mathcal{E}_0 = 2,5 \cdot 10^9$ эВ и $\hbar\omega_0 = 1$ эВ?

39. Электрон с энергией $\mathcal{E}_0 \gg mc^2$ рассеивается на фотоне с энергией $\hbar\omega_0 \ll mc^2$. При каком условии энергия этого фотона в системе отсчета, в которой электрон покоится, удовлетворяет условию $\hbar\omega \ll mc^2$?

40. Каковы потери энергии, испытываемые ультрарелятивистским электроном в результате его «трения» в поле излучения (эти потери обычно называются «комптоновскими», см. задачу 39)? Считать, что энергия $\mathcal{E} \ll mc^2$ ($mc^2/4\hbar\omega_0$). Для учета нелобовых соударений уменьшить потери в 4 раза.

41. Электрон с энергией $\mathcal{E}_0 = 10^{10}$ эВ в момент $t=0$ начинает двигаться в поле черного излучения с плот-

ностью энергии $\omega = 1 \text{ эВ/см}^3$ и температурой, равной температуре Солнца. Какой будет энергия электрона через 10^6 и 10^8 лет?

42. Электрон с начальной энергией $\mathcal{E}_0 = 10^{10} \text{ эВ}$ движется из галактического пространства в направлении на центр Солнца. Какую энергию потеряет электрон на пути до фотосферы при учете «комптоновских» потерь?

43. Влияние среды на распространение света может быть учтено введением показателя преломления n . Для описания квантовых свойств света в среде можно также, не вдаваясь в механизм явления, ввести понятие о квантах света в среде в том смысле, что при излучении или поглощении кванта света излучатель отдает или получает энергию \mathcal{E} и импульс p . При этом, для того чтобы обеспечить согласие с опытом, нужно положить, что импульс кванта $p = h\nu n/c$, а энергия кванта $\mathcal{E} = h\nu n$ (вместо $p = h\nu/c$ и $\mathcal{E} = h\nu$ в вакууме). Используя эти соотношения, вывести выражение для эффекта Доплера при движении источника в среде с нерелятивистскими скоростями.

44. То же, но для источника, движущегося с релятивистскими скоростями. Исследовать особо случай, когда скорость источника превосходит фазовую скорость испускаемого света в среде.

45. В предыдущей задаче исследовать характер зависимости частоты излучаемого света от угла θ при $\beta \rightarrow 1$ для двух случаев: а) $n > 1$; б) $n < 1$.

46. Используя результат решения задачи 44, найти условие возникновения излучения Вавилова — Черенкова (см. ч. IV, задача 261), а также связь между направлением этого излучения и его частотой ν .

47. Электрон движется в диспергирующей среде с непрерывно возрастающей скоростью. На какой частоте начнется излучение Вавилова — Черенкова? Поглощение не учитывать.

48. Электрон движется в среде без дисперсии с непрерывно возрастающей скоростью. На какой частоте начнется излучение Вавилова — Черенкова?

49. Частица движется в среде параллельно оси узкого цилиндрического канала. При каких поперечных размерах канала интенсивность излучения в эффектах Вавилова — Черенкова и Доплера будет того же порядка, что и при движении в сплошной среде?

50. Частица равномерно движется в среде, которой она может, излучая фотон, передать энергию $h\omega_0$ и им-

пульс $l\hbar k_0$, где $l=0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Такая ситуация возникает, например, при движении частиц в среде, диэлектрическая проницаемость которой изменяется по закону

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_1 \cos(\omega_0 t - \mathbf{k}_0 \mathbf{r}), \quad \varepsilon_0 \gg |\varepsilon_1|.$$

Найти частоту излучения, испускаемого в таких условиях под углом θ к направлению скорости частицы \mathbf{v} .

51. При каких условиях можно ожидать, что при распространении в среде электромагнитных волн возникает черенковское излучение?

52. В среде распространяется рентгеновский квант (частота ω_0 , волновой вектор \mathbf{k}_0), который рассеивается с образованием нового рентгеновского кванта и мягкого (оптического) фотона с частотой Ω и волновым вектором \mathbf{K} (такое комбинационное рассеяние возможно только при наличии взаимодействия между излучением разной частоты, т. е. является нелинейным эффектом). Найти угол, под которым будет испущен мягкий фотон.

53. Атом движется по оси узкого канала в недиспергирующей среде со сверхсветовой скоростью. Вначале он находится на основном энергетическом уровне. На каком энергетическом уровне будет находиться атом при прохождении очень большого пути?

54. Световые кванты обладают не только инертной, но и «тяжелой» массой. Отсюда следует, что при наблюдении света звезд на Земле спектральные линии должны быть смещены в красную сторону. Найти величину красного смещения.

55. Вычислить красное смещение D -линий Na, испускаемых Солнцем. Масса Солнца $M=1,99 \cdot 10^{33}$ г, радиус его фотосферы $R=696\,000$ км.

56. Найти отклонение светового луча при его прохождении вблизи Солнца, пользуясь классической нерелятивистской теорией. (См. две предыдущие задачи.)

57. В теории жидкости и твердого тела вводится понятие о квантах звука (фононах), являющихся аналогами фотонов. Пользуясь такой аналогией, выразить энергию \mathcal{E} и импульс p фонона через частоту $\nu_{зв}$ и скорость распространения $v_{зв}$ звуковых волн.

58. Получить формулу для тонкой структуры линий рэлеевского рассеяния, исходя из представлений о фотонах и фононах. (См. ч. IV, задача 761.)

59. Пользуясь формулой Планка, определить среднее число фотонов \bar{n} в единице объема полости, заполнен-

ной равновесным (черным) излучением, при температуре T .

60. Определить среднюю энергию $\bar{\mathcal{E}}$ светового кванта в равновесном (черном) излучении при температуре T . Найти длину волны $\bar{\lambda}$ монохроматического излучения, соответствующую такой средней энергии кванта.

61. В полости с зеркальными стенками находится изотропное излучение с средней плотностью \bar{n} фотонов в единице объема. Определить среднее число фотонов \bar{z} , ежесекундно ударяющихся об единицу площади стенки.

62. Какое среднее число фотонов \bar{N} будет выходить ежесекундно из полости через отверстие в ее стенке площадью $S=1 \text{ см}^2$, если полость заполнена равновесным излучением при температуре $T=1000 \text{ К}$?

63. Среднее число фотонов в единице объема равновесного (черного) излучения, приходящееся на интервал частот $(\omega, \omega+d\omega)$ или на соответствующий ему интервал длин волн $(\lambda, \lambda+d\lambda)$, можно представить в виде $d\bar{n} = f(\omega, T)d\omega = \varphi(\lambda, T)d\lambda$, где T — температура излучения. Найти положение максимумов функций $f(\omega, T)$ и $\varphi(\lambda, T)$ при фиксированной температуре T .

64. Равновесное излучение заключено в полости, стенки которой поддерживаются при постоянной температуре T . Вычислить флуктуации энергии \mathcal{E} такого излучения в объеме V в спектральном интервале $(\omega, \omega+d\omega)$, пользуясь формулами: 1) Вина, 2) Рэлея — Джинса, 3) Планка, и интерпретировать полученные результаты с точки зрения корпускулярных и волновых представлений о свете.

65. Освещенность L , создаваемая звездой первой величины на поверхности Земли при нормальном падении света, составляет около 10^{-6} лк. Можно ли объяснить мерцание звезд квантовыми флуктуациями света?

66. В какой области спектра равновесного (черного) излучения при температуре $T=300 \text{ К}$ интенсивность индуцированного излучения превосходит интенсивность спонтанного?

67. При какой температуре равновесного (черного) излучения индуцированное излучение в видимой области ($\lambda=550 \text{ нм}$) превосходит спонтанное?

68. Найти условие самовозбуждения генерации света в резонаторе лазера, если он состоит из двух плоскопараллельных зеркал и заполнен газом двухуровневых мо-

лекул. Спонтанное время жизни молекул на верхнем уровне равно τ_s , полная ширина спектра излучения молекул равна $\Delta\nu$, расстояние между зеркалами L , коэффициент отражения зеркал R . Практически все потери излучения происходят на зеркалах.

§ 2. Строение атома и спектры водородоподобных атомов

69. В модели Дж. Дж. Томсона атом представляет собой шар, равномерно заряженный по объему положительным электричеством, внутри которого находятся точечные электроны. Найти по классической теории частоту колебаний электрона в модели Томсона с одним электроном.

70. Сколько спектральных линий может излучать модель атома Томсона с одним электроном? Каков должен быть радиус атома, чтобы он излучал волну $\lambda = 500$ нм?

71. Какой молярной теплоемкостью, согласно классической теории, должен обладать газ, состоящий из атомов Томсона с одним электроном, если не учитывать вращения атомов?

72. Показать, что по классической механике при соударении α -частицы с ядром, заряд которого равен Ze ,

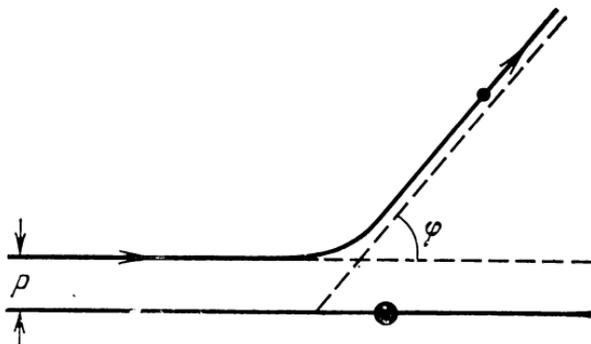


Рис. 1.

прицельное расстояние p связано с углом отклонения φ (рис. 1) формулой

$$\operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2} = \frac{mpv^2}{2Ze^2},$$

где m — масса α -частицы, а v — ее скорость.

73. Используя результат решения предыдущей задачи, определить эффективное сечение для рассеяния α -частиц в интервале углов между φ и $\varphi+d\varphi$.

П р и м е ч а н и е. Эффективным сечением называется отношение рассеянного потока к плотности падающего потока α -частиц.

74. Сколько α -частиц Δn рассеется в интервале углов между 44° и 46° , если на медную пластинку толщиной в $0,005$ мм было выпущено $n=10^4$ α -частиц с энергией в 1 МэВ?

75. Найти отношение силы электрического взаимодействия 1) двух электронов, 2) двух протонов, 3) электрона и протона к соответствующей силе гравитационного притяжения между ними.

76. Найти отношение собственных электростатической и гравитационной энергий шара, предполагая, что его масса и заряд равномерно распределены по его поверхности. Вычислить это отношение для электрона и протона.

77. Силы гравитационного взаимодействия заряженных элементарных частиц ничтожны по сравнению с электрическими силами, действующими между ними, так что гравитационным взаимодействием можно полностью пренебречь. Почему же электрические силы, действующие между заряженными макроскопическими телами не слишком малых размеров, обычно пренебрежимо малы по сравнению с силой тяжести, а в движениях астрономических и космических масс вообще не играют никакой роли?

78. Оценить силу F , с которой отталкивались бы два одинаковых медных шара, находящихся на расстоянии $r=1$ м друг от друга, если бы каждый атом меди был однократно ионизован. Масса каждого шара $m=1$ кг, атомная масса меди $A=63,54$.

79. Электрон совершает затухающие колебания, близкие к гармоническим, с частотой $\nu=10^{15}$ с $^{-1}$. Через какой промежуток времени он потеряет $0,9$ своей начальной энергии?

У к а з а н и е. В электродинамике доказывается, что потеря энергии колеблющегося электрона вследствие излучения определяется формулой

$$\frac{dW}{dt} = -\frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} \dot{v}^2,$$

где W — энергия, а v — скорость электрона.

80. Через какой промежуток времени Δt электрон, вращающийся вокруг протона по окружности радиуса $a_0 = 0,053$ нм, упал бы на ядро вследствие потерь на излучение, если бы была справедлива классическая теория? Считать, что, несмотря на падение электрона на ядро, ускорение его все же приближенно равно ускорению при равномерном движении по окружности соответствующего радиуса.

81. Какую частоту, по классической теории, должен излучать электрон, движущийся по окружности с числом оборотов ν в 1 с? На какой из боровских орбит электрон излучал бы интенсивнее: на первой или второй?

82. Пользуясь теорией Бора, определить радиус a_0 первой орбиты электрона и его скорость v_0 на ней.

83. Какова напряженность электрического поля ядра на первой и четвертой боровских орбитах атома водорода?

84. Вычислить силу притяжения F между электроном, находящимся на первой орбите атома водорода, и ядром. Во сколько раз эта сила больше силы всемирного тяготения между электроном и протоном на таком же расстоянии?

85. Показать, что частота, излучаемая при переходе с $(n+1)$ -й на n -ю боровскую орбиту, стремится при $n \rightarrow \infty$ к частоте обращения электрона на n -й орбите.

86. Определить длину волны первых трех линий серии Бальмера. Постоянная Ридберга для H равна $R = 109677,58 \text{ см}^{-1}$.

87. Определить длину волны первых трех линий серий Лаймана, Пашена, Брэкетта и Пфунда ¹⁾.

88. Определить длину волны, соответствующую границе серии Бальмера.

89. Определить энергию \mathcal{E} атома водорода в основном состоянии, а также вычислить потенциал ионизации $V_{\text{и}}$ атома.

¹⁾ Все эти серии охватываются формулой Бальмера — Ритца

$$\nu = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right);$$

$m = 1,$	$n = 2, 3, 4, \dots$	серия Лаймана;
$m = 2,$	$n = 3, 4, 5, \dots$	» Бальмера;
$m = 3,$	$n = 4, 5, 6, \dots$	» Пашена;
$m = 4,$	$n = 5, 6, 7, \dots$	» Брэкетта;
$m = 5,$	$n = 6, 7, 8, \dots$	» Пфунда.

90. Выразить ионизационный потенциал водорода в Дж/моль.

91. Первые потенциалы возбуждения Li и Na равны соответственно 1,84 и 2,1 В. При какой температуре средняя кинетическая энергия этих частиц равна энергии возбуждения?

92. Как относятся друг к другу числа атомов водорода в основном, первом, втором и третьем состояниях при температуре в 2000 К?

93. Вычислить первый потенциал возбуждения водорода.

94. Найти выражения для частот линейчатого спектра поглощения атомарного водорода.

95. Будет ли атом водорода поглощать излучение частоты $\nu = 2Rc$? (R — постоянная Ридберга, c — скорость света.)

96. Какие спектральные линии появятся при возбуждении атомарного водорода электронами с энергией в 12,5 эВ?

97. Какие линии появятся, если энергия электрона в предыдущей задаче равна 14 эВ?

98. Найти границы спектральной области, в пределах которой расположены линии серии Бальмера атомарного водорода.

99. Используя данные, полученные при решении предыдущей задачи, определить длины волн коротковолновых границ водородных серий Лаймана и Пашена.

100. Вычислить энергию, которую надо сообщить атому водорода, чтобы его серия Бальмера содержала только одну спектральную линию.

101. Какие спектральные линии появятся в спектре атомарного водорода при облучении его ультрафиолетовым светом с длиной волны 100 нм?

102. Первоначально неподвижный атом водорода испустил фотон с частотой, соответствующей головной линии серии Лаймана. Найти скорость v атома после излучения фотона.

103. Найти потенциалы ионизации ионов He^+ и Li^{++} .

104. Найти длину волны резонансной линии He^+ .

105. Определить наименьшую энергию, которую надо сообщить в основном состоянии трижды ионизованному атому бериллия, чтобы возбудить полный спектр этого атома.

106. Фотон головной серии Лаймана иона гелия He^+ поглощается водородным атомом в основном состоянии и ионизует его. Определить кинетическую энергию \mathcal{E} , которую получит электрон при такой ионизации.

107. Оценить по теории Бора число спектральных линий, которые можно получить в различных сериях спектра испускания атомарного водорода в газоразрядной трубке при давлении $P=5$ мм рт. ст. и температуре $T=300$ К.

108. В спектрах некоторых звезд наблюдается $m \approx 30$ линий водородной серии Бальмера. При каком наименьшем числе N штрихов дифракционной решетки можно разрешить эти линии в спектре первого порядка?

109. Процесс рекомбинации заключается в переходе электрона из свободного состояния в одно из стационарных состояний ионизованного атома. Рекомбинация может сопровождаться свечением. Какие особенности спектра рекомбинации позволяют отличить его от линейчатого спектра, возникающего при термическом возбуждении атома и при возбуждении ударом?

110. Выразить постоянную Ридберга R_∞ для бесконечно тяжелого ядра через фундаментальные постоянные.

111. Найти выражение для постоянной Ридберга R водородоподобного атома, учитывая, что масса ядра не бесконечно велика.

112. В газоразрядной трубке, наполненной смесью водорода и гелия, Фаулер наблюдал спектральную серию

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{1,5^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 2, 3, 4, \dots, \quad (1)$$

где R — постоянная Ридберга, а Пиккеринг в спектре планетарной туманности (ζ Кормы) открыл серию

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{(n+1/2)^2} \right), \quad n = 2, 3, 4, \dots \quad (2)$$

До теории Бора серии Фаулера и Пиккеринга приписывались атомарному водороду. Бор объяснил происхождение обеих серий, считая, что они принадлежат не водороду, а однократно ионизованным атомам гелия. Это объяснение было подтверждено прямым опытом, который показал, что обе серии наблюдаются в чистом гелии, но никогда не наблюдаются в чистом водороде. Какие спектральные линии однократно ионизованного гелия отожд-

дествлялись с сериями (1) и (2)? В чем отличие спектральных серий ионизованного гелия от соответствующих серий атомарного водорода?

113. Вблизи спектральной линии водорода $\lambda_1 = 486,1320$ нм Юри в 1932 г. обнаружил близкую линию $\lambda_2 = 485,9975$ нм. Предполагая, что эта линия обусловлена небольшой примесью к обычному водороду его изотопа, определить относительную атомную массу m_x/m_H этого изотопа.

114. Определить разрешающую способность R спектрального аппарата, необходимую для наблюдения изотопического сдвига спектральных линий дейтерия относительно линий водорода. Какова должна быть ширина b основания призмы из тяжелого флинта с дисперсией $dn/d\lambda = 1000$ см $^{-1}$ (в диапазоне красного света) в призмном спектрографе, применяемом для обнаружения изотопического сдвига головной линии серии Бальмера?

115. Серия Лаймана наблюдается в смеси атомарных водорода и трития. Определить разрешающую способность спектрального прибора, которая достаточна для разрешения изотопической структуры спектральных линий этой серии. Как меняется требуемая разрешающая способность при переходе к другим сериям (Бальмера, Пашена) той же смеси? Можно ли разрешить изотопическую структуру спектральных линий той же смеси в видимой области спектра с помощью стеклянной призмы с основанием $b = 1$ см и дисперсией показателя преломления $dn/d\lambda = 1000$ см $^{-1}$? Каково должно быть эффективное число отражений $N_{эфф}$ и порядок m наблюдаемого спектра, чтобы разрешить и исследовать ту же структуру с помощью интерферометра Фабри — Перо?

116. Переход между какими орбитами иона гелия He^+ сопровождается излучением с длиной волны, близкой к H_α ?

117. Какова разница между длинами волн линии H_α и соответствующей ей линии спектра He^+ ? (См. предыдущую задачу.)

118. Постоянные Ридберга для водорода и гелия равны соответственно $R_H = 109677,6$ см $^{-1}$, $R_{He} = 109722,3$ см $^{-1}$. Найти отношения m_H/m_e и m_{He}/m_H , где m_H и m_{He} — массы протона и α -частицы, m_e — масса электрона.

119. Определить разность длин волн линий H_α и D_α (первой линии бальмеровской серии дейтерия — тяжело-

го водорода). Определить также разность длин волн линий H_γ и D_γ .

120. На сколько вольт ионизационный потенциал дейтерия (D) больше ионизационного потенциала водорода (H)? Выразить разность между энергиями ионизации D и H в джоулях на моль.

121. Постоянные Ридберга для водорода и дейтерия равны соответственно

$$R_H = (109677,576 \pm 0,012) \text{ см}^{-1},$$

$$R_D = (109707,419 \pm 0,012) \text{ см}^{-1},$$

а атомные массы

$$H = 1,008142 \pm 0,000003 \text{ (физическая шкала),}$$

$$D = 2,014735 \pm 0,000006 \text{ (физическая шкала).}$$

Постоянная Фарадея

$$F = N_A e = (2,89366 \pm 0,00003) \cdot 10^4 \text{ СГСЭ/моль} =$$

$$= (9652,19 \pm 0,11) \text{ СГСМ/моль (физическая шкала).}$$

Пользуясь этими данными, определить e/m для электрона.

122. Позитроний представляет собой связанную систему из электрона и позитрона, вращающихся вокруг центра масс этой системы. Найти уровни энергии, энергию ионизации и длину волны резонансной линии для позитрония.

123. Длина волны H_α водородной серии Бальмера равна $\lambda_\alpha = 656,3$ нм. Определить энергию ионизации ϵ_n позитрония, находящегося в основном состоянии.

124. Граница водородной серии Пашена характеризуется длиной волны $\lambda_\infty = 820,6$ нм. Найти длину волны λ_α линии H_α серии Бальмера позитрония.

125. Отрицательные мюоны могут захватываться атомом и замещать в нем электроны электронной оболочки. Практически может замещаться лишь один электрон. Получающиеся в результате такой замены системы называются мезоатомами. Масса мюона $m_\mu = 207 m_e$. Вычислить по теории Бора радиус первой круговой орбиты (K -орбиты) мюона в мезоатоме. Рассчитать энергетические уровни мезоатома. Какое излучение будет наблюдаться при переходе на K -орбиту мюона с более высоких орбит? Почему исследование такого излучения применяется для выяснения структуры тяжелых атомных ядер вблизи их поверхностей?

126. Определить наименьшие номера уровней атома водорода, между которыми возможны переходы, сопровождающиеся излучением радиоволн с длинами 1, 10, 100 и 1 000 см.

127. Определить размер атома водорода, находящегося на уровне с главным квантовым числом $n=100$. При какой концентрации N газа можно определять энергию этого уровня по формуле, указанной в ответе предыдущей задачи?

128. Оценить напряженность электрического поля, в котором атом водорода быстро ионизируется.

129. Зная, что длина волны водородной линии серии Бальмера равна $\lambda_\alpha=656,3$ нм, определить, атомы каких химических элементов внутри Солнца полностью ионизованы. Температуру внутри Солнца принять равной $T=2 \cdot 10^7$ К.

130. Атом водорода, вначале находившийся в неподвижном состоянии, излучил квант света, соответствующий головной линии серии Лаймана. Определить относительное изменение частоты фотона $\Delta\nu/\nu_0$ из-за отдачи. Какую скорость приобрел атом за счет энергии отдачи?

131. Какова была бы энергия связи и радиус водородоподобной системы из двух нейтронов при учете только силы гравитационного притяжения между ними? Почему такой «бинейтронный атом» практически не может существовать?

132. Помимо гравитационных сил между нейтронами действуют магнитные силы. Магнитный момент нейтрона численно равен $\mu_n=9,65 \cdot 10^{-24}$ эрг/Гс. Сила магнитного взаимодействия F_m максимальна, когда магнитные моменты нейтронов параллельны и направлены вдоль прямой, соединяющей нейтроны. Как меняется сила F_m с расстоянием r между нейтронами? При каких значениях r максимальная сила магнитного взаимодействия нейтронов становится равной силе гравитационного притяжения между ними? Можно ли было в предыдущей задаче пренебрегать силами магнитного взаимодействия?

133. Близкие искусственные спутники Земли движутся со скоростями порядка $V=8$ км/с. Может ли атом Н, N или O, упруго отразившись от спутника, ионизовать при своем дальнейшем движении в атмосфере атом того же типа? Ионизационные потенциалы атомов водорода, азота и кислорода равны соответственно 13,60; 14,47; 15,56 эВ.

134. Эренфест ввел гипотезу, что в полуклассической теории Бора должны квантоваться величины, которые по классической механике являются адиабатическими инвариантами. Найти механическую величину, которая является адиабатическим инвариантом для гармонического осциллятора.

135. В квантовой механике доказывается, что энергия гармонического осциллятора определяется выражением $\mathcal{E} = \hbar\omega(n + 1/2)$, где n может принимать целочисленные значения $0, 1, 2, \dots$. Пользуясь этим, привести соображения, почему для гармонического осциллятора величина \mathcal{E}/ω должна быть адиабатическим инвариантом.

136. В каком постоянном магнитном поле B энергетические уровни электрона в атоме водорода будут определяться в основном действием магнитного поля, а не кулоновского поля протона?

137. В обычных условиях водород является молекулярным газом (состоит из молекул H_2), а в жидком и твердом состояниях представляет собой диэлектрик. Должен ли водород при достаточно высоком давлении обратиться в металл? Если да, то произвести оценку соответствующей плотности водорода, отвечающей металлической фазе.

138. Рассмотреть частицу, движущуюся по кругу при наличии магнитного поля, и убедиться, что в этом случае правило квантования $mvr = nh/2\pi$ неприменимо.

У к а з а н и е. Рассмотреть процесс включения магнитного поля и установить, что при условии $mvr = nh/2\pi$ магнитный поток $\Phi = \pi r^2 H$ оказывается квантованным, что в общем случае не может иметь места, как в этом можно убедиться из простых физических соображений.

139. Учитывая правило квантования Бора, показать, что поток магнитного поля через отверстие в массивном полом сверхпроводящем цилиндре равен

$$\Phi = \frac{nhc}{|e^*|} = \frac{nhc}{2e}.$$

Здесь $|e^*|$ — абсолютная величина заряда носителей сверхпроводящего тока; этими носителями являются как бы слипшиеся пары электронов, в силу чего $|e^*| = 2e$, где e — абсолютная величина заряда электрона.

У к а з а н и е. Если поток магнитного поля через круг радиуса r равен Φ , то обобщенный импульс частицы

с зарядом e^* равен $p = mv + \frac{|e^*|\Phi}{2\pi cr}$ (предполагается, что $e^* < 0$).

140. В жидком гелии при температуре ниже λ -точки (т. е. в гелии II) могут существовать вихревые нити. Вокруг вихревой нити жидкость движется по окружностям, причем момент количества движения атомов гелия относительно оси вихревой нити подчиняется правилу квантования Бора. Найти поле скоростей вокруг вихревой нити.

§ 3. Волновые свойства частиц. Квантование энергии

141. Найти релятивистское выражение для длины волны де Бройля λ электрона или протона, если ускоряющее напряжение равно V . При каких значениях напряжения можно пользоваться нерелятивистским выражением, чтобы ошибка не превосходила 5%? Найти λ для этих частиц при $V=1, 10^2, 10^3, 10^5, 10^{10}, 10^{15}$ В.

142. Получить приближенное выражение для длины волны де Бройля ультрарелятивистской частицы, т. е. такой частицы, кинетическая энергия \mathcal{E} которой много больше ее энергии покоя mc^2 . При каких значениях \mathcal{E} можно пользоваться этим выражением, чтобы ошибка не превосходила 5%? Вычислить длину волны де Бройля λ для ультрарелятивистских протонов с энергией $\mathcal{E} = 70,6$ ГэВ, получающихся на Серпуховском синхротроне.

143. Найти среднюю длину волны де Бройля теплового нейтрона, т. е. нейтрона, находящегося в тепловом равновесии с окружающей средой, при комнатной температуре $T=300$ К.

144. Вычислить длины волн де Бройля λ_1 и λ_2 атомов водорода и ртути с энергиями в 1 и 10^6 эВ, а также длины волн λ_3 для этих атомов, движущихся со средней тепловой скоростью, при 0°C .

145. Определить теоретическое минимально разрешаемое расстояние d электронного микроскопа при ускоряющем напряжении $V=100$ кВ и числовой апертуре $A=0,1$.

146. Доказать, что в атоме водорода и водородоподобных ионах на круговой стационарной боровской орбите укладывается целое число длин волн де Бройля.

Определить длину волны де Бройля на круговой орбите с главным квантовым числом n .

147. При пропускании пучка нейтронов от ядерного реактора через блок прессованного графита все нейтроны с длинами волн де Бройля короче 0,67 нм испытывают интерференционное отражение Вульфа — Брегга. Проходят через блок только медленные, так называемые холодные нейтроны. Определить максимальную температуру, соответствующую самым коротким волнам де Бройля нейтронов, пропускаемым графитом, а также вычислить постоянную d решетки графита.

148. В одном из способов монохроматизации медленных нейтронов применяются два диска из кадмия, насаженные на общую ось (рис. 2). На периферии дисков на

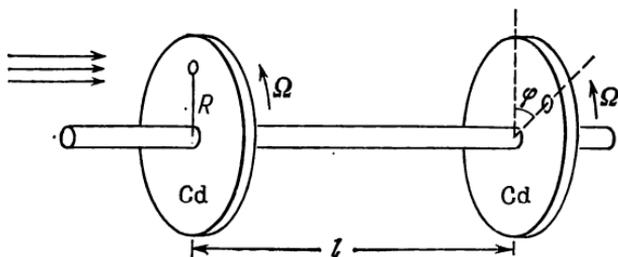


Рис. 2.

одинаковых расстояниях R от оси сделаны два малых круглых отверстия диаметра a . Отверстия повернуты относительно друг друга на угол φ вокруг оси прибора и в этом положении скреплены. Диски равномерно вращаются вокруг той же оси с угловой скоростью Ω . Определить длину волны де Бройля λ , а также степень монохроматичности нейтронов, пропускаемых таким монохроматором, если расстояние между дисками равно l . Произвести численный расчет для $l=1$ м, $R=10$ см, $\Omega=300$ рад/с, $\varphi=4^\circ$, $a=5$ мм.

149. Протон с дебройлевской длиной волны $\lambda=0,001$ нм упруго рассеялся под углом $\pi/2$ на первоначально покоившейся α -частице. Определить дебройлевскую длину волны λ' рассеянного протона.

150. Определить кинетическую энергию $\mathcal{E}_{\text{кин}}$ электрона, при которой его дебройлевская и комптоновская длины волн равны между собой.

151. Найти выражение для показателя преломления электронных волн через работу выхода $U_0 = eV_0$ (V_0 — внутренний потенциал кристалла).

152. Показать, что при преломлении электронной волны соблюдается закон преломления $\sin \varphi / \sin \varphi' = \mu$.

У к а з а н и е. При проникновении в кристалл меняется лишь нормальная компонента скорости электрона.

153. Как нужно изменить формулу Вульфа — Брегга, если учесть преломление волн на поверхности кристалла? Считать, что отражающая плоскость параллельна поверхности кристалла.

154. Определить внутренний потенциал серебра, если для электронных волн ($V = 100$ В) при отражении от грани (001) в четвертом порядке $\vartheta = 28^\circ$. Постоянная решетки для серебра $a = 0,40776$ нм.

155. Как изменятся условия Лауэ для дифракции электронных волн на пространственной решетке при учете преломления? Ограничиться рассмотрением кристалла кубической структуры и считать, что плоскость (001) параллельна поверхности кристалла.

156. Исходя из требования, чтобы групповая скорость волн де Бройля равнялась скорости движения частицы, и пользуясь формулой Рэля, связывающей фазовую и групповую скорости, определить фазовую скорость ω этих волн, а также найти связь между энергией частицы \mathcal{E} и частотой ν .

157. В релятивистской и нерелятивистской теориях связь между волновыми и корпускулярными свойствами свободно движущейся частицы выражается одинаковыми по виду формулами:

$$\mathcal{E} = \hbar\omega, \quad p = \hbar k.$$

Однако в релятивистской теории под \mathcal{E} понимается полная, а в нерелятивистской — только кинетическая ($p^2/2m_0$) энергия частицы. Почему эти два выражения (в области применимости нерелятивистского приближения) не приводят к противоречиям?

158. Движение электрона описывается плоской монохроматической волной де Бройля. Электрон в таком состоянии обладает вполне определенным импульсом, но его координата совершенно неопределенна. Для определения x -координаты электрона на пути волны перпендикулярно к ее распространению ставится непрозрачный экран со щелью. Пусть координатная плоскость

XU расположена в плоскости экрана, причем ось X направлена перпендикулярно к щели. Показать, что в результате дифракции на щели возникает состояние электрона, в котором неопределенности координаты электрона x и импульса p_x удовлетворяют соотношению Гейзенберга.

159. В мысленном опыте Гейзенберга положение электрона определяется с помощью микроскопа при освещении электрона светом. Показать, что при таком методе измерения координата x и импульс p_x электрона не могут быть определены более точно, чем требует соотношение неопределенностей Гейзенберга.

160. Скорость макроскопического тела измеряется по доплеровскому изменению частоты световой волны при отражении от этого тела. Разобрать этот способ и показать, что соответствующие неточности импульса и положения тела удовлетворяют соотношению неопределенностей Гейзенберга.

161. Положение центра шарика с массой $m=1$ г и положение электрона определены с ошибкой $\Delta x \sim 10^{-5}$ см. Какова будет неопределенность в скорости Δv_x для шарика и электрона?

162. Показать, что представление о классическом движении электрона в атоме по боровским орбитам противоречит соотношению неопределенностей Гейзенберга.

163. Показать, что в пределе, когда главное квантовое число n в атоме водорода стремится к ∞ , движение электрона переходит в классическое движение по круговой орбите.

164. Какова должна быть кинетическая энергия $\mathcal{E}_{\text{кин}}$ электронного (и протонного) ускорителя для исследования структур с линейными размерами $l \sim 1$ ферми (10^{-13} см)?

165. Найти по порядку величин радиус атома водорода в основном состоянии и энергию связи электрона в том же состоянии, пользуясь соотношением неопределенностей Гейзенберга. Оценить таким же способом размер двухатомной молекулы и энергию ее основного состояния, приближенно рассматривая молекулу как однородный гармонический осциллятор с собственной частотой ω_0 и приведенной массой μ .

166. Оценить наибольшую энергию связи \mathcal{E} электрона, локализованного в области пространства, радиус которого $r \sim 10^{-8}$ см (атом) и $r \sim 10^{-13}$ см (атомное ядро).

Какие выводы можно сделать из полученной оценки, если учесть, что энергия связи ядерной частицы в ядре не превосходит 10 МэВ?

У к а з а н и е. Воспользоваться соотношением неопределенностей Гейзенберга в форме точного неравенства $\overline{\Delta x^2 \Delta p^2} \geq \hbar^2/4$.

167. Среднее время жизни атома в возбужденном состоянии составляет около $\Delta t \sim 10^{-8}$ с. При переходе атома в нормальное состояние испускается фотон, средняя длина волны которого равна $\lambda = 500$ нм. Оценить ширину $\Delta \lambda$ и относительную ширину $\Delta \lambda / \lambda$ излучаемой спектральной линии, если не происходит ее уширения за счет других процессов. (Такая ширина называется естественной шириной спектральной линии.)

168. Найти волновую функцию и уровни энергии стационарных состояний частицы массы m , локализованной в одномерной потенциальной яме прямоугольной формы с бесконечно высокими стенками (рис. 3). Ширина ямы равна $2a$.

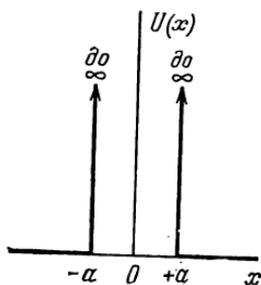


Рис. 3.

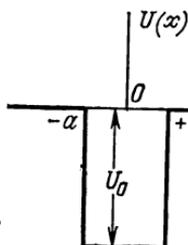


Рис. 4.

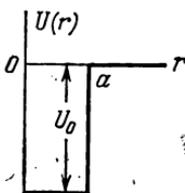


Рис. 5.

169. Найти волновую функцию и уровни энергии стационарных состояний частицы массы m , локализованной в симметричной одномерной потенциальной яме прямоугольной формы, глубина которой равна U_0 , а ширина $2a$ (рис. 4).

170. Частица локализована в трехмерной потенциальной яме прямоугольной формы (рис. 5). Это значит, что потенциальная энергия частицы сферически симметрична относительно силового центра O , т. е. является функцией только расстояния r от силового центра:

$$U(r) = \begin{cases} -U_0 & \text{при } r < a, \\ 0 & \text{при } r > a. \end{cases}$$

Найти волновые функции и уровни энергии связанных стационарных состояний частицы, зависящие только от расстояния r . (В таких состояниях момент импульса частицы равен нулю.)

171. Частица локализована в трехмерной потенциальной яме прямоугольной формы, радиус которой равен a . Определить минимальную глубину ямы U_0 , при которой появится первый уровень энергии. Чему равна энергия частицы \mathcal{E} на этом уровне?

172. Энергия связи дейтона, измеренная экспериментально, равна $\mathcal{E} = 2,225$ МэВ. Дейтон может находиться только в одном связанном состоянии. Аппроксимируя потенциальную энергию взаимодействия протона с нейтроном с помощью трехмерной прямоугольной потенциальной ямы, определить ее глубину U_0 , при которой возможно связанное состояние. Найти радиус ямы a .

173. Частица находится в центральном поле силового центра с потенциальной энергией $U = -C/r^s$, где C — положительная постоянная, а r — расстояние от силового центра. Исходя из соотношения неопределенностей, показать, что при $s > 2$ возможны стационарные состояния частицы со сколь угодно большими по абсолютной величине отрицательными собственными значениями полной энергии. Частица будет переходить на нижележащие энергетические уровни — произойдет ее «падение» в точку $r = 0$, т. е. на силовой центр. Если же $s < 2$, то наиболее низкий энергетический уровень будет иметь конечное значение полной энергии, т. е. падение на силовой центр не произойдет.

Пользуясь этими результатами, объяснить возможность существования атомов, например атома водорода, построенного из протона и электрона.

174. Пользуясь уравнением Шредингера, найти энергетические уровни водородоподобного атома в s -состоянии, т. е. таком состоянии, в котором волновая функция сферически симметрична относительно ядра атома.

175. Показать, что среди сферически симметричных решений уравнения Шредингера для водородоподобного атома, конечных при $r = 0$ и обращающихся в нуль при $r = \infty$, имеется экспоненциальное решение $e^{-\alpha r}$. Найти постоянную α и энергию атома в рассматриваемом состоянии. Что это за состояние?

176. Найти объемную плотность вероятности нахождения электрона в водородоподобном атоме для основного состояния.

177. Найти радиальную плотность вероятности нахождения электрона в водородоподобном атоме для основного состояния. При каких значениях r эта величина обращается в максимум?

178. Найти среднее расстояние \bar{r} электрона от ядра в основном состоянии водородоподобного атома.

179. Найти среднее значение обратного расстояния $(1/r)$ электрона от ядра в основном состоянии водородоподобного атома.

180. Найти средние значения потенциальной \bar{U} и кинетической $\bar{\mathcal{E}}_{\text{кин}}$ энергий основного состояния водородоподобного атома.

181. Свободно движущаяся частица массы m с энергией \mathcal{E} подходит к границе раздела двух областей I и II , на которой потенциальная энергия частицы скачкообразно меняется от постоянного значения U_1 до постоянного значения U_2

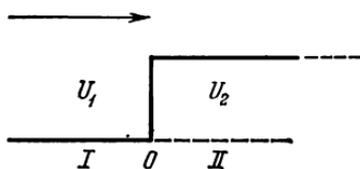


Рис. 6.

(рис. 6). Определить коэффициенты отражения и пропускания частицы на этой границе по амплитуде (r и d) и по энергии (R и D).

Исследовать случаи, когда: 1) $\mathcal{E} > U_2$ и 2) $\mathcal{E} < U_2$. Во втором случае определить среднюю глубину проникновения l частицы во вторую среду.

182. В предыдущей задаче частицей является электрон с энергией $\mathcal{E} = 2$ эВ, $U_1 = 0$, $U_2 = 5$ эВ. Вычислить среднюю глубину проникновения его в область II .

183. В задаче 181 частица движется в обратном направлении, т. е. из области II в область I , причем \mathcal{E} , U_1 , U_2 имеют прежние значения. Обозначим амплитудные коэффициенты отражения и пропускания частицы через r' и d' соответственно. Показать, что

$$r' = -r, \quad r^2 + dd' = 1.$$

184. Частица из области I проходит в область II через одномерный потенциальный барьер (или яму) прямоугольной формы с шириной l . Определить ампли-

тудные коэффициенты отражения r и пропускания d частицы на этом препятствии, предполагая, что потенциальные энергии частицы в областях I , II и внутри барьера постоянны и равны соответственно U_1 , U_2 , γU (рис. 7).

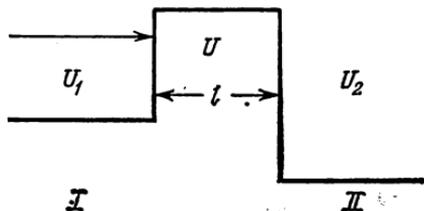


Рис. 7.

185. В предыдущей задаче $U_1=U_2$. При каком условии частица не будет отражаться от потенциального барьера (ямы)?

186. Показать, что в вырожденном слабонеидеальном газе заряженных частиц (т. е. в плазме) условие идеальности газа с повышением давления (плотности) выполняется все лучше.

187. Температура бозе-эйнштейновской конденсации идеального газа бозе-частиц со спином нуль определяется выражением $T_0 = 3,31 \frac{\hbar^2}{mk} N^{2/3}$ (m — масса частиц газа, N — их концентрация). Для гелия температура $T_0=3$ К, т. е. весьма близка к температуре λ -перехода в жидком гелии $T_\lambda=2,17$ К. Применяя такую же оценку T_0 к жидкому водороду, состоящему из молекул H_2 , пояснить, почему он не переходит в сверхтекучее состояние.

188. Притяжение между электроном и «дыркой» в полупроводниках в ряде случаев можно описывать законом Кулона, действующим в среде с некоторой диэлектрической проницаемостью ϵ . Найти в таких условиях уровни энергии ϵ_n и радиусы a_n экситона — водородоподобной системы, состоящей из электрона и «дырки», — при различных значениях квантовых чисел n . Какова энергия связи и характерный радиус a_1 такого экситона при $\epsilon=10$ и эффективной массе электрона и дырки $m_e=m_h=m/10$ (m — масса свободного электрона)?

189. При каких концентрациях электронов и «дырок» (а следовательно, и экситонов) в полупроводнике можно, в условиях предыдущей задачи, считать совокупность экситонов газом? Что должно произойти при повышении концентрации экситонов, предполагая, что экситонные молекулы — биэкситоны — не образуются?

190. Электрон и позитрон в атоме позитрония (см. задачу 122), а также электрон и «дырка» в случае экситонов (см. две предыдущие задачи) могут аннигилировать с образованием фотонов или других продуктов. Таким образом, соответствующие водородоподобные системы неустойчивы, и возникает вопрос об условиях применимости формул для уровней энергии, приведенных в указанных задачах. Каковы эти условия?

191. Электроны и «дырки» в полупроводнике иногда локализованы вблизи поверхности кристалла (на расстояниях порядка атомных размеров), т. е. находятся в поверхностных состояниях. Будут ли такие электроны и «дырки» образовывать поверхностные экситоны, т. е. экситоны, локализованные вблизи поверхности кристалла? Каковы параметры поверхностных экситонов?

192. Оценить температуру вырождения T_0 идеального ферми-газа из соотношения неопределенностей, если концентрация и масса частиц равны соответственно N и m .

193. При температурах ниже приблизительно $T = 100$ К молярная теплоемкость C_V молекулярного водорода составляет $\sim \frac{3}{2}R$, тогда как при комнатных температурах она равна $\sim \frac{5}{2}R$ (R — универсальная газовая постоянная). Пользуясь этими данными, оценить момент инерции I молекулы водорода относительно оси, проходящей через ее центр перпендикулярно к оси, проходящей через атомы, из которых построена молекула. Оценить также частоты ν и длины волн λ спектральных линий, возникающих при переходах между вращательными уровнями молекулы.

§ 4. Рентгеновские лучи и плазма

194. Определить наименьшую коротковолновую длину волны λ рентгеновского излучения при ускоряющем напряжении на трубке $V = 50$ кэВ.

195. Определить наибольшую скорость v электронов на аноде рентгеновской трубки, если наименьшая длина волны сплошного рентгеновского излучения составляет $\lambda = 0,1$ нм.

196. В атоме тантала ($Z = 73$) совершается переход с M -слоя на L -слой. Определить длину волны λ испу-

щенного фотона, если постоянная экранирования $\alpha = 5,5$.

197. На кристалл с межплоскостным расстоянием $d = 0,3$ нм падает рентгеновский луч с длиной волны $\lambda = 0,15$ нм. Определить угол скольжения θ , при котором будет наблюдаться интерференционное отражение первого порядка.

198. В рентгеновском спектрографе, работающем по методу интерференционного отражения Вульфа — Брегга, применяется кристаллическая пластинка толщиной d . При какой минимальной толщине этой пластинки можно обнаружить комптоновское смещение при рассеянии фотонов под углом $\vartheta = 90^\circ$ к первоначальному направлению их движения? Длина волны исходного рентгеновского излучения $\lambda = 0,07$ нм. Рассеянное излучение падает на кристалл спектрографа под углом скольжения $\varphi = 30^\circ$.

199. Поперечность волн рентгеновского излучения была впервые доказана Баркла следующим опытом. Пучок рентгеновских лучей (рис. 8) рассеивался на теле A . Рассеянное излучение попадало на тело B и

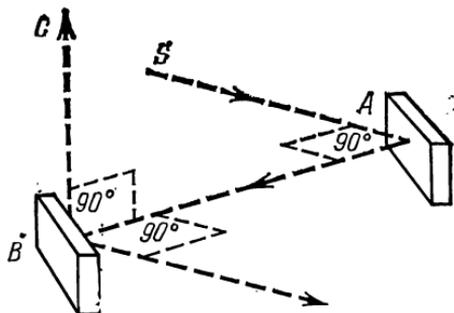


Рис. 8.

вновь рассеивалось. Доказательством поперечности волн рентгеновского излучения служило то обстоятельство, что интенсивность вторично рассеянного излучения в направлении BC была равна нулю. Объяснить, в чем здесь дело. Почему тела A и B должны быть сделаны из материала с малым атомным номером? (В опытах Баркла эти тела были сделаны из угля.)

200. Вычислить приближенно частоту и длину волны K_α -линии Mo , а также энергию кванта, соответствующую этой линии.

201. Найти приближенно минимальное напряжение V на рентгеновской трубке, при котором начинают появляться K_{α} -линии Mo, Cu, Fe.

202. Найти границу K -полосы поглощения Mo, Cu и Fe.

203. Может ли K_{α} -излучение Fe вызвать вторичное γ -излучение Sr и Co?

204. Какие линии Ni возбуждаются K -излучением Co?

205. Известно, что длина K_{α} -линии одного элемента равна 0,0788 нм, а другого 0,0713 нм. Выяснить, стоят ли эти элементы рядом в таблице Менделеева. Какие это элементы?

206. Начиная с какого элемента появляется L -серия?

207. Найти напряжение на рентгеновской трубке, если известно, что в излучаемом ею сплошном спектре нет длин волн, меньших 0,0206 нм.

208. Шарик электроскопа облучается монохроматическим рентгеновским излучением. Листочки электроскопа перестают расходиться, когда потенциал шарика равен 8 кВ. Определить длину волны λ падающего излучения.

209. Какова максимальная скорость v электронов, вырывааемых из свинца характеристическим излучением железа?

210. На пути параллельного пучка света перпендикулярно к направлению лучей поставлена линейная

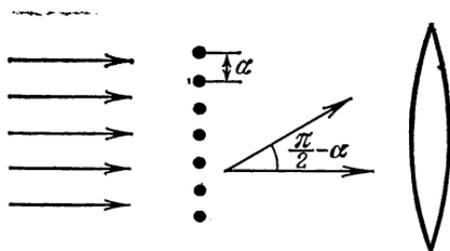


Рис. 9.

решетка (цепочка, состоящая из рассеивающих центров) с периодом a . Найти направления на дифракционные максимумы и дифракционную картину в фокальной плоскости линзы, помещенной перпендикулярно к падающим лучам (рис. 9).

211. 1) Как изменится условие дифракции на цепочке, если свет падает на нее под углом α_0 (α_0 — угол между

лучом света и направлением цепочки)? 2) Если цепочка имеет длину L , то при каком условии на экране, помещенном перпендикулярно к падающему пучку, дифракционная картина может наблюдаться без линзы в случае, когда $\alpha_0 = \pi/2$?

212. Какая картина будет наблюдаться на экране при дифракции от линейной решетки, если экран поставлен перпендикулярно к направлению цепочки, а свет падает на решетку нормально?

213. Найти дифракционную картину на удаленном экране от плоской прямоугольной точечной дифракционной решетки с периодами a и b , если плоскость экрана параллельна плоскости решетки. Каковы условия максимумов при нормальном падении света?

214. На трехмерную прямоугольную точечную решетку падает пучок рентгеновских лучей в направлении одного из ребер параллелепипеда, образующего ячейку решетки. Найти направления на дифракционные максимумы и условия, при которых эти максимумы могут наблюдаться.

215. Найти направления на дифракционные максимумы при дифракции на трехмерной кубической решетке с постоянной a при произвольном падении рентгеновских лучей. Какому условию должна удовлетворять длина волны λ , чтобы максимумы наблюдались?

216. Пользуясь условиями, приведенными в решении предыдущей задачи, найти угол 2θ между падающим и дифрагированным лучами для кубической решетки.

217. Показать на примере простой решетки, что условие интерференционного усиления Вульфа — Брега эквивалентно условиям Лауэ.

218. Возможна ли дифракция рентгеновских лучей на оптической дифракционной решетке с постоянной 1 мкм, и если возможна, то при каких условиях?

219. Сколько атомов приходится на элементарную ячейку в кристаллах с простой кубической, кубической объемноцентрированной и кубической гранецентрированной ячейками?

220. Образец, состоящий из мелких кристалликов, поставлен на пути монохроматических рентгеновских лучей (метод Дебая — Шерера). Какая дифракционная картина будет наблюдаться на экране, перпендикулярном к падающему пучку? Как связано расстояние z места максимальной интенсивности на экране от цен-

трального пятна с расстоянием R от образца до экрана (рис. 10)?

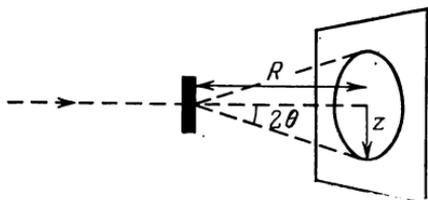


Рис. 10.

221. Кристаллическая решетка калия — кубическая; объемноцентрированная, а алюминия — кубическая граничноцентрированная. Плотность δ этих металлов равна соответственно $0,86 \text{ г/см}^3$ и $2,7 \text{ г/см}^3$. Определить постоянные a кристаллических решеток этих металлов.

222. Для простой кубической решетки, постоянная которой равна a , найти расстояние d_{hkl} между соседними атомными плоскостями с миллеровскими индексами h, k, l .

223. Вычислить расстояния $d_{100}, d_{110}, d_{111}$ для 1) простой, 2) объемноцентрированной и 3) граничноцентрированной кубических решеток с постоянной a .

224. Определить постоянные решеток Fe (объемноцентрированный куб) и NaCl (для упрощения рассматривать последнюю как простую кубическую решетку, т. е. различия между атомами Na и Cl не учитывать), если плотность $\rho_{\text{NaCl}} = 2,164 \text{ г/см}^3$ и $\rho_{\text{Fe}} = 7,86 \text{ г/см}^3$.

225. Найти длину волны линии L_α для W, если при падении ее на кристалл NaCl под углом $31^\circ 32'$ к отражающей плоскости (001) наблюдается спектр четвертого порядка.

226. Определить постоянную решетки сильвина (KCl), если K_α -линия железа отражается от грани (001) под углом $18^\circ 3'$ во втором порядке.

227. Найти материал антикатода, если наименьший угол скольжения излучения, падающего на плоскость (001) кристалла NaCl, при котором наблюдается максимум, равен 17° . Напряжение на трубке достаточно велико, чтобы возбудилась K-серия элемента. Учитывать лишь K_α -линии.

228. У каких элементов характеристическое рентгеновское излучение длинноволновой границы K-серии

может испытывать брегговское отражение от кристалла LiF, постоянная решетки которого $d=0,23$ нм?

229. Поликристаллический бериллий слабо поглощает, но интенсивно рассеивает нейтроны (брегговское отражение на кристалликах). На этом основано действие поликристаллического фильтра, пропускающего нейтроны с энергией $\mathcal{E} < \mathcal{E}_{\text{гр}}$. Найти $\mathcal{E}_{\text{гр}}$ для бериллия, если межплоскостное расстояние $d=0,2$ нм. Масса нейтрона $m=1,67 \cdot 10^{-24}$ г.

230. Почему для рентгеновских лучей, а также для любых волн в межпланетном и в межзвездном пространстве понятие показателя преломления среды сохраняет смысл, хотя средние расстояния между частицами среды велики и даже могут быть очень велики по сравнению с длиной волны?

231. Показать, что показатель преломления плазмы (а также рентгеновских лучей), рассматриваемой как совокупность свободных заряженных частиц, определяется формулой

$$n^2 = 1 - \frac{Ne^2/m}{\omega^2},$$

где N — число таких частиц в единице объема.

232. Показать, что фазовая и групповая скорости в предыдущей задаче связаны соотношением

$$v_{\text{ф}} v_{\text{гр}} = c^2.$$

233. Для оценки средних и интегральных характеристик межзвездной плазмы можно использовать экспериментальный факт, установленный сразу же после открытия пульсаров. Он состоит в том, что из-за дисперсии плазмы импульсы радиоизлучения пульсаров на более низких частотах всегда запаздывают по отношению к импульсам более высоких частот. (В этом можно убедиться, принимая излучение от пульсара с помощью двух радиоприемников, настроенных на разные частоты.)

Два квазимонохроматических сигнала с длинами волн $\lambda_1=3$ см, $\lambda_2=5$ см генерируются одновременно и распространяются от пульсара в межзвездной плазме. Определить полное число N свободных электронов на пути сигналов в цилиндре площадью 1 см^2 и высотой l , равной расстоянию пульсара до Земли, если эти сигналы запаздывают относительно друг друга на $\Delta t=10^{-5}$ с.

Концентрация электронов хотя и не постоянна на пути сигналов, но показатель преломления плазмы везде весьма близок к единице.

§ 5. Сложные атомы. Атом в магнитном поле

234. Чему равен по теории Бора орбитальный магнитный момент атома водорода в нормальном состоянии?

У к а з а н и е. Магнитный момент тока $\mu = IS/c$, где I — сила тока, S — площадь поверхности, обтекаемой током, c — скорость света.

235. Каково отношение орбитального магнитного момента μ электрона на n -й круговой боровской орбите к его моменту количества движения l ?

236. Показать, что ответ к предыдущей задаче правилен и для эллиптических орбит.

237. В магнитном поле свободный электрон движется по винтовой линии, вследствие чего появляется орбитальный магнитный момент. Поэтому, казалось бы, электронный газ, помещенный в сосуд с идеально отражающими стенками (грубая модель металла), должен обладать диамагнетизмом. Фактически же в равновесном состоянии диамагнитный момент сосуда с газом равен нулю (в рамках классической теории). Дать качественное объяснение этого результата.

У к а з а н и е. Учесть отражение электронов от стенок сосуда.

238. Найти энергию магнитного взаимодействия двух атомов водорода, находящихся на расстоянии $3 \cdot 10^{-6}$ см. Считать, что электроны в атомах движутся по первым боровским орбитам. Плоскости орбит обоих атомов параллельны. Спин электрона не учитывать.

239. С какой угловой скоростью ω должен начать вращаться цилиндр, подвешенный в магнитном поле с напряженностью H , направленном параллельно его оси, если изменить направление поля на обратное? Считать, что цилиндр намагничивается до насыщения. (Момент количества движения электрона в атоме равен l .)

240. Определить отношение магнитного момента электрона в атоме к его моменту количества движения, если известно ω (см. предыдущую задачу) и магнитный момент цилиндра в поле.

241. Какое значение для ω следует ожидать в упрощенном опыте Эйнштейна — де Гааза (задача 239), если

длина цилиндра 1 см, его масса 1 г, цилиндр сделан из железа и если предположить, что момент количества движения каждого атома равен таковому для электрона на первой боровской орбите?

242. Каковы собственный механический момент количества движения l и магнитный момент μ электрона? Каково отношение этих величин?

243. Определить возможную мультиплетность атомов H, He, Li, Mg, Fe, Hg, U, Cl.

244. Какова возможная мультиплетность Sr^+ , Li^+ , Ca^+ , C^{++} , O^{++++} ?

245. Какова высшая мультиплетность атома третьей группы?

246. На сколько уровней расщепится в магнитном поле терм с $l=3$ при простом эффекте Зеемана? Какова разность энергий соседних уровней?

247. На сколько компонент расщепится в магнитном поле спектральная линия, связанная с переходом $l=3 \rightarrow l=2$, при простом эффекте Зеемана?

248. Вычислить расщепление уровня $n=2$, $l=1$ водорода из-за магнитного взаимодействия спина с орбитой.

249. Найти дублетное расщепление первой линии серии Лаймана, принимая, что состояние $n=1$ не расщепляется, а состояние $n=2$ расщеплено на величину, вычисленную в задаче 248.

Примечание. Вычисленное расщепление не равно наблюдаемому, так как в расчете не учтена релятивистская поправка и, кроме того, сам расчет слишком груб.

250. Показать, учитывая магнитное взаимодействие спина с орбитой, что интервалы между компонентами одного мультиплета (в шкале частот) относятся, как целые числа. Чему равны эти числа?

Указание. Энергия взаимодействия спина с орбитой пропорциональна $\cos(\hat{l}s)$, где l — орбитальный и s — спиновый моменты.

251. На сколько компонент расщепится в слабом магнитном поле терм с внутренним квантовым числом j ?

252. На сколько компонент расщепится при проведении опыта Штерна — Герлаха пучок атомов водорода?

253. Найти расщепление термов атома группы щелочных металлов, помещенного в слабое магнитное поле. Считать спин и орбитальный момент имеющими одинаковое направление.

254. На сколько компонент расщепится в слабом магнитном поле линия Na, отвечающая переходу

$$\left\{ \begin{array}{l} l = 3 \rightarrow l = 2, \\ j = 3\frac{1}{2} \rightarrow j = 2\frac{1}{2} \end{array} \right\} ?$$

255. Найти число компонент сложного эффекта Зеемана линии Na, указанной в предыдущей задаче, которые поляризованы по магнитному полю.

256. Каково максимально возможное число электронов, обладающих заданным главным квантовым числом n ?

257. Показать, что полный момент количества движения замкнутых оболочек равен нулю.

258. Каково максимально возможное число электронов, обладающих заданными значениями главного и азимутального квантовых чисел?

259. Наблюдается простой поперечный эффект Зеемана в магнитном поле $B = 5000$ Гс. Какова должна быть минимальная длина L заштрихованной части дифракционной решетки, чтобы разрешить все линии зеемановского триплета?

260. Определить расщепление спектральной линии $p_{3/2} \rightarrow s_{1/2}$ в слабом магнитном поле. Для натрия эта линия является коротковолновой компонентой ($\lambda = 589,0$ нм) двойной линии D с шириной $\Delta\lambda = 0,6$ нм. Какие магнитные поля в этом случае являются слабыми?

261. С помощью эшелона Майкельсона наблюдается зеемановское расщепление D -линии натрия в магнитном поле $H = 5000$ Гс. Какова должна быть максимальная толщина d пластины, чтобы эшелон был пригоден для исследования расщепления? Показатель преломления материала пластины $n = 1,5$.

262. Какой эффект Зеемана — простой или сложный — наблюдается при расщеплении спектральной линии ${}^1D_2 \rightarrow {}^1F_3$ в магнитном поле $B = 10^4$ Гс? В каких пределах должно лежать расстояние L между зеркалами интерферометра Фабри — Перо, чтобы обнаружить и исследовать зеемановское расщепление рассматриваемой линии? Зеркала посеребрены так, что эффективное число отражений между ними $N_{\text{эфф}} = 20$.

263. Оценить величину расщепления $2p$ -состояния позитрония, вызванного взаимодействием спиновых магнитных моментов позитрона и электрона.

264. Собственное значение проекции спина частицы равно $1/2$ (в единицах \hbar). Доказать, что квадрат полного спина частицы равен $\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right)} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$.

265. Сосуд, наполненный парами Hg низкого давления, поглощает в 1 с 10^{16} квантов резонансного излучения Hg от ртутной лампы. Время жизни атома Hg в возбужденном состоянии 2^3P равно $\approx 10^{-7}$ с. Сколько возбужденных атомов Hg находится в сосуде одновременно?

266. Какая часть атомов Na в пламени бунзеновской горелки (2000 К) возбуждена к испусканию D-линии ($\lambda=589,0$ нм)?

267. Для паров Na в пламени бунзеновской горелки ($T=2000$ К) находят на опыте, что на каждый атом Na испускается $n=2000$ квантов ($\lambda=589,0$ нм) в 1 с. Найти среднюю продолжительность t жизни возбужденного атома натрия.

§ 6. Экспериментальные методы ядерной физики

268. Какая масса воды достаточна для насыщения парами 10-литрового объема камеры Вильсона при температуре 23°C ? (См. табл. I в конце книги.)

269. Определить температуру t_2 в камере Вильсона непосредственно после ее быстрого расширения. Камера наполнена смесью воздух — водяной пар, для которой $\gamma=c_p/c_v=1,4$. Температура стенок камеры $t_1=20^\circ\text{C}$, температурный коэффициент объемного расширения $k=V_2/V_1=1,25$ (V_1 — начальный, V_2 — конечный объем камеры).

270. Пересыщением S в камере Вильсона называют отношение плотности пара ρ_1 непосредственно после расширения (но до конденсации) к плотности насыщенного пара ρ_2 при температуре T_2 также непосредственно после расширения. Найти выражение для пересыщения в функции от парциальных давлений P_1 и P_2 пара до и после расширения, температурного коэффициента объемного расширения $k=V_2/V_1$ и отношения удельных теплоемкостей $\gamma=c_p/c_v$ смеси.

271. Если γ_g и γ_n — отношения удельных теплоемкостей c_p/c_v газа и пара в камере Вильсона, то коэффи-

циент γ смеси может быть определен по формуле Рихарца

$$\frac{1}{\gamma-1} = \frac{1}{\gamma_r-1} \frac{P_r}{P} + \frac{1}{\gamma_n-1} \frac{P_n}{P},$$

где P_r и P_n — парциальные давления газа и пара, а $P = P_r + P_n$. Камера Вильсона работает на смеси воздуха с водяным паром. Найти ее пересыщение для: 1) $P = 200$ мм рт. ст., 2) $P = 11\,400$ мм рт. ст. Начальная температура камеры 25°C ; температурный коэффициент объемного расширения $k = 1,2$; $\gamma_{\text{возд}} = 1,4$; $\gamma_{\text{H}_2\text{O}} = 1,3$. Найти пересыщение при тех же давлениях, когда вместо водяного пара используется спирт ($\gamma_{\text{сп}} = 1,25$).

272. Когда температурный коэффициент объемного расширения (в системе пар — воздух) превосходит 1,37, то даже при отсутствии ионизирующего источника во всей камере Вильсона появляется густой туман, который затем оседает. Определить, какое пересыщение соответствует такому расширению, если начальная температура $t_1 = 20^\circ\text{C}$, а $\gamma = 1,374$.

273. Для случая жидководородной пузырьковой камеры определить радиус пузырька, находящегося в состоянии неустойчивого равновесия (так называемый критический радиус $R_{\text{кр}}$), если поверхностное натяжение жидкого водорода $\sigma = 0,97$ дин/см, давление жидкости $P_{\text{ж}} = 1$ кгс/см², давление насыщенных паров жидкого водорода при температуре камеры (27 К) $P_n = 6$ кгс/см².

274. По современным представлениям, причиной образования пузырьков вдоль следа заряженной частицы в пузырьковой камере являются δ -электроны ¹⁾ с энергией, достаточной для образования пузырька критического размера, но не настолько большой, чтобы их пробег превосходил размер этого пузырька. Определить минимальную энергию δ -электрона, способного образовать пузырек критического размера в пропановой пузырьковой камере при температуре $T = 328$ К и давлении $P_{\text{ж}} = 5$ кгс/см². Поверхностное натяжение пропана $\sigma = 4,46$ дин/см, соответствующее давление насыщенных паров $P_n = 15$ кгс/см², молярная теплота испарения пропана $q = 3,9$ ккал/моль. Работой расширения пузырька пренебречь.

275. Из-за соударения α -частиц с ядрами атомов в конце прямолинейных треков иногда заметны резкие из-

¹⁾ δ -электроны — вторичные электроны, испускаемые атомами при соударении с ними α -частиц или других ионизирующих частиц. Они аналогичны β -электронам, но более медленные.

ломы. Обычно на 100 следов α -частиц один след имеет излом. Вдоль трека α -частицы образуется $\approx 3 \cdot 10^9$ капелек тумана, из которых около одной трети возникает при первичной передаче энергии электрону атома. Определить относительную вероятность соударения α -частицы с ядром по сравнению с вероятностью соударения с атомом.

276. По сравнению с α -частицами (см. задачу 275) β -частицы образуют в камере Вильсона значительно более тонкие следы (около 50 ионов на 1 см длины). Следы β -частиц имеют прерывистый характер. Следы медленных β -частиц чрезвычайно извилисты. Определить на рис. I ¹⁾ следы α -частиц, а также быстрых и медленных β -частиц.

277. На рис. II приведена фотография, полученная в камере Вильсона, находящейся в магнитном поле. Свинцовая фольга подвергалась просвечиванию γ -лучами с энергией 17 МэВ. Определить частицы, наблюдаемые в камере, и направление полета γ -квантов.

278. На рис. III, IV приведены две фотографии камеры Вильсона, наполненной гелием и работающей в пучке γ -излучения синхротрона с энергией не более 150 МэВ. Определить, следы каких частиц зарегистрированы на этих фотографиях.

279. На рис. V изображена фотография, полученная в камере Вильсона в магнитном поле 18 000 Э. Треки, указанные стрелками, вызваны электронами. Какой частице принадлежит центральный след?

280. С помощью камеры Вильсона производится попытка обнаружения двойного β -распада в Ca^{48} . С этой целью достаточно тонкий образец кальция массы 5 г, обогащенный до 85% изотопом Ca^{48} , помещается в камеру таким образом, что двойной β -распад, происходящий во время фотографирования, длящегося 0,15 с, может быть зарегистрирован. Геометрическая эффективность установки составляет $3/4$. Определить, какое количество фотографий необходимо получить, чтобы убедиться, что период полураспада ядра превышает 10^{19} лет.

281. С помощью пропановой пузырьковой камеры, помещенной в пучок тормозного излучения бетатрона, исследовался процесс фоторасщепления углерода на три α -частицы. Определить сечение этого процесса σ , если

¹⁾ Фотографии I—XI даны в конце книги.

пучок γ -лучей проходит вдоль диаметра камеры $\bar{D}=20$ см, поперечное сечение пучка в камере $S=3$ мм², плотность пропана (C_3H_8) $\rho=0,33$ г/см³, плотность эффективных квантов в одном импульсе ускорителя $f=3 \cdot 10^4$ см⁻², количество рассмотренных фотографий $K=9300$, число зарегистрированных случаев фоторасщепления $n=1000$. Одна фотография получается за 1 импульс ускорителя.

282. Определить энергию электрона \mathcal{E} , если радиус кривизны ρ его следа в камере Вильсона, помещенной в магнитное поле $H=10\,000$ Э, составляет 2 м.

283. Определить кинетическую и полную энергии протона по кривизне его следа в камере Вильсона, помещенной в магнитное поле $H=10\,000$ Э, если измеренная длина стрелы сегмента $h=2,5$ мм при хорде $a=20$ см.

284. Если масса исследуемой однозарядной частицы значительно превышает массу электрона, а ее энергия не очень велика (меньше 10^{12} эВ для протона и меньше 10^{10} эВ для мюона), то потери на ионизацию $(-d\mathcal{E}/dx)_{\text{ион}}$ не зависят от массы частицы и являются лишь функцией ее скорости:

$$\left(-\frac{d\mathcal{E}}{dx}\right)_{\text{ион}} = f\left(\frac{\beta}{(1-\beta^2)^{1/2}}\right).$$

Значения функции f приведены в конце книги (табл. II).

При измерении следа мюона в камере Вильсона в магнитном поле оказалось, что $Hr=0,64 \cdot 10^5$ Э·см, где H — магнитное поле, а r — радиус кривизны трека мюона. На 1 см пути в воздухе мюон создает 780 пар ионов. Определить массу мюона, если на создание пары ионов необходима энергия 32 эВ. Определить массу мюона при:

$(-d\mathcal{E}/dx)$, 10^3 эВ/см: 1) 12,5; 2) 7,5; 3) 15,0; 4) 25;

Hr , 10^5 Э·см: 1) 1,1; 2) 1,47; 3) 0,96; 4) 0,55.

Вычислить среднее значение массы.

У к а з а н и е. Задачу решать графически с помощью табл. II.

285. Пробег однозарядной частицы

$$R = \int \frac{d\mathcal{E}}{\left(-\frac{d\mathcal{E}}{dx}\right)_{\text{ион}}} = \int \frac{d\mathcal{E}}{f\left(\frac{\beta}{(1-\beta^2)^{1/2}}\right)} = \frac{M}{m} g\left(\frac{\beta}{(1-\beta^2)^{1/2}}\right),$$

где M — масса исследуемой частицы, а m — масса электрона (см. задачу 284). Значения функции g приведены в

конце книги (табл. III). Измеряя пробег R в воздухе и кривизну трека r в камере Вильсона, определить массу исследуемой частицы для следующих данных:

Hr , 10^4 Э·см: 1) 5,5; 2) 5,5; 3) 3,87; 4) 18,74;
 R , см: 1) 18; 2) 4; 3) 6,5; 4) 583.

У к а з а н и е. Задачу решить графически с помощью табл. III.

286. Для измерения массы частицы камера Вильсона перегораживалась свинцовой пластиной. Измерялась кривизна трека в магнитном поле до и после прохождения свинцовой пластины. Вычислялась величина $\frac{(Hr)_1 - (Hr)_2}{\Delta x} \approx \frac{d(Hr)}{dx}$, где индексы 1 и 2 относятся к произведениям Hr , полученным до и после прохождения пластины. Результаты сведены в следующую таблицу:

$(Hr)_{\text{средн}}$, 10^5 Э·см: 1) 1,60; 2) 4,50; 3) 6,15;
 $d(Hr)/dx$, 10^5 Э: 1) 2,71; 2) 0,67; 3) 0,542.

С помощью табл. V для функции $d(Hr)/dx = f/e\beta$ (см. задачу 284) найти массу исследуемой частицы.

287. Ионизирующие частицы, проходя через фотоэмульсию, воздействуют на кристаллы бромистого серебра таким образом, что после проявления они образуют ряд черных зерен галоидного серебра, расположенных вдоль следа частицы. Плотность зерен зависит от типа эмульсии, способа проявления и возрастает с увеличением удельных потерь энергии ионизирующей частицы. При скоростях $v \ll c$ приближенно

$$-\frac{d\mathcal{E}}{dx} \approx \frac{4\pi Z^2 e^2 N}{mv^2},$$

где Ze — заряд частицы, v — ее скорость, N — число атомов в 1 см^3 , m — масса электрона.

а) Как определить направление движения частицы по ее следу в эмульсии?

б) Как относятся удельные потери энергии для протонов, дейтонов и α -частиц при равных скоростях и соответственно при равных энергиях частиц?

в) Протоны, дейтоны и α -частицы имеют в эмульсии одинаковый пробег 100 мкм. Как относятся их удельные потери энергии в начале пробега? (Использовать табл. IV.)

288. Зависимость пробега заряженной частицы в веществе от ее скорости имеет следующий вид:

$$R = \frac{M}{mZ^2} g(v),$$

где M — масса частицы, Z — ее заряд (элементарный заряд принят за единицу), v — скорость частицы, m — масса электрона, $g(v)$ — функция, не зависящая ни от заряда, ни от массы (см. задачу 285 и табл. IV).

а) Следы протонов, дейтонов и тритонов в эмульсии имеют на равных участках следа одинаковое число зерен. Как относятся между собой остаточные пробеги и энергии этих частиц?

б) Известно соотношение пробег — энергия для протонов (табл. IV). Найти соотношение пробег — энергия для тритонов в том же веществе.

в) Для протонов известна зависимость числа зерен N (на участке τ) от пробега R и $\mathcal{E} = f(R)$. Как определить энергию дейтонов и тритонов, следы которых не оканчиваются в эмульсии?

289. Заряженная частица, проходя через вещество, испытывает многократное рассеяние. Среднее значение проекции (на плоскость фотопластинки) угла многократного рассеяния на участке τ равно

$$\overline{\Phi} = \frac{KZ\sqrt{\tau}}{pv},$$

где K — константа рассеяния, определяемая обычно экспериментально, Z — заряд частицы (элементарный заряд принят за единицу), p и v — импульс и скорость частицы. Измеряя $\overline{\Phi}$ для известной частицы, можно определить ее энергию. Если известна энергия частицы, то, зная $\overline{\Phi}$, можно определить ее массу.

В фотографических эмульсиях зарегистрировано несколько следов неизвестных частиц. Как определить отношение масс этих частиц, если их следы оканчиваются в эмульсии? (Использовать метод рассеяния и метод счета зерен.)

290. По каким признакам можно различить следы медленных π^- - и π^+ -мезонов, оканчивающихся в эмульсии?

291. В состав ядерных эмульсий входят легкие элементы H, C, N, O и тяжелые Ag, Br ($\approx 0,6\%$ составляют S и I). При исследовании взаимодействия частиц с ука-

занными ядрами фотоэмульсии могут быть использованы в качестве мишеней, являясь одновременно детекторами заряженных продуктов реакции.

На рис. VII показаны случаи расщепления легкого ядра γ -квантом на три одинаковые частицы. Определить, на каком ядре и какая произошла реакция.

В аналогичной звезде два следа 1 и 2 останавливаются в эмульсии, их пробеги $R_1=R_2=15,3$ мкм, угол между ними $\alpha=75^\circ$. След 3 выходит из эмульсии.

а) Определить энергию третьей частицы и энергию γ -кванта, вызвавшего расщепление. Импульсом γ -кванта пренебречь, считая, что все три следа компланарны.

б) Предполагаем, что реакция идет в две стадии: сначала испускается частица 3 и образуется промежуточное ядро, затем промежуточное ядро распадается на частицы 1 и 2. Какое промежуточное ядро образуется и какова должна быть его энергия возбуждения?

292. На рис. VIII показана трехлучевая звезда, образованная в результате взаимодействия γ -кванта с ядрами дейтерия, который был введен в фотографическую эмульсию. Энергия γ -квантов не может быть больше 250 МэВ. Как видно из микрофотографии, частица 1 в конце пробега (в точке K) образовала звезду, частица 2 испытала в точке S упругое рассеяние.

а) Определить, какой реакции соответствует указанная звезда.

б) На каком ядре произошло рассеяние частицы 2, если из измерений известно, что угол между следами после рассеяния составляет 90° ? (Какой угол должен был бы наблюдаться между следами в случае, если бы рассеяние частицы 2 произошло на дейтоне и при этом пробег дейтона после рассеяния оказался вдвое больше пробега частицы 2?)

293. В звезде (рис. IX), зарегистрированной в электроночувствительных пластинках, наблюдается плотный след, принадлежащий Li^8 и оканчивающийся двумя α -частицами, разлетающимися в противоположные стороны («молоточковый след»). В конце пробега ядра Li^8 наблюдается также след электрона.

а) Какой процесс произошел в конце пробега ядра Li^8 ? Какое другое ядро могло бы дать в эмульсии аналогичный след?

б) Определить максимальную энергию электрона, если $\mathcal{E}_{\alpha_1}=\mathcal{E}_{\alpha_2}=1,5$ МэВ.

294. В фотографических эмульсиях, не чувствительных к электронам, исследовалось поглощение медленных π^- -мезонов на ядрах ${}^9_4\text{Be}$, введенного в эмульсию. На рис. X приведен один из случаев поглощения π^- -мезона бериллием, сопровождающегося ядерным расщеплением. В конце следа мезона наблюдается только «молоточковый след» (см. задачу 293). Какая произошла реакция? Определить энергию продуктов расщепления.

295. Фотоэмульсии нередко используются в качестве детектора нейтронов. Последние могут быть зарегистрированы по протонам отдачи или по характерным реакциям, происходящим при взаимодействии нейтронов с элементами, специально введенными в эмульсию.

а) В случае медленных нейтронов можно использовать реакцию на ядрах ${}^{10}_5\text{B}$ и ${}^6_3\text{Li}$, введенных в эмульсию. Ожидаются следующие реакции:



Определить суммарную длину следов α -частицы и тритона в первой реакции и энергии α -частицы и ядра Li^7 — во второй. (Рассмотреть случай, когда ядро Li^7 образуется в первом возбужденном состоянии с энергией возбуждения $\approx 0,5$ МэВ.)

б) Быстрые нейтроны детектируются обычно по протонам отдачи. Какие характеристики рассеяния надо измерять, чтобы определить энергию нейтрона? (Направление потока нейтронов в эксперименте известно.)

296. На рис. XI показана микропроекция звезды, зарегистрированной в стопке электроночувствительных эмульсий. Звезда вызвана космической частицей P . В ядерном расщеплении возникает K -мезон, который в конце пробега распадается на три π -мезона. Два π -мезона, π_2 и π_3 , дают в конце пробега μ - e -распад. Один мезон, π_1 , пройдя в эмульсии 14 130 мкм, поглощается ядром и дает звезду. По пробегам ($R_{\pi_2} = 6050 \pm 250$ мкм и $R_{\pi_3} = 10\,700 \pm 200$ мкм) были определены энергии мезонов π_2 и π_3 : $\mathcal{E}_{\pi_2} = 17,06 \pm 0,85$ МэВ, $\mathcal{E}_{\pi_3} = 23,61 \pm 0,84$ МэВ. Энергия π_1 получена методом рассеяния: $\mathcal{E}_{\pi_1} = 30,8 \pm 6$ МэВ. Определить заряд и массу K -мезона.

297. На уровне моря плотность потока мюонов космических лучей составляет $1 \text{ мин}^{-1} \cdot \text{см}^{-2}$, причем каждый мюон на 1 см пути в воздухе при нормальном атмосферном давлении создает 85 пар ионов. Вычислить ток, создаваемый мюонами в цилиндрической ионизационной

камере с радиусом 20 см и высотой 30 см, наполненной воздухом при давлении 5 атм. Камера расположена вертикально. Считать, что ионизация создается только частицами, падающими на камеру вертикально.

298. Определить число космических частиц, прошедших через ионизационную камеру диаметром 8 см, если изменение потенциала собирающего электрода составило 0,2 В. Камера наполнена воздухом при давлении 1 атм. Емкость системы собирающего электрода равна 10 пФ. В среднем на 1 см пути в воздухе одна космическая частица создает 60 пар ионов. Частицы падают перпендикулярно к оси камеры.

299. Определить средний путь электронов в рабочем объеме камеры (так называемую «эффективную» глубину камеры), если угловое распределение электронов, попадающих в камеру, изотропно. Геометрическая глубина камеры равна d .

300. Небольшая газовая полость в толще вещества не искажает углового и энергетического распределения вторичных электронов, образуемых в веществе γ -излучением. Ионизация I_r , создаваемая этими вторичными электронами в 1 см^3 газовой полости, связана с ионизацией I_b , создаваемой в 1 см^3 вещества, соотношением $I_r = I_b / \rho$, где ρ — отношение тормозных способностей вещества и газа. Определить число пар ионов, создаваемых в 1 с в рабочем объеме ионизационной камеры глубиной 1 см и площадью 25 см^2 , если в камеру падает излучение радиоактивного источника Co^{60} интенсивностью 1,5 Ки, расположенного на расстоянии 1 м от камеры. Стенки камеры изготовлены из алюминия, причем толщина их больше пробега наиболее энергичных вторичных электронов. Коэффициент поглощения γ -излучения в алюминии равен $0,195 \text{ см}^{-1}$. За один распад излучаются два γ -кванта с энергиями 1,17 МэВ, и 1,33 МэВ, энергия образования одной пары ионов в газе камеры — 33,5 эВ.

У к а з а н и е. Если пробеги вторичных электронов меньше толщины передней стенки камеры, то энергии, теряемые в единице объема γ -излучением и вторичными электронами, равны между собой. Величина $\rho \approx \approx 0,88n(Z)/n$ (газ), где n — число электронов в 1 см^3 . Камера наполнена воздухом.

301. При работе с ионизационными камерами на электронных ускорителях следует учитывать, что рекомбина-

ция ионов в камере в этом случае будет определяться не средней интенсивностью, а интенсивностью в импульсе, длительность которого обычно бывает порядка 10^{-5} с. Степень достижения режима насыщения в плоскопараллельной ионизационной камере в этом случае определяется уравнением

$$\frac{I}{I_{\text{нас}}} = \frac{1}{u} \ln(1 + u), \text{ где } u = \frac{2,09 \cdot 10^9 \alpha d^2 r}{(k_1 + k_2) V},$$

α — коэффициент рекомбинации ионов, k_1 и k_2 — подвижности положительных и отрицательных ионов, r — интенсивность (в рентгенах) γ -излучения в импульсе, d и V — расстояние и разность потенциалов между электродами камеры. Используя эту формулу, определить, какая максимальная интенсивность может быть измерена с помощью ионизационной камеры, расстояние между электродами которой равно 1 см, а напряженность поля 3000 В/см, при условии, что ионизационный ток должен составлять не менее 98% от тока насыщения. За секунду через камеру проходит 25 импульсов γ -излучения; $\alpha = 1,6 \cdot 10^{-6}$; $k_1 = 1,3$ см/с, $k_2 = 1,8$ см/с.

302. Калориметрические измерения часто используются для определения интенсивности γ -излучения мощных радиоактивных источников и электронных ускорителей. Предназначенный для этих целей калориметр представляет собой свинцовый цилиндр, установленный в эвакуированном сосуде на подставках, обладающих ничтожно малой теплопроводностью (например, из люцита). Размеры цилиндра должны быть таковы, чтобы измеряемое излучение поглощалось полностью. Определить, за какое время температура такого калориметра повысится на 5 К, если теплоемкость его равна 22 кал/К, а внутрь цилиндра помещен источник Co^{60} интенсивностью 2 Ки. При одном распаде Co^{60} выделяется энергия 2,6 МэВ.

303. Препарат полония интенсивностью 0,1 Ки помещен в калориметр теплоемкостью 1 кал/К. Найти повышение температуры, происходящее за 1 ч, если известно, что полоний испускает α -частицы с энергией 5,3 МэВ.

304. Определить число «эффективных» γ -квантов в одном импульсе синхротрона, если температура свинцового цилиндра калориметра за 1 ч изменилась на 0,016 °С. Диаметр цилиндра был равен 11 см, его длина

20 см, а частота импульсов синхротрона равна 50 с^{-1} . Максимальная энергия спектра γ -квантов 200 МэВ. Плотность свинца $11,4 \text{ г/см}^3$, его удельная теплоемкость $0,031 \text{ кал/(г}\cdot\text{°C)}$.

Примечание. Числом «эффективных» γ -квантов обычно называется отношение U/W , где U — поток энергии в пучке γ -квантов, W — максимальная энергия их спектра.

305. Число фотонов n , образуемых в сцинтилляционном счетчике при прохождении через него заряженной частицы, можно определить по формуле $n = \mathcal{E}C/\mathcal{E}_\Phi$, где \mathcal{E} — энергия, теряемая частицей в кристалле, \mathcal{E}_Φ — средняя энергия спектра испускаемых фотонов, а C — эффективность счетчика. Для антрацена $C=0,04$, а средняя длина волны спектра излучения 445 нм. Определить энергию, идущую на образование одного фотона.

306. Определить число фотонов в световом импульсе, создаваемом в кристалле фосфора NaI(Tl) релятивистским протоном, если энергия, теряемая протоном в кристалле, равна 2 МэВ, а эффективность и средняя длина волны спектра излучения равны соответственно 0,084 и 410 нм.

307. Сцинтилляционные счетчики используются как для регистрации заряженных частиц, так и для регистрации рентгеновских и γ -лучей. Определить эффективность регистрации сцинтилляционным счетчиком γ -квантов, если эффективность регистрации заряженных частиц равна 100% (d — толщина счетчика, μ — коэффициент поглощения γ -квантов в кристалле).

308. Вследствие относительно большой плотности ($\rho=3,67 \text{ г/см}^3$), а также вследствие относительно большого атомного номера иода ($Z=53$) кристаллы фосфора NaI(Tl) особенно удобны для регистрации рентгеновских и γ -лучей. Какова интенсивность потока γ -квантов N_γ , если в кристалле NaI(Tl) толщиной $d=2 \text{ см}$ за 1 мин возникло 240 световых импульсов? Коэффициент поглощения фотонов μ в кристалле равен $0,126 \text{ см}^{-1}$.

309. Импульс света в сцинтилляционном счетчике регистрируется с помощью фотоумножителя. Определить величину импульса напряжения V на выходе фотоумножителя, если при очередном световом импульсе в кристалле из фотокатода умножителя было выбито $n=500$ электронов. Коэффициент умножения фотоумножи-

теля $M=2 \cdot 10^6$, а емкость анода по отношению к Земле составляет $C=10$ пФ.

310. Определить амплитуду импульса напряжения на выходе фотоумножителя при прохождении через антраценовый кристалл быстрых электронов, если известно, что каждый электрон теряет при этом 2,5 МэВ, а на фотокатод умножителя попадает около 70% от образовавшихся в кристалле фотонов. Эффективность фотоумножителя $C_{\phi}=0,05$. Остальные характеристики фотоумножителя и кристалла даны в задачах 305 и 309.

311. На выходе фотоумножителя регистрируются импульсы с амплитудой $V \geq 10$ В. Определить минимальную энергию протонов, регистрируемых схемой, если эффективность фотоумножителя равна 0,07; коэффициент умножения фотоумножителя $M=10^7$, емкость анода по отношению к Земле 8 пФ, а в качестве фосфора употребляется стильбен (средняя длина волны спектра излучения $\lambda=410$ нм, эффективность фотоумножителя $C_{\phi}=0,024$). На фотокатод падает около 65% от полного числа фотонов, образуемых при отдельном световом импульсе.

312. Через счетчик Гейгера — Мюллера проходит 10^9 электронов за один разряд. Вычислить средний ток, проходящий через счетчик, если происходит 600 разрядов в минуту.

313. Определить порог V пропорциональной области счетчика, наполненного аргоном при давлении $P=60$ мм рт. ст. При достижении порога напряженность электрического поля вблизи нити становится такой, что электрон на длине свободного пробега приобретает энергию, достаточную для ионизации ударом. Радиус счетчика $r_k=1$ см, радиус нити $r_a=0,005$ см. Средняя длина пробега электрона в аргоне при давлении 1 мм рт. ст. $\lambda_0=6,8 \cdot 10^{-2}$ см; потенциал ионизации аргона $V_{Ar}=15,8$ В.

314. Найти амплитуды импульсов напряжения от пропорционального счетчика при прохождении через него: а) α -частицы с энергией 3,5 МэВ, б) быстрого электрона. Счетчик имеет диаметр $d=2,2$ см и наполнен аргоном при давлении 100 мм рт. ст. Удельная ионизация быстрыми электронами в аргоне — 70 пар ионов на 1 см при давлении 1 атм. Пробег α -частицы в аргоне — 1,9 см. Средняя энергия образования одной пары ионов —

25,4 эВ. Коэффициент газового усиления счетчика $A = 10^4$. Емкость нити $C = 15$ пФ.

У к а з а н и е. Средний путь, проходимый α -частицами в счетчике, равен 1,7 см; средний путь, проходимый электроном, определяется по формуле $l = \pi d/4$.

315. Разрешающим временем счетчика называется время, необходимое счетчику для возвращения в рабочее состояние после срабатывания. Для сцинтилляционного счетчика разрешающее время определяется временем высвечивания. Пусть N — истинное число частиц, проходящих через счетчик в 1 с, а n — полученное экспериментально число срабатываний счетчика в секунду. Найти разрешающее время счетчика τ .

316. При снятии характеристики счетчика Гейгера — Мюллера использовались два радиоактивных источника неизвестной интенсивности. Каждый из источников можно было закрывать экраном. При переменном закрывании первого и второго источников было зарегистрировано n_1 и n_2 срабатываний счетчика в секунду. Когда оба экрана были убраны, счетчик срабатывал n_{12} раз в секунду. Определить разрешающее время счетчика, если $n_1 = 100$, $n_2 = 155$, $n_{12} = 248$.

317. Счетчик срабатывает 1000 раз в секунду. Разрешающее время счетчика равно $2 \cdot 10^{-4}$ с. Найти истинную частоту исследуемого события.

318. Время высвечивания стильбена равно приблизительно $\tau = 7 \cdot 10^{-9}$ с. Разрешающее время фотоумножителя $1,5 \cdot 10^{-9}$ с. Определить число импульсов n на выходе фотоумножителя, если число электронов, падающих на стильбен, $N = 5 \cdot 10^7$ с $^{-1}$.

319. Разрешающее время счетчика $\tau_1 = 3 \cdot 10^{-5}$ с, разрешающее время регистрирующего устройства $\tau_2 = 2,5 \cdot 10^{-4}$ с ($\tau_2 > \tau_1$). Найти число зарегистрированных частиц, если число частиц, падающих на счетчик, равно $N = 5 \cdot 10^3$ с $^{-1}$.

320. Два одинаковых счетчика соединены по схеме совпадений, т. е. регистрируются только те случаи, когда одновременно через оба счетчика проходит ионизирующая частица. Пусть разрешающее время счетчиков равно τ , среднее число частиц, прошедших через первый счетчик, равно n_1 , а через второй — n_2 . Определить число случайных совпадений.

321. В пучок статистически распределенных частиц (например, в пучок фотонов от мишени электронного

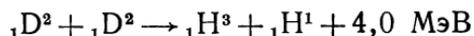
ускорителя) помещено два сцинтилляционных счетчика, включенных в схему совпадений. Определить среднюю интенсивность пучка частиц, если число отсчетов схемы совпадений оказалось равным $2 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$, а разрешающее время схемы равно 10^{-8} с . Эффективность регистрации частиц сцинтилляционным счетчиком равна 100%.

322. В счетчике средних размеров фон от космических лучей составляет 40 импульсов в 1 мин. Очень слабый радиоактивный источник дает 5 импульсов в 1 мин. Сколько отсчетов необходимо произвести на счетчике, чтобы знать интенсивность радиоактивного источника с точностью до 10%?

323. Фон счетчика Гейгера — Мюллера — 92 срабатывания в 1 мин. В присутствии радиоактивного источника счетчик срабатывает 260 раз в минуту. Как долго необходимо производить измерения, чтобы относительная ошибка была не более 4%?

324. Схемы совпадений в последнее время часто используются для уменьшения влияния фона при счете относительно редких событий. Пусть число регистрируемых в 1 с частиц равно 50, а число импульсов фона — 10^6 . Для уменьшения влияния фона на результаты измерений два сцинтилляционных счетчика с разрешающим временем 10^{-8} с включены в схему совпадений, причем расположение счетчиков таково, что частицы, которые требуется зарегистрировать, проходят через оба счетчика. Частицы, создающие фоновые импульсы, регистрируются как случайные совпадения. Определить, насколько сократится время измерений, если ошибка опыта не должна превышать 10%?

325. Для абсолютного определения сечения реакции



в интервале энергий 15—100 кэВ использована «толстая» мишень из тяжелого льда (в которой дейтоны полностью затормаживаются и останавливаются). Заряд, приносимый дейтонами на мишень, измеряется интегратором тока (конденсатор, который заряжается до определенного напряжения и затем автоматически разряжается). Число протонов определяется счетчиком с известным эффективным телесным углом $\Omega = 4\pi/1000$. Принято, что угловое распределение протонов описывается формулой

$$n(\vartheta) = n(90^\circ) [1 + A \cos^2 \vartheta].$$

Величина A зависит от энергии дейтронов (A порядка 0,2—0,4).

а) Определить, под каким углом ϑ_0 следует поместить счетчик, чтобы по числу отсчетов иметь возможность вычислить полный выход протонов, не зная A .

б) Пусть $N(\mathcal{E})$ — полный выход протонов на 1 мкКл дейтронного пучка, где \mathcal{E} — кинетическая энергия в кэВ:

$$\begin{aligned} N(\mathcal{E}) &= 2,53 \cdot 10^2 \text{ при } \mathcal{E} = 15,4 \text{ кэВ,} \\ N(\mathcal{E}) &= 4,78 \cdot 15^5 \text{ при } \mathcal{E} = 105,6 \text{ кэВ.} \end{aligned}$$

Грубо приблизительно

$$N(\mathcal{E}) = 4,2 \cdot 10^7 e^{-4\mathcal{E}} / \sqrt{\mathcal{E}}.$$

Известна кривая ионизационных потерь дейтронов в тяжелой воде, которая грубо может быть аппроксимирована формулой

$$(-d\mathcal{E}/dx)_{\text{ион}} = 2,5 \cdot 10^{-19} M \mathcal{E}$$

(M — число молекул D_2O в 1 см³). Найти эффективное сечение реакции как функцию энергии.

326. Водородный пороговый детектор нейтронов представляет собой ионизационную камеру, наполненную водородом при таком давлении, что пробег протонов отдачи значительно меньше размеров камеры. Импульсы усиливаются и считаются в том случае, если они превосходят некоторую заданную величину. Найти кривую чувствительности детектора при энергии нейтрона $\mathcal{E} > \mathcal{E}_0$ (\mathcal{E}_0 — порог) для следующих условий:

в системе центра масс протона и нейтрона рассеяние нейтронов в водороде изотропное;

сечение рассеяния $\sigma(\mathcal{E})$ пропорционально $\mathcal{E}^{-1/2}$.

327. Осколочной камерой называют ионизационную камеру, в которой для регистрации нейтронов имеется тонкий слой урана. Ионизация создается осколками деления. Если хотят регистрировать только быстрые нейтроны и исключить эффекты деления U^{235} , камеру окружают слоем кадмия. Основной фон в камере создается α -частицами, получающимися при α -распаде урана. Определить, что больше — суммарная ионизация от α -частиц или от осколков, исходя из следующих данных:

1) Камера находится на расстоянии $R=10$ см от источника нейтронов интенсивностью 1 мКи (1 мКи соот-

ветствует $n=3,7 \cdot 10^7$ Бк (распад/с). Сечение деления быстрыми нейтронами примем $\sigma=0,5 \cdot 10^{-24}$ см², а энергию, передаваемую осколком, $\mathcal{E}=80$ МэВ.

Урановый слой берется толщиной, много меньшей пробега осколков в уране (несколько микрометров), чтобы знать абсолютную чувствительность камеры.

2) Период полураспада урана $\tau=4,5 \cdot 10^9$ лет, энергия α -частицы $\mathcal{E}_\alpha=4,2$ МэВ.

328. В последние годы удалось создать сильноточные релятивистские электронные ускорители. Рассмотрите один из таких ускорителей со следующими параметрами: ток $I=1$ МА, энергия электронов $W=2$ МэВ, длительность импульса $\tau=60$ нс, диаметр пучка $a=1$ см. Дайте ответ на следующие вопросы:

1) Какова кинетическая энергия \mathcal{E} всех электронов, испускаемых за один импульс? Каково общее число электронов N ?

2) Во сколько раз магнитная энергия пучка превышает кинетическую, если длина пучка $l=1$ м?

3) Какие радиальные силы действуют на электроны пучка, если предположить, что плотность пучка распределена по сечению равномерно?

4) Можно ли компенсировать силы рассталкивания электронов с помощью покоящихся ионов, равномерно расположенных в электронном пучке? Укажите, каким условиям должна удовлетворять плотность ионов, чтобы результирующие силы, действующие на ионы и электроны, были направлены к оси пучка.

329. Бетатроном называют установку для получения заряженных частиц большой энергии. Между полюсами электромагнита, ток возбуждения которого может изменяться во времени по заданному закону, помещают вакуумную камеру, в которой частица может свободно двигаться по окружности. Ускорение осуществляется за счет вихревого электрического поля, возникающего из-за изменения магнитного поля. Показать, что если магнитный поток $\Phi(R)$, проходящий через орбиту частицы, в каждый момент времени в два раза больше, чем $\pi R^2 H(R)$, где R — радиус орбиты, а $H(R)$ — магнитное поле на орбите, то радиус орбиты частицы не будет изменяться. Доказать, что если $\Phi(R) > 2\pi R^2 H(R)$, то радиус орбиты частицы будет увеличиваться, а если $\Phi(R) < 2\pi R^2 H(R)$, то радиус орбиты частицы будет уменьшаться. При доказательстве предположить, что

магнитное поле зависит лишь от радиуса R и что орбиты являются окружностями, центр которых лежит на оси симметрии. Кроме того, следует предположить, что поток Φ и магнитное поле H изменяются синфазно: $\Phi(t) = \Phi(R) f(t)$, $H(t) = H(R) f(t)$.

330. Доказать, что орбиты заряженных частиц в предыдущей задаче будут устойчивы в радиальном направлении, если магнитное поле уменьшается к периферии по закону $1/R^n$ при $n < 1$. Доказать более общее утверждение, что движение в радиальном направлении будет устойчивым, если $-\frac{R}{H} \frac{\partial H}{\partial R} < 1$, где $H(R)$ — произвольное магнитное поле с осевой симметрией.

331. Доказать, что в магнитном поле с осевой симметрией (как у бетатрона, см. задачу 329) движение по окружности с центром, лежащим на оси симметрии поля, будет устойчивым относительно смещения от средней плоскости в вертикальном направлении (т. е. в направлении оси симметрии поля), если магнитное поле уменьшается к периферии, и будет неустойчивым, если магнитное поле возрастает к периферии.

332. В бетатроне положение равновесной орбиты R_0 , удовлетворяющей условию $\Phi(R_0) = 2\pi R_0^2 H(R)$ (см. задачу 329), соответствует минимуму вихревого электрического поля E_ϕ . Доказать это свойство и показать, как оно может быть использовано для нахождения равновесной орбиты в бетатроне.

333. При движении по кругу электрон излучает электромагнитные волны и теряет за один полный оборот энергию $\frac{4\pi}{3} \frac{e^2}{R} \left(\frac{\mathcal{E}}{m_0 c^2}\right)^4$, где R — радиус орбиты, а \mathcal{E} — энергия электрона, m_0 — масса покоя электрона. Рассчитать, какую энергию теряет электрон за один оборот в бетатроне на 100 МэВ в конце процесса ускорения, если радиус орбиты составляет 80 см. Определить, при какой энергии потери на излучение за один оборот будут равны энергии, приобретаемой за один оборот от вихревого электрического поля, если $dH(t)/dt = 2 \cdot 10^6$ Э/с ($H(t)$ — поле на орбите электрона).

334. В циклотроне ионы закручиваются магнитным полем и получают ускорение в щели между двумя ускоряющими электродами, называемыми дуантами (рис. 11). Для резонансного ускорения частота обращения иона и частота электрического поля должны совпадать. Одна-

ко частота обращения иона не остается постоянной, так как масса иона растет согласно соотношению Эйнштейна $m = m_0 / \sqrt{1 - v^2/c^2}$. Поэтому в циклотроне происходит расстройка, и ионы не могут достигнуть очень большой энергии. Очевидно, наибольшей энергии можно достичь, если расстройка, т. е. разность частоты обращения и частоты ускоряющего поля, будет наименьшая. Допустим, что магнит циклотрона создает постоянное поле 15 000 Э и радиус магнита равен 65 см. В циклотроне предполагают ускорять протоны. Спрашивается,

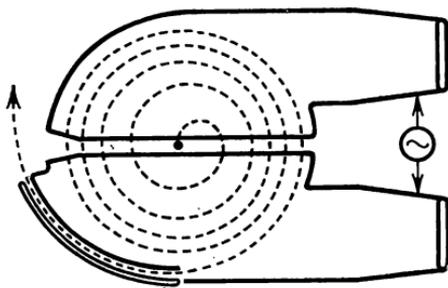


Рис. 11.

какую следует выбрать частоту ускоряющего поля, чтобы расстройка циклотрона в среднем была наименьшая?

335. Для того чтобы в циклотроне не возникла расстройка (см. задачу 334), В. И. Векслер предложил медленно изменять частоту ускоряющего поля. Такой ускоритель называют фазотроном. По какому закону и на сколько процентов следует изменять частоту ускоряющего поля при ускорении дейтронов до энергии 200 МэВ? Магнитное поле равно 15 000 Э. В среднем за оборот дейтрон приобретает энергию 15 000 эВ.

336. Для того чтобы в ускорителе типа циклотрона не возникла расстройка (см. задачу 334), можно изменять магнитное поле во времени. Тогда частота обращения частицы будет оставаться постоянной. Такой ускоритель получил название синхротрона. Изобретателем синхротрона, как и фазотрона, является В. И. Векслер. Найдите изменение радиуса в синхротроне в магнитном поле, однородном в пространстве и изменяющемся по закону $H(t) = H_0 \sin \Omega t$. Частота электрического ускоряющего поля равна ω_0 , а собственная энергия ускоряемой частицы \mathcal{E}_0 .

337. В синхротроне на 72 МэВ магнитное поле изменяется по синусоидальному закону с частотой 50 Гц. Амплитуда магнитного поля равна 8000 Э. До 2 МэВ электроны ускоряются в бетатронном режиме на орбите радиуса 29,4 см. Затем включается ускоряющее электрическое поле с частотой $\omega_0 = 10^8 \text{ с}^{-1}$. Центральный сердечник, обеспечивающий вначале ускорение в бетатронном режиме, насыщается, и ускорение происходит только за счет электрического поля ускоряющих промежутков, т. е. в синхротронном режиме. Найти: 1. изменение радиуса орбиты во время синхротронного режима; 2. момент времени, соответствующий переходу от бетатронного режима к синхротронному; 3. длину траектории электрона в бетатронном и синхротронном режимах, если в бетатронном режиме частицы начинают ускоряться, имея начальную энергию 13 600 эВ.

338. В физических исследованиях на ускорителях иногда применяется метод совпадений (см. задачу 320). В отличие от задачи 320, в бетатроне или фазотроне выход пучка происходит короткими импульсами, причем частота этих импульсов в случае бетатрона и синхротрона равна частоте магнитного поля ускорителя, а в фазотроне — числу циклов модуляции высокой частоты.

Определить число случайных совпадений в секунду для двух счетчиков, помещенных вблизи бетатрона, работающего при частоте питания магнитного поля f . Разрешающее время схемы совпадений равно τ , число импульсов в секунду в каждом счетчике N_1 и N_2 , длительность импульса пучка γ -лучей t . Разрешающее время T самого счетчика значительно больше τ и длительности импульса γ -лучей. Рассмотреть следующие случаи: $t = 2\tau$; $t > 2\tau$; $t < 2\tau$.

339. Если в ускорителе типа циклотрона одновременно изменяется и частота ускоряющего электрического поля и магнитное поле, то такой ускоритель называют синхрофазотроном. Найти такую связь между магнитным полем $H(t)$ и циклической частотой электрического поля $\omega_0(t)$, чтобы ускорение происходило на орбите постоянного радиуса $R = R_0$.

340. Определить, сколько энергии приобретает протон в среднем за один оборот в синхрофазотроне. Радиус орбиты равен 4,5 м. Магнитное поле возрастает пропорционально времени до 15 000 Э за 1 с. При расчете можно не учитывать влияния вихревого электрического поля.

Определить максимальную энергию, которая будет достигнута в этом ускорителе, и длину пути, пройденного протоном, если начальная энергия равна 4 МэВ.

341. Определить закон изменения частоты в синхροфазотроне (см. задачу 339) на 10 000 МэВ. Траектория протона состоит из четырех дуг с радиусом 28 м и длиной 44 м каждая, соединенных 8-метровыми прямолинейными промежутками. Начальная энергия протонов 9 МэВ. Магнитное поле возрастает во времени по линейному закону от 0 до 13 000 Э за 3,3 с и спадает с ростом радиуса орбиты по закону $\sim R^{-2/3}$. Найти также: 1. напряженность магнитного поля в начале процесса ускорения. 2. изменение траектории, если частота ускоряющего поля в какой-то момент отклоняется на 0,2% от установленного в начале процесса ускорения значения.

342. Релятивистская частица с массой m , движущаяся в однородном магнитном поле, излучает электромагнитные волны, в результате чего теряет в единицу времени энергию (при $\mathcal{E} \gg mc^2$)

$$-\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \frac{2c}{3} \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2 H_{\perp}^2 \left(\frac{\mathcal{E}}{mc^2} \right)^2 = 0,98 \cdot 10^{-3} H_{\perp}^2 \left(\frac{\mathcal{E}}{mc^2} \right)^2 \text{ эВ/с,}$$

где H_{\perp} — напряженность магнитного поля, перпендикулярного к траектории частицы, а \mathcal{E} — полная энергия частицы. Найти потери энергии на излучение в конце процесса ускорения в синхροфазотроне, описанном в предыдущей задаче.

343. В электронных циклических ускорителях (синхротронах) на большие энергии излучение электронов существенно усложняет ускорительную систему, на которую теперь возлагается не только ускорение электрона, но и, что более трудно, компенсация излученной энергии.

Рассмотрите два электронных синхротрона на 100 ГэВ (таких еще не существует) и 10 ГэВ: $\mathcal{E} = 100$ ГэВ, периметр орбиты $\Pi = 20$ км, время ускорения $t = 1$ с, число ускоряемых электронов $N = 10^{12}$; $\mathcal{E} = 10$ ГэВ, периметр орбиты $\Pi = 200$ м, время ускорения $t = 3,3$ с, число ускоряемых электронов $N = 10^{12}$.

Рассчитать максимальную энергию, излучаемую за один оборот одним электроном, ΔW ; энергию, излучаемую за все время ускорения всеми электронами, Q ; максимальную мощность излучения всех электронов P .

344. В последнее время синхротронное излучение нашло широкое применение как источник мягкого рентгеновского излучения с исключительно высокой плотностью мощности. Синхротронное излучение используют для исследований по физике твердого тела, изучения биологических объектов, для рентгенолитографии с размером элементов в микросхемах до $\sim 1,5\text{--}2$ мкм, возбуждения мёссбауэровских уровней.

Направленность синхротронного излучения (по отношению к вектору скорости электрона) очень велика, т. е. $\gamma \sim (mc^2/\mathcal{E})^2 \ll 1$, где \mathcal{E} — полная энергия электрона. Излучение наиболее интенсивно на длине волны $\lambda = \frac{2\pi R}{K}$, где $K = \frac{3}{2} \left(\frac{\mathcal{E}}{mc^2} \right)^3$. Рассмотрите синхротрон: энергия электронов $\mathcal{E} = 1$ ГэВ, радиус круговой орбиты $R = 2$ м, число электронов на орбите $N = 10^{13}$. Амплитуда вертикальных колебаний 1 см, показатель магнитного поля $n = 0,64$ (см. задачу 330). Какова длина волны излучения, соответствующая максимуму интенсивности? Какова плотность интенсивности рентгеновского излучения на расстоянии 4 м от орбиты? Приблизительно можно считать, что в интервале частот $\Delta\omega \approx 0,1\omega$ сосредоточено 10% полной интенсивности излучения.

345. Сила радиационного торможения электронов равняется

$$F_{\text{рад}} = - \frac{d\mathcal{E}}{dt} \frac{v}{c^2},$$

где $d\mathcal{E}/dt$ — энергия, излучаемая в 1 с (см. задачу 342). Составить уравнение вертикальных колебаний электронов, используя выражение для восстанавливающей вертикальной силы магнитного поля (см. задачу 331), и рассчитать величину радиационного затухания вертикальных колебаний.

346. Линейный ускоритель частиц устроен следующим образом. Пучок ионов проходит внутри трубок разной длины, расположенных на одной линии. Ускорение происходит в промежутке между трубками (рис. 12). Трубки присоединены к противоположным клеммам генератора попеременно, так что в каждый данный момент времени разность потенциалов в четных промежутках равна $V_0 \cos \Omega t$, а в нечетных $-V_0 \cos \Omega t$. Предполагая, что ионы впускаются в ускоритель с начальной энергией $W_{\text{нач}}$ и что промежутки между трубками составляют 25%

от длины трубок, вычислить необходимую длину трубок в линейном ускорителе. Рассмотреть линейный ускоритель для протонов на 40 МэВ: $W_{\text{нач}} = 4 \text{ МэВ}$, $\Omega = 12,56 \times 10^8 \text{ с}^{-1}$. Протон за одно прохождение ускоряющего промежутка получает 1 МэВ.

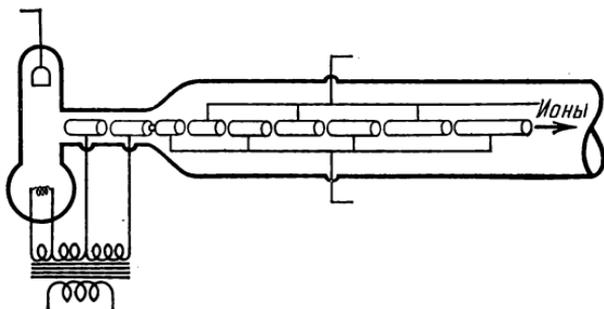


Рис. 12.

347. В современных линейных ускорителях (см. задачу 346) трубки не присоединяются к клеммам генератора. Вместо этого их помещают в резонатор, в котором возбуждается синфазное электрическое поле, направленное вдоль трубки. Как в этом случае должна быть изменена длина трубок по сравнению с трубками в старом типе линейного ускорителя, рассмотренного в задаче 346?

348. Среди новых типов современных линейных ускорителей наибольшее распространение получил линейный ускоритель с бегущей волной. Представим себе электромагнитную волну, распространяющуюся вдоль оси Z и имеющую аксиальную составляющую электрического поля E_z . Пусть вдоль этой же оси движется заряженная частица. Если скорость частицы сильно отличается от скорости волны, то частица при движении будет попадать в различные фазы электрического поля E_z , в том числе и соответствующие замедлению, так что никакого выигрыша энергии в среднем не получится. Однако в том случае, когда волна распространяется с фазовой скоростью, равной или близкой к скорости частицы, частица может находиться долгое время приблизительно в одинаковой фазе по отношению к полю и ускоряться. Волну необходимого типа можно получить в волноводе (полый трубке), если ввести в него диафрагмы с отверстиями на оси (рис. 13). В зависимости от расстояний между диафрагмами будет меняться фазовая скорость волны.

Найти зависимость фазовой скорости волны от расстояния от входного отверстия ускорителя. Во сколько раз должна измениться фазовая скорость волны для резонансного ускорения протонов и электронов от 4 до 1000 МэВ?

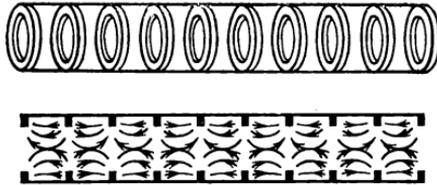


Рис. 13.

349. На основании общей теоремы электростатики о невозможности устойчивого равновесия электростатических систем доказать отсутствие устойчивости в линейных ускорителях с бегущей волной по крайней мере в каком-либо одном направлении: в направлении оси волновода или в перпендикулярном направлении.

350. В линейном ускорителе с бегущей волной для электронов иногда фазовую скорость распространения волны выбирают постоянной и равной скорости света. Предположим, что электроны входят с $W_{\text{нач}} = 4$ МэВ и начинают двигаться в горбе волны с амплитудой E_0 напряженности 20 кВ/см. Длина волны равна 1 м. Насколько электроны отстанут от волны при ускорении до $W_{\text{к}} = 100$ МэВ? Для простоты расчета положить, что со временем напряженность поля в волне изменяется не по синусоидальному, а по «прямоугольному» закону, т. е. напряженность поля имеет всего два значения: $E = \pm E_0$.

351. Для увеличения фокусирующих сил, обеспечивающих движение заряженных частиц по заданной траектории в магнитном поле ускорителей, используют так называемый метод «сильной фокусировки». Для этой цели магнит составляют из $2N$ одинаковых по размеру секторов, отличающихся, однако, тем, что в одной (первой) половине секторов магнитное поле возрастает по закону R^n , а в другой (второй) половине — убывает по закону R^{-n} ($n > 0$), где R — расстояние от центра магнита до рассматриваемой точки. Магнитные секторы с разными характеристиками располагаются попеременно. При этом на некоторой окружности радиуса R_0 значе-

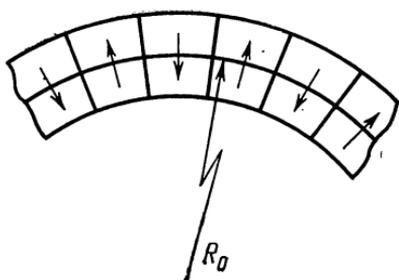


Рис. 14.

ние магнитного поля не зависит от азимута (см. рис. 14, на котором указано расположение секторов магнита; стрелки показывают направление возрастания магнитного поля, перпендикулярно к плоскости рисунка). Рассмотреть движение частицы при небольших

отклонениях от круговой орбиты с радиусом R_0 и найти условие устойчивости движения, считая $n \gg 1$.

§ 7. Ядерная физика

352 ¹⁾. Определить постоянную распада некоторого вещества, если известно, что за час интенсивность испускаемого им β -излучения уменьшилась на 10%. Продукт распада не радиоактивен.

353. Найти постоянную распада радия, если период полураспада радия $T=1602$ годам.

354. Сколько атомов радия распадается в 1 с в 1 г препарата радия? Считать известной постоянную распада λ (задача 353).

355. Определить и проанализировать T радиоактивных элементов из следующих измерений:

Время в часах												
0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4	6	8	10	12
Число срабатываний счетчика в 1 мин												
2345	1195	654	330	263	197	165	144	130	98	78	61	43

У к а з а н и е. Построить график, отложив по оси абсцисс время, а по оси ординат — натуральный логарифм числа срабатываний счетчика за 1 мин.

356. Препарат RaD в равновесии с продуктами своего распада испускает 10^6 α -частиц в 1 с. Сколько атомов RaD , RaE и Po содержится в препарате? Сколько β -частиц RaD и RaE испускает препарат в 1 с?

357. Определить, какой объем радона (при нормальных температуре и давлении) находится в равновесии с 1 г

¹⁾ Общие указания к задачам 352—374 см. в решениях. При решениях пользуйтесь табл. VI и VII в конце книги.

радия (радон, или эманация радия,— это газообразный продукт распада радия).

358. Сколько кубических миллиметров гелия выделяется в результате распада 1 г радия в течение года? Считать, что He находится при 0°C и атмосферном давлении.

359. Подсчет сцинтилляций показывает, что в результате распада 1 г U I (урана I) выделяется примерно $1,21 \cdot 10^4$ α -частиц в 1 с. Найти постоянную распада U I.

360. U^{234} (или U II) является продуктом распада основного изотопа урана U^{238} (или U I). Определить период полураспада U^{234} , если его содержание в естественном уране 0,0055%. Период полураспада U^{238} $T_8 = 4,51 \times 10^9$ лет.

361. Период полураспада радиофосфора P^{32} 15 дней. Найти активность препарата P^{32} через 10, 30, 90 дней после его изготовления, если начальная активность 100 мКи.

362. Определить период полураспада U I, если известно, что число атомов Ra, находящихся в равновесии с N атомами урана, равно $N \cdot 3,45 \cdot 10^{-7}$. Считать также известной постоянную распада Ra (задача 353).

363. Определить порядковый номер и атомную массу иония, получающегося из урана в результате двух α -превращений и двух β -превращений. Изотопом какого элемента является ионий?

364. В некоторых урановых рудах содержится примесь чистого уранового свинца ($A=206$). Предполагая, что весь свинец получился в результате распада урана и его продуктов, определить возраст t урановой руды. Принять, что в 1 г руды содержится 0,2 г свинца.

365. Образец иода I^{127} облучается нейтронным потоком такой интенсивности, что в 1 с образуется 10^7 атомов радиоактивного иода I^{128} , период полураспада T которого 25 мин. Найти число атомов I^{128} и активность препарата через 1, 10, 25, 50 мин после начала облучения. Каковы максимальные числа атомов I^{128} и активность препарата при долгом облучении (т. е. при облучении до насыщения)?

366. В настоящее время в природном уране содержится $k_8 = 99,28\%$ U^{238} и $k_5 = 0,72\%$ U^{235} . Какое соотношение между U^{238} и U^{235} было в момент образования Земли, если возраст Земли равен $4 \cdot 10^9$ лет? Необходимые данные взять из задачи 368.

Вычислить возраст Земли в предположении, что в момент образования Земли содержание U^{235} и U^{238} было одинаковым.

367. Период полураспада U^{234} равняется $T_4 = 2,48 \times 10^5$ лет. Остался ли хотя бы один атом U^{234} , который существовал в момент образования Земли — $4 \cdot 10^9$ лет тому назад? Как объяснить, что в природном уране содержится примесь U^{234} в количестве 0,055%?

368. Периоды полураспада U^{238} и U^{235} равны соответственно $T_8 = 4,51 \cdot 10^9$ лет и $T_5 = 0,713 \cdot 10^9$ лет. Определить средние времена жизни этих изотопов.

369. Согласно теории вероятности вероятность перехода из какого-либо заданного состояния пропорциональна числу равновозможных конечных состояний, в которые система может перейти. При β -распаде электрон и нейтрино можно рассматривать как свободные частицы, если их энергия не очень мала (больше потенциала ионизации K -оболочки). Энергия β -распада распределится между электроном и нейтрино пропорционально плотности уровней в конечном состоянии, отнесенной к единичному интервалу энергии: $d\rho/d\mathcal{E}$, где ρ — плотность уровней, а \mathcal{E} — энергия электрона или нейтрино. (Величина $d\rho/d\mathcal{E}$ будет иметь разное значение для разных распределений общей энергии β -распада между электроном и нейтрино.) Рассчитать величину $d\rho/d\mathcal{E}$ — ее значение будет пропорционально плотности вероятности распределения энергии электрона или нейтрино. (Плотность уровней удобно рассчитывать для дискретного спектра энергии, считая электрон и нейтрино локализованными в некотором объеме $V = a^3$, который не войдет в окончательный ответ. Спины частиц можно не учитывать.)

370. Объяснить природу долгоживущих изомеров атомных ядер, переходящих в основное состояние путем испускания γ -квантов.

371. Объяснить качественно, почему нет нейтронной радиоактивности, практически не наблюдается протонная радиоактивность и в то же время существует α -радиоактивность.

372. Почти все α -радиоактивные ядра испускают α -частицы только в ограниченном интервале энергий: $4 \text{ МэВ} \leq \mathcal{E}_\alpha \leq 9 \text{ МэВ}$. Исключением является ряд α -радиоактивных редкоземельных элементов, излучающих α -частицы с энергией $\sim 2 \text{ МэВ}$. В то же время высота ку-

лоновского барьера для α -частиц 24—30 МэВ. Объяснить, почему не наблюдаются α -радиоактивные излучатели в интервале энергий $9 \text{ МэВ} < E_\alpha < 30 \text{ МэВ}$ и в интервале $E_\alpha < 4 \text{ МэВ}$.

373. Какую скорость приобретает ядро RaB (Po^{218}), получающееся в результате распада RaA, если энергия α -частиц, излучаемых при распаде, равна 4,7 МэВ?

374. Определить энергию, уносимую в 1 ч α -частицами, получающимися при распаде 1 г радия, если скорость α -частиц Ra равна $1,51 \cdot 10^9 \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$, а период полураспада радия равен 1602 годам. Продукты распада радия не принимать во внимание.

375. Препарат радия массой 1 г заключен в оболочку, не пропускаемую для α -частиц. Какое количество тепла Q выделится в препарате и оболочке за 1 ч?

У к а з а н и е. Учесть отдачу, получаемую ядром.

376. Какие скорости имеют позитрон, протон и α -частица с энергией 1 МэВ?

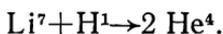
377. Реакция $\text{Li}^7(p, n) \text{Be}^7$ является удобным источником нейтронов известной энергии в интервале 0,2—1,5 МэВ и выше. Для изменения энергии нейтронов можно менять энергию первичных протонов и угол наблюдения. а) Зная массу атомов Li^7 , Be^7 , H^1 и нейтрона в атомных единицах (см. табл. VI в конце книги), найти выделение энергии в реакции $\text{Li}^7(p, n) \text{Be}^7$. б) При какой минимальной энергии протонов возможна эта реакция? Какова связь между энергиями нейтрона и протона в лабораторной системе и системе центра масс?

378. Пользуясь табл. VI в конце книги, определить энергию связи Li^6 .

379. Определить энергию связи ядра гелия (α -частицы).

380. Определить атомную массу дейтерия, если известно, что энергия связи дейтона равна 2,22 МэВ. Определить также атомную массу дейтона и атомную массу электрона (атомная масса C^{12} принимается за 12).

381. Относительно медленные протоны с энергией в несколько сотен или даже десятков килоэлектронвольт могут вызывать расщепление лития:



Какую энергию имеют обе α -частицы?

382. На опыте можно наблюдать дезинтеграцию (разрушение) дейтона на протон и нейтрон под действием

γ -лучей ThC' , имеющих энергию 2,62 МэВ. Определить энергию и направление вылета нейтрона и протона при пренебрежении импульсом γ -кванта. (См. задачу 380.)

383. В химической реакции выделилось 10 000 кал тепла. Каково изменение массы реагентов?

384. На сколько граммов увеличится масса 1 кг воды при нагревании ее на 100 °С?

385. Какова разница между массой атома водорода и суммой масс протона и электрона?

386. Свободное покоящееся атомное ядро массы M переходит из возбужденного состояния в основное, испуская γ -квант. Найти энергию γ -кванта и энергию отдачи R , если энергия возбуждения равнялась \mathcal{E}_{12} . Численный ответ получить для I^{191} , если $\mathcal{E}_{12} = 129$ кэВ.

387. Свободное покоящееся атомное ядро массы M переходит в возбужденное состояние с энергией возбуждения \mathcal{E}_{12} , поглощая γ -квант. Определить энергию γ -кванта и энергию отдачи ядра R .

388. Найти разность энергий испускаемого и поглощаемого γ -квантов в случае свободных ядер. Сравнить эту разность с естественной (Γ) и доплеровской шириной

линий (доплеровская ширина равняется $\mathcal{E}_{12} \sqrt{\frac{2kT}{Mc^2}}$).

Найти температуру T_0 , при которой доплеровская ширина равняется разности энергий для испускания и поглощения. Объяснить, почему затруднено наблюдение резонансного поглощения γ -квантов для свободных ядер, приведенных в следующей таблице:

Ядро	\mathcal{E}_{12} , кэВ	Mc^2 , ГэВ	Γ/\mathcal{E}_{12}	Ядро	\mathcal{E}_{12} , кэВ	Mc^2 , ГэВ	Γ/\mathcal{E}_{12}
Tl^{169}	8,4	157,3	10^{-11}	Zn^{67}	93	60,3	$5 \cdot 10^{-16}$
Fe^{57}	14,4	53	$3 \cdot 10^{-13}$	W^{182}	100	169,4	$4 \cdot 10^{-12}$
Dy^{161}	26	149,9	$6 \cdot 10^{-13}$	Hf^{177}	113	164,8	10^{-11}
Ir^{193}	73	179,7	10^{-12}	Ir^{191}	129	177,8	$4 \cdot 10^{-11}$
Au^{197}	77	183,4	$3 \cdot 10^{-12}$	Re^{187}	187	174,1	$3 \cdot 10^{-10}$
Er^{166}	80,6	154,5	$3 \cdot 10^{-12}$				

389. Эффект Мёссбауэра состоит в том, что в кристаллах могут осуществляться процессы испускания и поглощения γ -квантов «без отдачи ядер». В этом случае закон сохранения импульса выполняется за счет передачи импульса всему кристаллу. Поэтому процессы испускания

и поглощения γ -квантов вследствие очень большой массы кристалла происходят с пренебрежимо малой потерей энергии. Линии испускания и поглощения без отдачи имеют естественную ширину.

Кристалл Ir^{191} испускает γ -кванты с энергией 129 кэВ. Линия Мёссбауэра испускания и поглощения γ -квантов имеет ширину $\Gamma = 4,6 \cdot 10^{-6}$ эВ. Предположим, что кристалл, испускающий γ -кванты, движется со скоростью v , а поглощающий кристалл покоится. Вычислить наименьшую скорость v источника, которую можно зарегистрировать по изменению величины поглощения γ -квантов. Предположить, что можно уверенно зарегистрировать доплеровское смещение частоты γ -квантов движущегося источника, равное $1/6$ ширины линии.

390. В 1957 г. Р. Мёссбауэр пытался изучить резонансное поглощение γ -лучей Ir^{191} с энергией $\mathcal{E}_\gamma = 129$ кэВ. Показать, что в этом случае при комнатной температуре резонансное поглощение возможно, так как энергия отдачи $R < D$ (D — доплеровское уширение), а при температуре $T \sim 80$ К практически невозможно, так как $R > D$. Объяснить, почему вместо ожидаемого уменьшения эффекта резонансного поглощения γ -квантов при низких температурах наблюдалось увеличение этого эффекта. В чем причина этого явления, получившего название эффекта Мёссбауэра? Почему для наблюдения эффекта Мёссбауэра нужно было охлаждать излучатель и поглотитель?

391. Ф. Л. Шапиро показал, что эффект Мёссбауэра можно объяснить на основе классической электродинамики. Как известно, в электродинамике ядро можно рассматривать как излучающий осциллятор с собственной частотой ω_0 . В кристалле атомное ядро совершает колебания около положения равновесия с частотой Ω . Таким образом, точка, из которой излучает ядро, все время смещается. Если ядро колеблется вдоль оси x , то его координату можно записать следующим образом: $x = x_0 \sin \Omega t$. Если наблюдать излучение ядра в некоторой фиксированной точке вдоль оси x , то в поле излучения получится фазовый сдвиг, связанный со смещением точки излучения. Электрическое поле волны в этой точке равняется

$$E = E_0 \exp \left\{ i\omega_0 \left[t - \frac{x_0 \sin \Omega t}{c} \right] \right\}.$$

Если $x_0\omega_0/c \ll 1$, то

$$\begin{aligned} \exp\left[i \frac{x_0\omega_0}{c} \sin \Omega t\right] &= \\ &= 1 - \frac{1}{4} \left(\frac{x_0\omega_0}{c}\right)^2 + i \left(\frac{x_0\omega_0}{c}\right) \sin \Omega t + \left(\frac{x_0\omega_0}{c}\right)^2 \cos(2\Omega t) + \dots \end{aligned}$$

Воспользовавшись приведенным выражением, найти вероятность f излучения спектральной линии с несмещенной частотой.

392. Источник γ -лучей Fe^{57} ($\frac{\Gamma}{\mathcal{E}_\gamma} = \frac{1}{3} \cdot 10^{-12}$, $\mathcal{E}_\gamma = 14,4$ кэВ) помещен в центр вращающегося диска, а поглотитель из того же материала — на радиусе $R=1$ м. С какой частотой Ω нужно вращать диск, чтобы смещение $\Delta\omega$ частоты поглотителя относительно излучателя равнялось $1/10$ линии Мёссбауэра?

393. Если нет отдачи, то при испускании γ -кванта в эффекте Мёссбауэра кинетическая энергия излучающего ядра увеличивается, а поглощающего уменьшается из-за изменения массы ядра на величину \mathcal{E}_γ/c^2 , где \mathcal{E}_γ — энергия γ -кванта. (Уменьшение или увеличение кинетической энергии поглощающего или излучающего ядра происходит за счет уменьшения энергии γ -кванта.) Вычислить это изменение энергии γ -кванта и объяснить, в каком случае этот эффект можно наблюдать с помощью обычной техники наблюдения эффекта Мёссбауэра.

394. Для того чтобы интенсивность линии Мёссбауэра была достаточна для практического использования, потеря энергии на отдачу свободного ядра R (см. задачи 380 и 381) не должна превышать kT_D , где T_D — дебаевская температура кристалла. Определить, при каких энергиях γ -квантов и при каких массовых числах A практически можно наблюдать эффект Мёссбауэра, если принять, что T_D для разных кристаллов изменяется от 160 до 480 К.

395. Используя эффект Мёссбауэра, можно измерить гравитационное смещение частоты. Для этой цели были использованы γ -лучи, испускаемые возбужденным ядром Fe^{57} (энергия γ -лучей $\mathcal{E}_{12}=14,4$ кэВ, ширина линии $\Gamma=3 \cdot 10^{-13}$ эВ, $\mathcal{E}_{12}=4 \cdot 10^{-9}$ эВ). При какой разности высот между приемником (поглотителем) и источником γ -лучей сместится на 1% от ширины линии (при этом еще можно заметить изменение поглощения γ -лучей)?

396. В условиях предыдущей задачи поглощение γ -лучей зависит не только от разности высот, но и от разности температур δT приемника и источника (см. задачу 393). Какому изменению разности высот с точки зрения ее влияния на изменение поглощения γ -лучей соответствует в опытах с Fe^{57} разность температур $\Delta T = 1^\circ\text{C}$?

397. Одним из методов установления независимости хода «часов» от их ускорения является исследование температурной зависимости положения линии поглощения в эффекте Мёссбауэра (см. задачу 396). Дело в том, что излучающие γ -лучи ядра в твердом теле движутся с огромным ускорением, достигающим значения $a \approx \Omega^2 x \times 10^{17} \text{ см/с}^2$ (здесь Ω — циклическая частота колебаний ядра в кристалле, а x — амплитуда колебаний; при оценке использованы вполне реальные в ряде случаев значения $\Omega \sim 10^{13} \text{ с}^{-1}$ и $x \sim 10^{-9} \text{ см}$). Поскольку расчет, использующий формулы, полученные в предположении о независимости хода «часов» от ускорения, согласуется с опытом, как раз и делается вывод о справедливости упомянутого предположения в применении к «часам» — излучающему ядру. Как объяснить этот результат, используя энергетические соображения, в применении к колеблющемуся ядру?

398. Оценить по порядку величины время жизни возбужденного уровня ядра при дипольном, квадрупольном и мультипольном излучении γ -кванта с энергией $\sim 1 \text{ МэВ}$. (Классическое выражение для энергии дипольного излучения осциллятора в единицу времени: $I = \frac{2}{3c^3} \ddot{d}^2$.) Оценить времена жизни возбужденного ядра с радиусом $R = 4 \cdot 10^{-13} \text{ см}$ и энергией испускаемого γ -кванта $\mathcal{E}_\gamma = 1 \text{ МэВ}$ (для дипольных и мультипольных переходов).

399. В таблице на стр. 70 приведены значения полной энергии связи зеркальных ядер.

Предполагая, что протоны внутри ядра расположены равномерно, а ядерные силы между протонами и нейтронами не зависят от электрического заряда, вычислить радиусы атомных ядер. Предполагая, далее, что радиус ядра $R = r_0 A^{1/3}$, найти по методу наименьших квадратов постоянную r_0 .

400. Определить качественно (т. е. найти число и положение максимумов или минимумов на соответствующей кривой) зависимость сечения рассеяния протона на нейтроне при больших энергиях от угла рассеяния θ

Ядра	Энергия связи, МэВ	Ядра	Энергия связи, МэВ
${}^1_1\text{H}^3$ ${}^2_2\text{He}^3$	8,48212 7,71828	${}^9_9\text{F}^{19}$ ${}^{10}_{10}\text{Ne}^{19}$	147,8029 143,7823
${}^2_2\text{He}^5$ ${}^3_3\text{Li}^5$	27,410 26,330	${}^{10}_{10}\text{Ne}^{21}$ ${}^{11}_{11}\text{Na}^{21}$	167,4073 163,078
${}^3_3\text{Li}^7$ ${}^4_4\text{Be}^7$	39,2455 37,6012	${}^{11}_{11}\text{Na}^{23}$ ${}^{12}_{12}\text{Mg}^{23}$	186,566 181,7273
${}^5_5\text{Be}^{11}$ ${}^6_6\text{C}^{11}$	76,2067 73,4418	${}^{12}_{12}\text{Mg}^{25}$ ${}^{13}_{13}\text{Al}^{25}$	205,5883 200,527
${}^6_6\text{C}^{13}$ ${}^8_8\text{N}^{13}$	97,1099 94,1069	${}^{13}_{13}\text{Al}^{27}$ ${}^{14}_{14}\text{Si}^{27}$	224,9534 219,3612
${}^7_7\text{N}^{15}$ ${}^8_8\text{O}^{15}$	115,4839 111,9522	${}^{14}_{14}\text{Si}^{29}$ ${}^{15}_{15}\text{P}^{29}$	245,0121 239,286
${}^8_8\text{O}^{17}$ ${}^9_9\text{F}^{17}$	131,7635 128,221		

в системе центра масс при трех предположениях о характере сил, действующих между протоном и нейтроном:

- а) 100% сил имеют обменный характер;
- б) 100% сил имеют обычный классический характер (силы Вигнера);
- в) 50% сил имеют обменный характер и 50% — обычный классический характер.

Посмотрите в учебнике (например, в книге Ю. М. Широкова и Н. П. Юдина «Ядерная физика», «Наука», 1980, стр. 185) экспериментальные данные о дифференциальных сечениях рассеяния нейтронов на протонах при энергии налетающего нейтрона 315 МэВ и сделайте вывод о характере ядерных сил в этом случае.

401. Поверхностная энергия атомного ядра равняется примерно $-17 A^{2/3}$ МэВ. Радиус атомного ядра $R = 1,25 A^{1/3}$ ферми. Найти поверхностное натяжение σ атомного ядра. Сравнить найденное значение с поверхностным натяжением ртути ($\sigma_{\text{Hg}} = 470$ эрг/см²).

402. Определить среднюю плотность ядерного вещества, полагая, что радиус ядра равен $R = 1,25 A^{1/3}$ ферми,

упаковочный фактор $f = \mathcal{E}/A = 8,5$ МэВ, где \mathcal{E} — энергия связи ядра. Средняя масса нуклона $\bar{m} = 938,9$ МэВ.

403. Определить энергию \mathcal{E}_k кулоновского расталкивания протонов в ядре в предположении, что протоны распределены по ядру равномерно. Установить зависимость \mathcal{E}_k от массового числа A и заряда ядра Z . Радиус ядра $R = 1,25 A^{1/3}$ ферми.

404. Кулоновские силы способствуют делению атомного ядра, а силы поверхностного натяжения препятствуют. Определить отношение кулоновской \mathcal{E}_k и поверхностной \mathcal{E}_p энергий атомного ядра, при котором деление на два равных осколка энергетически выгодно. Выразить то же условие через параметр деления Z^2/A , пользуясь формулой Вейцекера для энергий \mathcal{E}_k и \mathcal{E}_p .

405. Энергия связи атомных ядер при заданном числе A нуклонов в ядре уменьшается с увеличением числа протонов из-за возрастания кулоновской энергии $|\mathcal{E}_k| = = 0,7 \frac{Z^2}{A^{1/3}}$ МэВ. С другой стороны, в соответствии с принципом Паули на каждом уровне не может быть более двух нейтронов и двух протонов. Поэтому при отклонении числа нейтронов от числа протонов энергия связи уменьшается на величину $\mathcal{E} = \frac{45(N-Z)^2}{2A}$ МэВ. Определить при заданном A оптимальное значение Z , при котором энергия ядра минимальна. Определить Z/A при $A = 10; 50; 100; 150$ и 200 . Найти ближайшие изотопы по таблице из книги Широкова Ю. М. и Юдина Н. П. «Ядерная физика», «Наука», 1980, стр. 721.

406. Ядра неустойчивы относительно деления, если $\mathcal{E}_k/2\mathcal{E}_p \geq 1$. Дать качественное обоснование этого неравенства и определить значения параметра деления Z^2/A , при которых могут существовать ядра.

407. Почему при делении атомного ядра все осколки деления β^- -радиоактивны, а не β^+ -радиоактивны?

408. Почему от Солнца идет поток нейтрино, а все реакторы деления атомных ядер являются источниками антинейтрино?

409. Найти максимально возможные значения Z и A атомного ядра, при которых оно еще устойчиво по отношению к делению, предполагая, что ядро лежит на кривой устойчивых ядер. (См. ответы к задачам 405 и 406.)

410. Для замедления нейтронов используется вещество с массовым числом A . Какова будет максимальная и

средняя потеря энергии нейтрона при одном упругом соударении?

411. Параметром соударения ξ нейтрона с ядром замедлителя называют величину $\left(\ln \frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_2}\right)_{\text{ср}}$, где \mathcal{E}_1 — энергия нейтрона до соударения, а \mathcal{E}_2 — после соударения. Найти параметр ξ .

412. За какое среднее число соударений нейтрон уменьшит свою кинетическую энергию от 2 МэВ до 0,025 эВ? В качестве замедлителя используются углерод, водород, бериллий.

413. Величину $d = \frac{\xi}{\lambda_s}$ называют замедляющей способностью вещества. Здесь λ_s — длина свободного пробега нейтрона до момента упругого соударения, а ξ — параметр соударений, определенный в задаче 411. Замедляющая способность химического соединения определяется как $\sum \frac{\xi_i}{\lambda_{si}}$, где суммирование ведется по всем элементам химического соединения. Найти замедляющую способность углерода и длину траектории для нейтронов с энергией 1 эВ, если сечение упругого рассеяния $\sigma = 4,8 \cdot 10^{-24}$ см², а плотность углерода 1,67 г/см³ (с учетом пористости). Поперечное сечение рассеяния нейтронов в углероде σ в интервале энергий от 10⁶ до 0,025 эВ можно считать постоянным. Найти замедляющую способность воды и длину траектории при замедлении нейтрона от энергии 10⁴ эВ до 1 эВ при постоянном значении поперечного сечения упругого рассеяния в воде $\sigma = 43 \cdot 10^{-24}$ см². Параметр соударений для воды $\xi = 0,924$.

414. Качество замедлителя в реакторе определяется не только его замедляющей способностью, но также свойством его мало поглощать нейтроны. Для сравнения качества замедлителей вводят коэффициент замедления нейтронов k_3 :

$$k_3 = \xi \lambda_a / \lambda_s,$$

где ξ — параметр соударений (см. задачу 411), λ_s — длина свободного пробега нейтрона до упругого соударения, λ_a — длина свободного пробега до поглощения нейтрона с тепловой энергией (т. е. с энергией 0,025 эВ).

Вычислить коэффициент k_3 для воды, тяжелой воды, бериллия и графита, а также ξ для бериллия и графита, используя данные следующей таблицы:

Замедлитель	Параметр соударений ξ	Сечение упругого рассеяния $\sigma_s, 10^{-24} \text{ см}^2$	Сечение поглощения $\sigma_a, 10^{-24} \text{ см}^2$
Вода	0,924	49	0,58
Тяжелая вода	0,518	11	0,000285
Бериллий	?	6,1	0,0081
Графит	?	4,8	0,0045

415. Считая рассеяние нейтронов изотропным в лабораторной системе координат (что приблизительно правильно, если A замедлителя больше 10), оценить среднеквадратичное смещение нейтрона в углероде при замедлении от энергии 10^5 до $0,025$ эВ.

416. При делении ядер выделяются мгновенные нейтроны за время $\sim 10^{-14}$ с и небольшое число запаздывающих нейтронов со временем запаздывания от 0,2 до 55,7 с. Почему нельзя считать, что некоторые осколки деления обладают свойством нейтронной радиоактивности?

417. Определить среднее время запаздывания нейтронов, используя данные о времени полураспада осколков деления, в результате которого появляются ядра — источники запаздывающих нейтронов. Величина β_i , приведенная в таблице, есть доля нейтронов данной группы от полного числа нейтронов деления, включая мгновенные нейтроны.

Период полураспада T_i осколка, с	0,2	0,6	2,3	6,2	22,7	55,7
$10^5 \beta_i$	27	74	253	125	140	21

418. При захвате нейтронов атомными ядрами делящихся элементов конкурируют два процесса:

- радиационный захват с поперечным сечением σ_γ ;
- деление ядра с поперечным сечением σ_f .

В одном акте деления в среднем выделяется ν нейтронов. Вычислить коэффициент η , равный числу нейтронов на один акт деления, которые в дальнейшей цепной реакции произвели бы деление в чистом изотопе, если бы

он был бесконечным. Воспользоваться данными таблицы поперечных сечений для нейтрона с энергией 0,025 эВ:

Изотоп	$\sigma_f,$ 10^{-24} см ²	$\sigma_\gamma,$ 10^{-24} см ²	ν
U ²³³	527	54	2,52
U ²³⁵	582	112	2,41
Pu ²³⁹	746	280	2,92

419. Тепловые нейтроны могут делить только U²³⁵, а U²³⁸ их поглощает, но сам не делится. Найти коэффициент η , определение которого дано в предыдущей задаче, для естественного урана, в котором доля U²³⁵ равна $x=0,00714$. Поперечные сечения и ν для U²³⁵ приведены в предыдущей задаче. Известно также отношение

$\frac{\sigma_\gamma^8}{\sigma_\gamma^5 + \sigma_f^5} = 4,08 \cdot 10^{-3}$. Верхние индексы 5 и 8 указывают, к какому изотопу урана относятся поперечные сечения.

420. Размножение нейтронов в делящейся среде можно условно представить как смену поколений. Существовавшие в некоторое время нейтроны будут все рано или поздно поглощены ядрами. На смену «умершего» поколения нейтронов появится новое поколение нейтронов, которое опять через некоторое время «умрет», чтобы дать «жизнь» следующему поколению. Конечно, время жизни нейтронов неодинаково, но можно ввести среднее время жизни одного поколения, точно так же как это делается для поколений человечества. Отношение числа нейтронов второго поколения к числу нейтронов первого поколения в делящейся среде называется коэффициентом размножения k_∞ . Если $k_\infty < 1$, то говорят, что система находится в подкритическом состоянии. Число нейтронов в такой системе будет уменьшаться во времени. Пусть в подкритической бесконечной системе в некоторый момент времени появилось N_0 нейтронов. Определить общее число нейтронов, образующихся в системе, включая исходное число их N_0 .

421. Доказать, что в системе из чистого U²³⁸ нельзя достигнуть $k_\infty > 1$. Воспользоваться следующими данными. Порог деления U²³⁸ равен 1,1 МэВ. Для энергии больше 1,1 МэВ поперечное сечение поглощения не больше

10^{-24} см^2 : $\sigma_a = \sigma_f + \sigma_\gamma < 10^{-24} \text{ см}^2$, где σ_f — сечение деления, а σ_γ — сечение радиационного захвата. В то же время сечение неупругого рассеяния, при котором нейтрон теряет относительно большую часть своей энергии, $\sigma_c \sim 3 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2$.

422. Реактивностью реактора называют величину

$$\rho = \frac{k-1}{k},$$

где k — коэффициент размножения нейтронов; если $|k-1| \ll 1$, то $\rho \approx k-1$. Найти в этом приближении изменение мощности $P(t)$ реактора в надкритическом режиме, когда $k > 1$. Определить период T реактора, т. е. время возрастания мощности в P в e раз. Среднее время жизни одного поколения нейтронов равно $\bar{\tau}$.

423. При каких значениях реактивности реактора ρ , определенного в предыдущей задаче, запаздывающие нейтроны определяют зависимость мощности от времени? Доля запаздывающих нейтронов $\beta = 0,00640$.

424. Поток нейтронов из обычного реактора равен $10^{14} \text{ с}^{-1} \cdot \text{см}^{-2}$. Определить скорость реакции в мишени толщиной 1 см. Поперечное сечение реакции $\sigma = 10^{-27} \text{ см}^2$, плотность мишени $n = 10^{22} \text{ см}^{-3}$.

425. Обозначим через $N(t)$ число нейтронов в системе, а через $C(t)$ число осколков деления, способных испускать запаздывающие нейтроны. Время жизни поколения мгновенных нейтронов равняется $\tau = 10^{-8} \text{ с}$. Среднее время запаздывания нейтронов $\bar{\tau} = 13 \text{ с}$. Уравнения динамики реактора можно записать в виде

$$\frac{dN}{dt} = \frac{k(1-\beta)-1}{\tau} N + \frac{1}{\tau} C, \quad \frac{dC}{dt} = \frac{\beta k}{\tau} N - \frac{1}{\bar{\tau}} C,$$

где β — доля запаздывающих нейтронов, а k — коэффициент размножения нейтронов.

а) Рассмотреть критический режим реактора, когда $k=1$. Найти стационарное решение и время установления стационарного режима. б) Найти период реактора в слаборадкритическом режиме, когда $k-1 \ll 1$. (Периодом реактора T называют время, за которое число нейтронов и мощность реактора возрастают в e раз.)

426. При радиационном захвате нейтрона ядро U^{238} в результате ряда реакций превращается в ядро Pu^{239} . (Как и U^{235} , Pu^{239} делится тепловыми нейтронами.) Этим процессом «неядерное горючее» U^{238} превращается в «ядер-

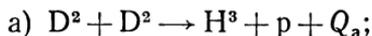
ное горючее» Pu^{239} . Коэффициентом воспроизводства «ядерного горючего» k_b называют отношение числа атомов созданного «горючего» к числу атомов затраченного. Пусть первоначально в ТВЭЛах (ТВЭЛ — тепловыделяющий элемент) содержалось 10% Pu^{239} и 90% U^{238} . При каком значении $P(k_b - 1)$, где P — тепловая мощность реактора, отнесенная к единице веса «горючего», доля плутония удвоится за 10 лет непрерывной работы реактора?

427. Во всем мире в 1978 г. было выработано тепловой энергии около 10^{10} т условного топлива (ТУТ). Условное топливо эквивалентно 7000 кал на 1 г. Какое количество естественного урана потребовалось бы для выработки 10^{10} т условного топлива тепловой энергии? Считать, что в реакторах $k_b = 0,8$. (Определение k_b см. в задаче 426.)

428. Основная реакция в водородной среде в центрах звезд $\text{H}^1 + \text{H}^1 \rightarrow \text{H}^2 + e^+ + \nu_e$ происходит по слабому взаимодействию с очень маленьким сечением. Например, при энергии протонов 1 МэВ $\sigma = 10^{-47}$ см², а при энергии 1 кэВ $\sigma = 10^{-51}$ см². Поэтому эту реакцию в лабораторных условиях осуществить до сих пор не удалось. Рассчитать, какой ток I протонов с энергией 1 МэВ должен падать на мишень, чтобы за 1 ч произошла одна такая реакция. Пробег протона $l = 8 \cdot 10^{-4}$ г/см².

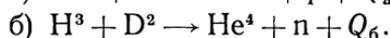
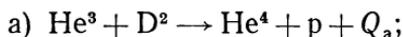
429. В центре Солнца плотность водорода $\rho = 158$ г/см³, температура $15 \cdot 10^6$ К. Поперечное сечение реакции образования дейтерия порядка 10^{-51} см² (см. предыдущую задачу). Рассчитать время выгорания водорода в центре Солнца на 50% за счет указанного процесса.

430. При создании управляемой термоядерной реакции предполагается, что дейтерий будет использован как ядерное горючее. Особенно большое значение имеют следующие первичные ядерные реакции, идущие примерно с равной вероятностью:



Вычислить энергии Q_a и Q_b этих реакций (см. табл. VII).

431. В термоядерном реакторе с дейтериевым горючим могут происходить вторичные термоядерные реакции:



Вычислить энергии Q_a и Q_b этих реакций (см. табл. VII).

432. Известно, что тяжелая вода (D_2O) содержится в морской воде в качестве небольшой примеси. Примерно на каждые 6000 молекул обычной воды приходится одна молекула тяжелой воды. Какая энергия выделится в термоядерном реакторе при сжигании всего дейтерия, содержащегося в 1 л воды? Какому количеству бензина эквивалентен по энергии 1 л воды, если при сжигании 1 кг бензина выделяется 13 кВт·ч энергии?

433. Вычислить количество термоядерных реакций, происходящих в 1 см³ в 1 с, если известно сечение реакции $\sigma(v)$, где v — относительная скорость реагирующих дейтронов, а N — число дейтронов в 1 см³?

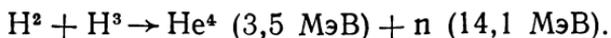
434. Какая мощность создается термоядерными реакциями в 1 см³, если $N=10^{15}$ см⁻³, $\overline{\sigma v}=10^{-17}$ см³/с (такое значение $\overline{\sigma v}$ принимает при температуре дейтерия $T \approx 40$ кэВ $\approx 4,6 \cdot 10^8$ К)?

П р и м е ч а н и е. Здесь использованы обозначения задачи 433. При вычислениях учитывать лишь энергию первичных реакций (см. задачу 430).

435. Для термоизоляции горячего ионизованного газа дейтерия (плазмы) от стенок термоядерного реактора предполагают использовать давление магнитного поля. Вычислить давление магнитного поля с $H=20\,000$ Э на плазму в предположении, что магнитного поля внутри плазмы нет.

436. Сколько тепла выделяется при образовании 1 г He из протонов и нейтронов? (См. задачу 379.)

437. В первом поколении термоядерных реакторов предполагается использовать реакцию дейтерия с тритием:



Величина $\overline{\sigma v}$, где σ — сечение реакции, а v — относительная скорость реагирующих частиц, усредненная по максвелловскому распределению скоростей, равна

$$\overline{\sigma v} = 5,5 \cdot 10^{-21} \text{ см}^3/\text{с} \quad \text{при} \quad T = 1 \text{ кэВ},$$

$$\overline{\sigma v} = 1,1 \cdot 10^{-16} \text{ см}^3/\text{с} \quad \text{при} \quad T = 10 \text{ кэВ}.$$

Предполагая, что плазма содержит равное количество атомов дейтерия и трития, рассчитать плотность тепловой мощности, а также полную мощность W термоядерной установки, если объем плазмы 500 м³, а плотность электронов $n=10^{24}$ см⁻³.

438. Согласно условию Лоусена термоядерная реакция в смеси дейтерия и трития будет самоподдерживающейся при $T=10$ кэВ, если

$$n\tau > 3 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с},$$

где n — плотность электронов, а τ — энергетическое время жизни плазмы, определяемое ее излучением, теплопроводностью и диффузией. (Энергетическим временем жизни плазмы называется отношение энергии плазмы к мощности потерь энергии из плазмы P .) Потери энергии компенсируются заряженными продуктами реакции, в данном случае ядрами гелия. Рассчитать при $n=10^{14} \text{ см}^{-3}$ и $n\tau=3 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}$ плотность мощности P тепловых потерь плазмы.

439. Проверить, что условие Лоусена для энергетически выгодной, но не самоподдерживающейся термоядерной реакции при $T=10$ кэВ и $n=10^{14} \text{ см}^{-3}$ имеет вид $n\tau > 2 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}$. (Обозначения такие же, как и в предыдущей задаче. Энергетически выгодной считается такая реакция, при которой потери энергии из плазмы в три раза меньше, чем полная выделяющаяся термоядерная энергия.)

440. При рассмотрении движения быстрых заряженных частиц в магнитных полях вводится параметр $R = \frac{pc}{Ze}$, называемый жесткостью. Здесь c — скорость света, p — импульс и Ze — заряд частицы. Если энергию частицы измерять в электронвольтах, то единицей жесткости будет вольт. Наличие у Земли магнитного поля приводит к тому, что на каждой широте в определенном направлении на Землю могут приходить частицы, жесткость которых не меньше пороговой $R_{\text{пор}}$. Какова минимальная кинетическая энергия $\mathcal{E}_{\text{кин}}$: 1) электронов, 2) протонов, 3) α -частиц, регистрируемых на широте с $R_{\text{пор}} = 1,1 \cdot 10^9$ В?

441. Ультрарелятивистский протон движется в магнитном поле. Может ли он излучать π^{\pm} - и π^0 -мезоны, электроны и позитроны?

442. Найти интенсивность γ -лучей (т. е. число фотонов $\cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{ср}^{-1}$), образующихся в Галактике в результате распада π^0 -мезонов и приходящих в пределы Солнечной системы от центра, антицентра и полюса Галактики. Сечение образования π -мезонов космическими лучами на протонах межзвездного газа $\sigma = 2 \cdot 10^{-26} \text{ см}^2$.

Интенсивность космических лучей в Галактике считать изотропной и равной $I_{кл}=0,2 \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{ср}^{-1}$. Число протонов в межзвездной среде $N(L)$ на луче зрения в направлении от Солнечной системы на центр, полюс и антицентр Галактики примерно равно $6 \cdot 10^{22}$, 10^{21} и 10^{22} см^{-2} соответственно.

443. Интенсивность космических лучей $I_{кл}$ в метагалактическом пространстве неизвестна. Ее можно надеяться определить, измеряя интенсивность I_γ для γ -лучей, испускаемых при распаде π -мезонов в Метагалактике (см. задачу 442). Выразить $I_{кл}$ через I_γ , считая концентрацию межзвездного газа равной $n=(400)^{-1} \text{ см}^{-3}$ и учитывая расширение Метагалактики.

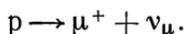
У к а з а н и е. Скорость удаления галактик и газа на расстоянии R от Земли равна $u=hR$, постоянная Хаббла h сейчас принимается равной $55 \text{ км}/(\text{с} \cdot \text{Мпк})$ (закон $u=hR$ годен до тех пор, пока $u \ll c=3 \cdot 10^{10} \text{ см}/\text{с}$, но им можно пользоваться и при $u < 0,5 \text{ с}$).

444. Установить связь между шириной $\Delta \mathcal{E}$ уровня собственной энергии частиц и временем их жизни τ для следующих $\Delta \mathcal{E}$: 100 МэВ , 1 МэВ и 10^4 эВ .

445. Объяснить, почему сечения взаимодействия медленных нейтронов с ядрами изменяются в среднем, как $1/v$, где v — скорость нейтронов.

446. Какое биологическое значение имеет то обстоятельство, что протон немного легче нейтрона? Что было бы, если бы было наоборот, т. е. протон был немного тяжелее нейтрона?

447. В современной теории протон считается абсолютно устойчивой частицей. Действительно, протон — самый легкий барион. Его распад означал бы, что закон сохранения барионного заряда нарушается, например, в такой реакции:



Тем не менее физики в течение ряда лет со все возрастающей точностью эксперимента ищут именно этот распад. Для этого они изучают появление μ^+ в глубоких пещерах, в которые не могут проникнуть мюоны от космических лучей. До сих пор реакция распада свободного протона не зарегистрирована. Исходя из точности эксперимента, можно показать, что время жизни протона более 10^{30} лет. Усилия экспериментаторов поддерживает надежда проверить новую, единую теорию всех типов сил с одной

константой взаимодействия (эту теорию иногда называют «великим объединением»). В этой теории протон может распадаться со временем жизни $\tau = 10^{31}$ лет. Предположив, что теория «великого объединения» верна, рассчитать, сколько протонов распадется за 1 мин в 1 км³ воды.

448. На каком расстоянии ядерные силы взаимодействия двух протонов равняются силам кулоновского отталкивания? Считать, что потенциал ядерных сил равен $(g/r)\exp(-r/R)$, где r — расстояние между протонами, R — радиус действия ядерных сил, равный ~ 1 ферми, а $g^2/(\hbar c) = 15$.

449. Какой минимальной кинетической энергией должна обладать α -частица, чтобы при бомбардировке такими частицами атомов лития эти атомы начали излучать полный спектр рентгеновского излучения лития?

450. Космические гамма-лучи, являющиеся продуктом распада π^0 -мезонов, образуются в некоторой области (оболочке сверхновой звезды, галактике), содержащей газ с массой M . Каков будет поток гамма-лучей с энергией $\mathcal{E}_\gamma > 100$ мэВ, наблюдаемый на Земле, если расстояние до источника равно R , интенсивность космических лучей в источнике $I_{\text{кл}}$ такая же, как у Земли, и для наблюдаемых у Земли космических лучей среднее по спектру произведение сечения образования гамма-лучей на интенсивность космических лучей ($\overline{\sigma}_{\text{кл}}$) для $\mathcal{E}_\gamma > 100$ мэВ равно 10^{-26} с⁻¹·ср⁻¹?

451. Очень компактные космические тела, обладающие сильными гравитационными полями (белые карлики, нейтронные звезды, «черные дыры»), могут продолжительное время излучать за счет падения на них окружающего газа (так называемая «аккреция»). Найти верхний предел светимости источника, обусловленной аккрецией.

452. Какова энергия протонов, попадающих на поверхность нейтронной звезды в результате аккреции (т. е. попадания газа на звезду под действием ее гравитационного притяжения)?

453. На звезду с массой M и радиусом R происходит падение (аккреция) вещества со скоростью $M(r)$, где r — расстояние до центра звезды. Считают, что светимость звезды L обусловлена в основном аккрецией (т. е. определяется переходом гравитационной энергии падающего вещества в излучение), а основным источником поглощения света в атмосфере является томсоновское рассеяние

свободными электронами с эффективным сечением $\sigma_0 = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2$. Определить максимально возможную

скорость аккреции \dot{M} . Оценить максимально возможную плотность аккреции вещества для белых карликов с

$$M \approx M_{\odot} = 2 \cdot 10^{33} \text{ г}, \quad R \approx 10^3 \text{ км}$$

и нейтронных звезд с $M \approx M_{\odot}$, $R \approx 10$ км.

454. Частица испытывает упругие соударения с хаотически движущимися облаками, которые можно считать бесконечно тяжелыми. Скорость каждого облака $\omega \ll v$ (v — скорость частицы). Сечение взаимодействия частицы с облаком σ . Плотность облаков в пространстве n . Оценить среднюю скорость увеличения энергии частицей (вариант механизма ускорения Ферми).

455. Механизм ускорения Ферми можно проиллюстрировать на следующей простой модели. Шарик упруго отражается от двух стенок, сближающихся со скоростью ω (рис. 15). Найти закон изменения импульса шарика со временем. Скорость стенок гораздо меньше скорости шарика.

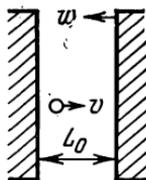


Рис. 15.

456. Почему при синтезе тяжелого ядра из легких не учитывают гравитационный дефект массы? Рассчитать относительный гравитационный дефект масс для Солнца и урана. Радиус Солнца равен $R_{\odot} = 7 \cdot 10^{10}$ см, а радиус ядра урана $\approx 8 \cdot 10^{-13}$ см. Масса Солнца $M_{\odot} = 2 \cdot 10^{33}$ г, а ядра урана $4 \cdot 10^{-22}$ г.

§ 8. Элементарные частицы ¹⁾

457. Показать, что в релятивистской системе единиц ($\hbar = c = 1$) размерность любой физической величины выражается некоторой степенью единицы длины.

458. Каковы характерные длины для массы электрона, массы протона, гравитационной постоянной в релятивистской системе единиц? (См. задачу 457.)

459. Определить в релятивистской системе единиц (см. задачу 457) размерность электрического заряда, скорости, силы, энергии, гравитационной постоянной.

¹⁾ Общие указания к решению задач см. в решениях.

460. Перечислить строгие законы сохранения при реакциях элементарных частиц, т. е. законы, которые справедливы для всех типов взаимодействий.

461. Перечислить все стабильные фундаментальные частицы и дать объяснение их стабильности.

462. Сравнить величины электростатических и гравитационных сил, действующих между двумя протонами.

463. Показать невозможность аннигиляции электрона и позитрона с испусканием одного γ -кванта

$$e^+ + e^- \rightarrow \gamma,$$

а также распада γ -кванта на легу

$$\gamma \rightarrow e^+ + e^-.$$

464. Показать, что комптоновская длина волны электрона определяет по порядку величины предел применимости нерелятивистской квантовой механики к электрону, в которой исключаются из рассмотрения рождение пар и другие релятивистские эффекты.

465. Установить связь комптоновской длины волны пиона с радиусом действия ядерных сил.

466. Ширина резонанса рождения частицы равняется 60 МэВ. Каково ее время жизни?

467. Оценить по порядку величины сечение комптоновского рассеяния γ -кванта на электроне.

468. В электрическом поле какой напряженности начнут интенсивно рождаться электронно-позитронные пары, т. е. начнется «пробой» вакуума?

469. Составить из гравитационной постоянной G , постоянной Планка \hbar и скорости света c величину с размерностью длины. Вычислить эту длину. Какие время и плотность отвечают этой длине (т. е. получаются только с использованием тех же постоянных)?

470. Найти массу частицы, гравитационный радиус которой равен длине, определенной в предыдущей задаче. Каково было бы поведение такой нейтральной частицы, если бы поместить ее на поверхность Земли?

471. Было высказано предположение, что гравитационная постоянная G на самом деле не постоянна, а медленно уменьшается со временем, так что $|dG/dt|/G \approx 3 \cdot 10^{-11} \text{ год}^{-1}$. Как сказало бы изменение G на круговых орбитах планет и их спутников (оценить соответствующий эффект)? Как сказало бы изменение G на колебаниях маятника, находящегося на Земле?

472. Слабые силы в атомном ядре ответственны за явление β -распада. Радиус действия этих сил неизвестен. Константой слабого взаимодействия g называют энергию этого взаимодействия, проинтегрированную по всему пространству:

$$g = 1,4 \cdot 10^{-49} \text{ эрг} \cdot \text{см}^3.$$

Пользуясь соображениями размерности, найти для слабого взаимодействия величину, играющую роль квадрата заряда, если радиус действия слабых сил равен R . При каких значениях R слабое взаимодействие было бы того же порядка, что и электромагнитное?

473. π^0 -мезон распадается на два γ -кванта. Найти функцию распределения f γ -квантов по энергиям, если энергия π^0 -мезона равна \mathcal{E}_π .

474. π -мезон ($m_\pi = 273,1 m_e$) распадается на μ -мюон ($m_\mu = 206,8 m_e$) и нейтрино. Найти энергию и импульсы мюона и нейтрино.

475. Частица с кинетической энергией W и массой m_1 соударяется с частицей массы m_2 , первоначально находящейся в покое. В результате соударений рождается одна или несколько частиц общей массы M без изменения масс реагирующих частиц. Найти порог рождения новых частиц. Порогом рождения частиц называется минимальная энергия налетающей частицы, при которой возможно, в соответствии с законами сохранения импульса и энергии, образование частиц массы M (m_1, m_2, M — это массы покоя).

476. Пользуясь результатом предыдущей задачи, определить порог рождения протона и антипротона:

- при соударении протона с покоящимся протоном;
- при соударении фотона с покоящимся протоном;
- при соударении электрона с покоящимся электроном.

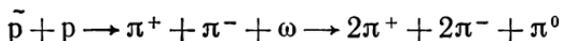
477. Чтобы полнее использовать энергию налетающих частиц для рождения новых частиц, создают системы, получившие название накопительных колец. В накопительных кольцах соударяются встречные релятивистские пучки (в лабораторной системе, совпадающей с системой центра масс). Кроме энергии налетающих частиц $\mathcal{E} \gg mc^2$ вводят понятие эффективной энергии накопительного кольца $W_{\text{эфф}} = \frac{2\mathcal{E}^2}{mc^2}$, где m — масса налетающей

частицы. Пользуясь результатом решения задачи 475, выяснить физический смысл величины $W_{эфф}$.

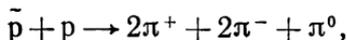
478. Какова наименьшая частота излучения γ , способного вызвать рождение пары позитрон — электрон? Какова энергия \mathcal{E} кванта этого излучения?

479. а) Какова максимальная кинетическая энергия $\mathcal{E}_{\text{макс}}$ позитрона пары, образованной γ -квантом с энергией $\mathcal{E} = 150$ МэВ? б) Какова максимальная энергия $\mathcal{E}_{\text{макс}}$ спектра тормозного излучения электрона с энергией $\mathcal{E} = 80$ МэВ?

480. В случае частиц с очень малым временем жизни, меньшим 10^{-20} с, невозможно зафиксировать след заряженных частиц или расстояние от места образования нейтральных частиц до места их распада. Фактически регистрируются только продукты распада. Как в этом случае экспериментально отличить процесс



от процесса



где p , \bar{p} — протон и антипротон, ω — новая короткоживущая частица?

481. При рождении и распаде частиц выполняется (помимо законов сохранения энергии, импульса и момента количества движения) ряд точных законов сохранения:

1. Закон сохранения заряда.
2. Закон сохранения барионного заряда (барионный заряд равен 1 для барионов, т. е., например, для нуклонов (p и n) и гиперонов (Λ , Σ , Ξ); -1 для антибарионов, т. е., например, для антинуклонов (\bar{p} и \bar{n}) и антигиперонов ($\bar{\Lambda}$, $\bar{\Sigma}$, $\bar{\Xi}$); 0 для всех остальных типов частиц).

3. Закон сохранения электронного лептонного заряда l_e и закон сохранения мюонного лептонного заряда l_μ . Для электрона (e^-) и электронного нейтрино (ν_e) принято, что $l_e = 1$, а для позитрона и электронного антинейтрино $l_e = -1$. Для всех остальных частиц $l_e = 0$. Аналогично, l_μ отлично от нуля только для четырех частиц: μ^- , ν_μ , μ^+ , $\bar{\nu}_\mu$ (мюонов и мюонных нейтрино), причем для первых двух частиц $l_\mu = 1$, а для последних двух $l_\mu = -1$.

Указать, какие из приведенных ниже реакций запрещены перечисленными законами сохранения:

- | | |
|--|--|
| 1. $p \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$. | 5. $\pi^- + p \rightarrow \Lambda^0 + K^0$. |
| 2. $p \rightarrow n + e^+$. | 6. $K^- + n \rightarrow \Lambda^0 + \pi^-$. |
| 3. $\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$. | 7. $\pi^+ + n \rightarrow \Lambda^0 + K^+$. |
| 4. $K^+ \rightarrow \pi^- + 2e^+$. | 8. $\pi^+ + n \rightarrow K^+ + K^0$. |

482. Рассмотреть приведенные ниже реакции и указать, какие из них запрещены:

- | | |
|--|--|
| 1. $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$. | 6. $\bar{\nu}_\mu + p \rightarrow n + e^+$. |
| 2. $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_e$. | 7. $\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + \mu^+$. |
| 3. $\mu^- \rightarrow e^- + \nu_e + \bar{\nu}_e$. | 8. $\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$. |
| 4. $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$. | 9. $\mu^- \rightarrow e^- + \gamma$. |
| 5. $\bar{\nu}_\mu + p \rightarrow n + \mu^+$. | |

483. Взаимодействие и распад частиц происходят в результате сильного, электромагнитного или слабого взаимодействий. Вероятность процессов при слабом взаимодействии примерно в 10^{10} — 10^{12} раз меньше, чем при сильном. Сильное взаимодействие может происходить только между адронами и при сохранении нового квантового числа S (странности). При слабом взаимодействии странность не сохраняется.

- $S = 0$ для нуклонов, антинуклонов, π -мезонов;
 $S = -1$ для Λ , Σ^+ , Σ^- , K^- , Σ^0 , \bar{K}^0 (K -мезонов, Σ -гиперонов, Λ -частицы);
 $S = -2$ для Ξ^- , Ξ^0 (каскадных гиперонов);
 $S = -3$ для Ω^- ;
 $S = +1$ для $\bar{\Lambda}$, $\bar{\Sigma}^+$, $\bar{\Sigma}^-$, $\bar{\Sigma}^0$, K^+ , K^0 ;
 $S = +2$ для $\bar{\Xi}^-$, $\bar{\Xi}^0$;
 $S = +3$ для $\bar{\Omega}^+$

(тильда сверху — знак античастицы). При изменении странности на 1 вероятность процесса уменьшается в 10^{10} — 10^{12} раз, а при изменении S на 2 реакция не наблюдается, если возможна реакция с изменением S только на 1. Реакции между частицами с нарушением странности, т. е. происходящие по слабому взаимодей-

ствию, практически ненаблюдаемы из-за малости вероятности процесса при существующей интенсивности частиц, генерируемых в ускорителях. Однако распад частиц с нарушением закона сохранения странности всегда наблюдается, так как вероятность распада за время наблюдения равняется 1.

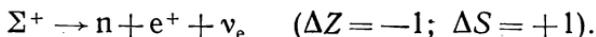
Выяснить, какие из перечисленных реакций разрешены по закону сохранения S , какие запрещены по этому закону и, следовательно, идут с малой вероятностью или практически не наблюдаются:

- | | |
|---|---|
| 1. $\pi^- + p \rightarrow \Lambda + K^0$. | 8. $\pi^+ + n \rightarrow \Lambda + K^+$. |
| 2. $\pi^- + p \rightarrow \Lambda + \pi^0$. | 9. $K^+ + p \rightarrow \Sigma^+ + \pi^+$. |
| 3. $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$. | 10. $p + \tilde{\Sigma}^+ \rightarrow K^+ + \pi^+$. |
| 4. $\Xi^- \rightarrow \Lambda + \pi^-$. | 11. $p + \tilde{\Sigma}^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^+$. |
| 5. $\Xi^- \rightarrow 2\pi^- + p$. | 12. $\pi^- + p \rightarrow \Xi^- + \tilde{\Xi}^+ + n$. |
| 6. $\pi^+ + \tilde{p} \rightarrow \tilde{\Sigma}^+ + K^-$. | 13. $\pi^- + p \rightarrow \Sigma^+ + K^-$. |
| 7. $\pi^+ + \tilde{p} \rightarrow \tilde{\Sigma}^+ + \pi^-$. | 14. $\pi^- + p \rightarrow \Xi^- + K^+ + K^0$. |

484. При распадах адронов (барионов и мезонов), приводящих к рождению лептонов, существует эмпирическое правило, управляющее вероятностью распада. Если изменение странности адрона при реакции ΔS не равняется изменению заряда адронов ΔZ , то такой распад не наблюдается. Например, наблюдается реакция



но не наблюдается реакция



Определите, какие реакции из перечисленных ниже разрешены по правилу $\Delta Z = \Delta S$, а какие запрещены:

- | | |
|--|---|
| 1. $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + e^- + \tilde{\nu}_e$. | 6. $\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+ + e^- + \tilde{\nu}_e$. |
| 2. $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^- + e^+ + \nu_e$. | 7. $\Xi^0 \rightarrow \Sigma^- + e^+ + \nu_e$. |
| 3. $\Xi^- \rightarrow \Lambda + e^- + \tilde{\nu}_e$. | 8. $K^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \pi^0$. |
| 4. $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda + e^- + e^+$. | 9. $K^+ \rightarrow \pi^+ + \mu^+ + \mu^-$. |
| 5. $\Lambda \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}_e$. | 10. $K^- \rightarrow \pi^- + \pi^- + e^+ + \nu_e$. |

485. Частицы иногда образуют группу с близкими значениями масс (отличие масс в группе порядка 1%). Группу частиц с близкими массами называют изотопическим мультиплетом (дублетом, триплетом, квартетом). Одиночные частицы называют синглетами. Каждой группе N частиц приписывается значение изотопического спина $T=(N-1)/2$. Удвоенный средний электрический заряд мультиплета $2Z_{\text{ср}}=\mathcal{G}$ называют гиперзарядом мультиплета, т. е. считается, что все частицы мультиплета имеют одинаковый гиперзаряд. Поскольку изотопический спин T — квантовый вектор, он имеет $2T+1$ проекций на любую ось (точно так же, как вектор момента количества движения или спина). Число проекций изотопического спина совпадает с числом частиц в мультиплете N . Проекцию изотопического спина на какую-либо координатную ось декартовой системы, например T_3 , связывают с электрическим зарядом: $T_3=Z-Z_{\text{ср}}=Z-\mathcal{G}/2$. Оказалось, что странность S (см. задачу 483) связана с гиперзарядом \mathcal{G} и барионным зарядом A простым соотношением: $S=\mathcal{G}-A$. Пользуясь приведенными равенствами, определить S , T , T_3 и \mathcal{G} для Λ , Σ^- , Ξ^- , Ω^- , π^- , K^- , η -частиц.

486. По таблице элементарных частиц из Приложения определить относительную разность масс изотопических мультиплетов $\Delta m/m$ в единицах константы тонкой структуры $\alpha=e^2/(\hbar c)$.

487. Перечислить известные вам приближенные законы сохранения. Указать условия, при которых эти законы соблюдаются. (Приближенные законы сохранения справедливы не для всех типов взаимодействий.)

488. Строгие законы сохранения (см. задачу 481) ограничивают число типов реакций. Нестрогие законы сохранения ограничивают типы взаимодействий. Какие из приведенных ниже реакций разрешены законами сохранения, какие строго запрещены, какие практически ненаблюдаемы? (См. задачу 483.)

$$1. p \rightarrow n + e^+ + \nu_e. \quad 4. \mu^- \rightarrow e^- + e^+ + e^-.$$

$$2. \mu^- \rightarrow e^- + \tilde{\nu}_e + \gamma. \quad 5. K^+ + p \rightarrow \Sigma^+ + \pi^0.$$

$$3. \pi^0 \rightarrow e^- + e^+ + \gamma. \quad 6. n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}_e.$$

489. Указать, какие из перечисленных ниже реакций невозможны или практически ненаблюдаемы из-за нарушения законов сохранения:

1. $\Sigma^+ \rightarrow \pi^+ + n$.
2. $\Sigma^- + p \rightarrow \pi^0 + \bar{K}^0$.
3. $\pi^- + p \rightarrow \Lambda + \bar{K}^0$.
4. $\pi^- + p \rightarrow \Sigma^+ + K^-$.
5. $\pi^- + p \rightarrow \Sigma^- + K^+$.
6. $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda + \gamma$.
7. $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda + e^- + \bar{\nu}_e$.
8. $\Sigma^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0$.

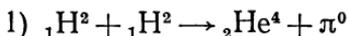
По какому взаимодействию происходит распад частиц 1, 6, 7?

490. Рассмотреть приводимые ниже реакции и определить тип взаимодействия.

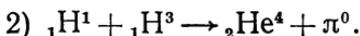
1. $K^- + p \rightarrow \Lambda + \pi^0$.
2. $\pi^+ + p \rightarrow \Sigma^+ + K^+$.
3. $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda + \gamma$.
4. $\Xi^0 \rightarrow \Lambda + \pi^0$.
5. $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$.
6. $\Omega^- \rightarrow \Xi^- + \pi^0$.

491. Чем отличаются друг от друга K^0 -мезон и \bar{K}^0 -мезон?

492. При ядерных реакциях, как правило, ядерные и кулоновские силы действуют одновременно, но, поскольку ядерные силы примерно в 100 раз более сильные, чем кулоновские, действием последних обычно можно пренебречь. Ядерные силы, действующие между ядрами дейтерия (${}_1\text{H}^2$), или водорода (${}_1\text{H}^1$) и трития (${}_1\text{H}^3$), одинаковы. Объяснить, почему реакция



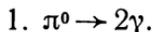
происходит с вероятностью, примерно в 100 раз меньшей, чем реакция



493. Определить типы взаимодействий при следующих реакциях:

1. $K^- + {}_2\text{He}^4 \rightarrow {}_2\text{He}^3 + \Lambda + \pi^-$.
2. ${}_1\text{H}^2 + {}_1\text{H}^2 \rightarrow {}_2\text{He}^4 + \pi^0$.
3. $p + {}_2\text{He}^4 \rightarrow {}_2\text{He}^3 + {}_1\text{H}^2$.
4. ${}_2\text{He}^3 + {}_1\text{H}^3 \rightarrow {}_2\text{He}^4 + {}_1\text{H}^2$.
5. ${}_2\text{He}^4 + {}_2\text{He}^4 \rightarrow {}_3\text{Li}^6 + {}_1\text{H}^2 + \pi^0$.
6. $\Omega^- \rightarrow K^- + \Lambda$.
7. $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$.
8. $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$.

494. Обычно π^0 -мезон распадается на два γ -кванта:



Однако существуют и другие каналы распада:

2. $\pi^0 \rightarrow e^- + e^+ + \gamma$.
3. $\pi^0 \rightarrow e^- + e^+ + e^- + e^+$.

Оценить по порядку величины относительные вероятности распада π^0 -мезона по второму и третьему каналу. Сравнить оценки с экспериментальными данными.

495. Почему не разрешен распад π^0 -мезона на три γ -кванта:

$$\pi^0 \rightarrow 2\gamma, \quad \pi^0 \not\rightarrow 3\gamma?$$

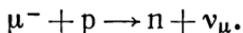
496. Какова зарядовая четность позитрона в триплетном и синглетном состояниях? На какое число γ -квантов распадается позитрон?

497. Вычислить по порядку величины время двух- и трехфотонной аннигиляции позитрония. Сравнить с экспериментом, который дает для двухфотонной аннигиляции время $\tau_2 = 1,25 \cdot 10^{-10}$ с, для трехфотонной $\tau_3 = (1,45 \pm 0,15) \cdot 10^{-7}$ с. При оценках считать, что электрон и позитрон аннигилируют, когда они сближаются на расстояние порядка комптоновской длины электрона. Для оценки вероятности испускания фотона использовать ответ к задаче 467.

498. μ^- -мюон захвачен атомом Al^{27} . Определить радиус орбиты μ^- -мюона и время его пребывания внутри атомного ядра.

499. Из эксперимента известно, что время жизни отрицательных мюонов, захваченных атомом ${}_{13}Al^{27}$, равняется $0,88 \cdot 10^{-6}$ с. Воспользовавшись результатом решения задачи 498, найти длину свободного пробега мюона в ядре.

500. Пользуясь результатами решения задачи 499, оценить сечение реакции

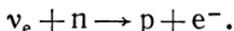


501. Электронное нейтрино ν_e имеет лептонный заряд $l_e = 1$, а электронное антинейтрино — заряд $l_e = -1$. Как проявляется это отличие при взаимодействии с веществом? Как экспериментально отличить нейтрино от антинейтрино?

502. Какими экспериментами можно отличить электронное нейтрино ν_e от мюонного нейтрино ν_μ ? Какое из этих двух нейтрино более эффективно поглощается в веществе?

503. Сечение взаимодействия нейтрино ν_e с веществом можно оценить, сделав предположение, что оно пропорционально квадрату константы слабого взаимодействия $\mathcal{G} = 1,4 \cdot 10^{-49}$ эрг·см³ и квадрату импульса нейтрино.

Первое предположение следует из того факта, что в диаграмме Фейнмана процесса поглощения нейтрино имеет два узла (нарисуйте эту диаграмму). Второе предположение объясняется тем фактом, что почти вся энергия нейтрино перейдет в кинетическую энергию конечного состояния в реакции



Известно, что вероятность процесса (см. задачу 369) пропорциональна статистическому фактору, который в свою очередь пропорционален p^2 . Исходя из соображений размерности, используя константу слабого взаимодействия \mathcal{G} , импульс нейтрино p и мировые константы, оценить сечение взаимодействия нейтрино с веществом при энергиях 10 МэВ, 100 МэВ и 1 ГэВ.

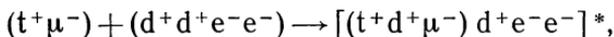
504. Какова вероятность, что нейтрино ν_e с энергией 100 МэВ будет поглощено в веществе Земли при движении сквозь Землю через ее центр? При оценках вероятности примите, что сечение поглощения нейтрино $\sigma \sim 10^{-39}$ см² (см. задачу 503). Радиус Земли $R = 6,4 \cdot 10^3$ км, масса $6 \cdot 10^{27}$ г. Можно принять, что в Земле 50% нейтронов и 50% протонов.

505. Какова вероятность, что нейтрино с энергией 1 МэВ, образованное в центре Солнца, будет поглощено, прежде чем выйдет на поверхность? Для оценки сечения поглощения нейтрино воспользуйтесь результатом решения задачи 503. Радиус Солнца $0,7 \cdot 10^{11}$ см, масса $2 \cdot 10^{33}$ г. Солнце в основном состоит из водорода, гелия примерно в 4 раза меньше, а остальных элементов не более 0,1%.

506. Мюон μ^- , попадая в смесь атомов водорода (p), дейтерия (d) и трития (t), образует мезоатомы (μp), (μd) и (μt) и мезомолекулы (μpp), (μpd), (μdt) и т.д. Радиус мезоатомов и мезомолекул примерно в $m_\mu/m_e \sim 200$ раз меньше радиуса обычных молекул (m_μ — масса мюона, m_e — масса электрона). Оценки показывают, что расстояние между ядрами мезомолекулы равняется $\sim 5 \cdot 10^{-11}$ см. При таких расстояниях очень быстро происходит реакция синтеза ядер дейтерия и трития, описанная в задачах 430 и 431. Поскольку ядерный синтез происходит при нормальной температуре, его называют «холодным синтезом» или μ -катализом. Ядерный синтез мезомолекулы (μdd) происходит за 10^{-11} с, а мезомолекулы (μdt) — за 10^{-12} с, т. е. практически мгновенно по сравнению со временем жизни μ^- -мезона. КПД обра-

зования медленного μ^- -мезона в ускорителях заряженных частиц равняется 2,5%. Сколько (μdt) -молекул должен образовать один мюон, чтобы выделившаяся энергия синтеза превышала энергию, затраченную на образование медленных μ^- -мезонов?

507. Эффективность μ -катализа ядерной реакции синтеза в основном определяется скоростью образования мезомолекулы (μdt) . Эта скорость известна только из теоретических расчетов, так как эксперименты до сих пор не проведены. По-видимому, проведению экспериментов мешает высокая радиоактивность трития, требующая особых мер обеспечения безопасности работы. До 1977 г. считалось, что время образования мезомолекулы (μdt) в жидкой смеси дейтерия и трития равняется $\tau = 10^{-4}$ с. Однако недавно теоретическими расчетами было обнаружено слабо связанное состояние мезомолекулы (μdt) с энергией диссоциации $0,7 \pm 0,1$ эВ вместо обычных энергий порядка нескольких сотен электронвольт. Преимущество слабо связанного состояния состоит в том, что выделившаяся энергия 0,7 эВ легко может быть резонансным образом передана молекуле, ядрами которой являются положительно заряженная $(\mu^- t^+ d^+)$ -молекула и ядро d^+ , в соответствии с реакцией



где символом $(d^+ d^+ e^- e^-)$ мы изобразили молекулу D_2 , а звездочка означает, что получившийся комплекс возбужден, но не разрушен, так как 0,7 эВ меньше энергии диссоциации молекулы D_2 . В результате резонанса время реакции образования молекулы τ уменьшится до $\sim 10^{-8}$ с. Достаточно ли такая скорость реакции для получения положительного энергетического выхода холодного ядерного синтеза? Если скорость недостаточна, то что можно предложить, чтобы сделать холодный синтез энергетически выгодным?

508. Понятие о гиперзаряде появилось в результате математического усреднения электрических зарядов изотопических мультиплетов (см. задачу 485). Затем оказалось, что гиперзаряд связан со странностью. Возникает вопрос о существовании какой-то симметрии между гиперзарядом и электрическим зарядом. Для того чтобы найти ответ на этот вопрос, была сделана попытка сгруппировать частицы в так называемые унитарные мультиплеты, в которых соотношение между зарядом и гипер-

зарядом было в определенном смысле обратным к ранее известному соотношению в изотопических мультиплеттах. В унитарном мультиплетте все частицы имеют одинаковый заряд (а в изотопическом — одинаковый гиперзаряд). Электрический заряд всех частиц унитарного мультиплетта равен удвоенному среднему гиперзаряду частиц (а в изотопическом мультиплетте гиперзаряд равен удвоенному среднему электрическому заряду). Попробуйте разбить октет частиц p , n , Λ^0 , Σ^- , Σ^0 , Σ^+ , Ξ^- , Ξ^0 на изотопические и унитарные мультиплетты. Нарисуйте унитарные мультиплетты на плоскости, где по оси абсцисс отложен заряд, а по оси ординат гиперзаряд.

509. Подсчитайте, на сколько процентов отличаются массы частиц в унитарных мультиплеттах, и сделайте предположение о порядке величины сил, связанных с гиперзарядом. Используйте табл. VIII.

510. По схеме Саката все частицы можно композиционно составить из трех частиц p , r , Λ и их античастиц \bar{p} , \bar{r} , $\bar{\Lambda}$. При комбинировании частиц следует добиваться, чтобы все квантовые числа комбинации частиц и моделируемой частицы совпали. Считается, что за счет дефекта масс всегда можно получить правильное значение массы моделируемой частицы. Попробуйте составить композицию барионов Σ^- , Σ^0 , Σ^+ , Ξ^0 , Ξ^- , Ω^- и мезонов π^+ , π^0 , π^- , K^- , K^+ , K^0 , \bar{K}^0 .

511. Недостаток схемы Саката состоит в том, что заряд и гиперзаряд входят несимметрично, так как протон и нейтрон — изотопический дублет, Λ — изотопический синглет. В то же время эти частицы являются частями унитарного синглета, дублета и триплетта (см. задачу 508).

Какими свойствами должны обладать три частицы, симметричные по отношению к заряду и гиперзаряду? Введите предположение, что частицы 1 и 2 образуют изотопический дублет с зарядами Z_1 и Z_2 ($Z_1 - Z_2 = 1$) и гиперзарядом \mathcal{Z}_1 , частицы 2 и 3 — унитарный дублет с одинаковыми зарядами Z_2 , а гиперзаряд частицы 3 равен \mathcal{Z}_3 . Допустите также, что частица 1 — унитарный, а частица 3 — изотопический синглет. Кроме того, частицы 1 и 2 должны быть обыкновенными, а 3 — странной.

512. Предполагая, что все частицы составлены из кварков и антикварков (u , d , s , \bar{u} , \bar{d} , \bar{s}), электрический заряд Z , барионный заряд A , гиперзаряд \mathcal{Z} и странность S которых определяются таблицей:

	z	A	\mathcal{G}	s
u	2/3	1/3	1/3	0
d	-1/3	1/3	1/3	0
s	-1/3	1/3	-2/3	-1

а все кварки имеют спин $1/2$, определить, из каких кварков состоит октет барионов p , n , Λ , Σ^\pm , Σ^0 , Ξ^0 , Ξ^- .

513. Построить из кварков декаплет барионов (Δ ; Σ^* ; Ξ^* ; Ω^-).

514. Построить из кварков и антикварков π - и K -мезоны.

515. Свободные кварки не были обнаружены. Однако существование кварков внутри протонов и нейтронов было подтверждено в 1979 г. в серии экспериментов, проведенных на самом большом современном ускорителе, дающем протоны с энергией 450 ГэВ (США).

Рассматривались следующие реакции:

- 1) $p + \pi^- \rightarrow \mu^- + \mu^+ + \text{всё остальное}$,
- 2) $p + \pi^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+ + \text{всё остальное}$,

и регистрировались события, в которых рождаются пары мюонов. Какие еще другие частицы рождались в этом эксперименте — неважно. Поскольку мюон — слабо взаимодействующая частица, она не может быть рождена кварком. Однако пара мюонов может возникнуть в результате аннигиляции кварка и антикварка:

$$u + \bar{u} \rightarrow \mu^- + \mu^+, \\ d + \bar{d} \rightarrow \mu^- + \mu^+.$$

Сделаем предположение, что пары мюонов образуются в результате аннигиляции кварков, входящих в состав протона (см. задачу 512), и антикварков, входящих в состав пионов (см. задачу 514). Если это предположение правильное, то какое должно быть соотношение между сечениями реакций 1 и 2?

516. В ноябре 1974 г. была открыта новая частица, получившая двойное название J/ψ . Масса частицы 3095 МэВ, а время жизни определяется шириной $\Delta\mathcal{E} = 69 \pm \pm 7$ кэВ. Такое большее время жизни (вместо обычного

для частиц такой массы 10 — 60 МэВ) указывало на то, что существует запрет по какому-то новому квантовому числу, которое назвали очарованием и обозначили буквой C . В соответствии с этим ввели четвертый, очарованный кварк с со следующими свойствами:

Спин	Электрический заряд	Странность	Очарование	Барийный заряд
$1/2$	$+2/3$	0	1	$1/3$

Оказалось, что J/ψ состоит из кварка c и антикварка \bar{c} . По аналогии с позитронием J/ψ назвали чармонием ($charm$ — очарование). Очарование чармония равно нулю. Указать, какие могут быть очарованные барионы со спином $3/2$ и очарованием 1, 2 и 3 и мезоны со спином $1/2$ и очарованием -1 и $+1$. Укажите их заряды и сгруппируйте по изотопическим мультиплетам, считая, что масса c -кварка значительно больше массы остальных кварков, масса s -кварка больше массы d - и u -кварков. Массы d - и u -кварков почти одинаковы.

517. Рассмотрите изотопические дублеты очарованных частиц, определите их странность, гиперзаряд и установите связь между странностью, гиперзарядом и очарованием.

518. В экспериментах, проведенных в 1977 и 1978 гг., была обнаружена новая ипсилон-частица (Υ) с массой 9,4 ГэВ. Удалось измерить электромагнитную ширину распада ипсилон-частицы — она оказалась равной $1,3 \pm \pm 0,4$ кэВ, что в четыре раза меньше, чем у J/ψ -частицы. Это дало основание предположить, что ипсилон-частица состоит из нового, пятого кварка и соответствующего антикварка, для которых принято обозначения b и \bar{b} и название «красота» ($beauty$) или «дно» ($bottom$). Поскольку элементарные частицы появляются парами, например: $(e^- \nu_e)$, $(\mu^- \nu_\mu)$, (ud) , (sc) , то ожидают, что существует шестой кварк, для которого заготовлен символ t и название «правда» ($truth$) или «вершина» (top). При таком обилии кварков ни один из них не был зарегистрирован в свободном состоянии. Существует точка зрения, что свободные кварки ненаблюдаемы, т. е. кварки внутри нуклонов находятся «в плену». Попробуйте объяснить

причину пленения кварка. Как должны зависеть силы от расстояния между кварками, чтобы осуществить пленение кварка? Можно ли по классическим законам физики объяснить пленение кварка?

519. Соударение электрона очень большой энергии с протоном (масса покоя M) обычно характеризуют двумя инвариантными величинами: энергией ν , переданной протону в той системе отсчета, в которой протон первоначально покоился, и величиной $q^2c^4 \equiv c^2p^2 - \nu^2$, где p^2 — квадрат импульса, переданного протону. Показать, что в пренебрежении массой электрона

$$c^4q^2 = 2\mathcal{E}\mathcal{E}'(1 - \cos \theta), \quad \nu = |\mathcal{E}' - \mathcal{E}|,$$

где \mathcal{E}' и \mathcal{E} — энергии электрона до и после соударения, а θ — угол рассеяния.

520. Рассмотреть неупругое соударение электрона большой энергии с протоном и показать, что

$$M^{*2} - M^2 = 2M\nu/c^2 - q^2,$$

где M^* — общая масса продуктов реакции, M — масса протона. Остальные обозначения те же, что в задаче 519. Вычислить массу покоя всех частиц после соударения электрона с энергией 15 ГэВ с покоящимся протоном, если электрон рассеялся на угол 10° , а его энергия после соударения равняется 10 ГэВ.

521. Показать, что при упругом соударении электрона большой энергии с протоном величины, определенные в задаче 519, связаны соотношением

$$2M\nu = q^2c^2,$$

где M — масса покоя протона.

522. Воспользовавшись результатами решения задачи 516, рассмотреть взаимодействие релятивистского электрона с протоном в системе центра масс, если импульс каждой частицы в этой системе равен p , а величины ν и q известны. Определить энергию $\Delta\mathcal{E}$, передаваемую протону в системе центра масс. В расчете пренебречь массой электрона и считать, что $p \gg Mc$, где M — масса протона.

523. Оценить по порядку величины время взаимодействия электрона с нуклоном в условиях задачи 522.

524. Рассчитать эффективную массу кварка, входящего в состав протона, при его взаимодействии с электроном, налетающим на протон, если импульс электрона в системе центра масс равен p . В основу расчета положить

следующую простую модель. Предположим, что кварк имеет массу покоя μ , поперечный импульс p_{\perp} и что он воспринимает при вылете продольный импульс протона xp , где $0 < x < 1$. По определению $M_{\text{эфф}}^2 = p \cdot \Delta \mathcal{E} / c^3$, где $\Delta \mathcal{E}$ — энергия, затраченная на образование свободного кварка. Считать, что

$$p^2 x^2 \gg \mu^2 c^2 + p_{\perp}^2 \quad \text{и} \quad p^2 (1-x)^2 \gg M^2 c^2 + p_{\perp}^2,$$

M — масса протона. Продольным импульсом называют составляющую импульса кварка в направлении движения центра масс протона. Поперечный импульс кварка перпендикулярен к направлению движения центра масс протона.

525. При изучении взаимодействия электрона очень большой энергии с протоном предполагают, что электрон взаимодействует с некоторой частью протона (которую назвали партоном от английского слова «part», означающего часть).

Партон, хотя и сильно связан с протоном, ведет себя, как свободная частица. Вполне возможно, что партонами являются кварки — составные части протона. Воспользовавшись результатами решения задач 522 и 523, определить, при каких условиях кварк можно считать свободным при взаимодействии с электроном высокой энергии, если известна его эффективная масса $M_{\text{эфф}}$.

526. Структура протона и нейтрона описывается кварковой моделью, согласно которой

$$p — (uud), \quad n — (udd).$$

Вероятность, что спины одинаковых кварков внутри нуклона параллельны, в два раза больше, чем вероятность, что они антипараллельны. Предполагая, что магнитный момент кварка пропорционален его заряду, найти отношение магнитного момента протона μ_p к магнитному моменту нейтрона μ_n и сравнить найденное значение с экспериментальными данными. Считать, что орбитальный момент кварков равен нулю.

527. Уже почти 20 лет некоторые физики пытаются рассчитать свойства гипотетической частицы (тахiona), движущейся со скоростью, большей скорости света в пустоте ($v > c$). Эта частица имеет необычное соотношение между энергией и скоростью:

$$\mathcal{E} = \frac{Mc^2}{\sqrt{v^2/c^2 - 1}},$$

и, следовательно, может двигаться со скоростью, только большей скорости c . Импульс частицы определяется обычным соотношением: $p = \frac{\mathcal{E}}{c^2} v$. При этом возникают две трудности: 1) знак энергии \mathcal{E} не инвариантен относительно преобразования Лоренца; 2) последовательность событий, совершающихся над тахионом, также не инвариантна относительно такого преобразования. Выяснить, при какой скорости системы отсчета u изменяются знаки энергии и интервала времени между двумя событиями, совершающимися над тахионом.

528. Как показано в предыдущей задаче, энергия тахиона становится отрицательной в системе координат K , движущейся со скоростью $u > c^2/v < c$, где $v > c$ — скорость тахиона. В этой системе координат изменен порядок событий. Например, сначала тахион поглощается, а затем рождается. Оба эти факта неприемлемы и, казалось, закрывают принципиальную возможность существования тахиона.

Чтобы спасти идею тахиона, обратим внимание, что два явления (изменения знака энергии и последовательности событий) происходят одновременно. Если частица с отрицательной энергией поглощается ядром, то энергия ядра уменьшается. Уменьшение энергии ядра происходит при испускании, а не поглощении частицы с обычной (положительной) энергией. Следовательно, поглощение частицы с отрицательной энергией эквивалентно испусканию частицы с положительной энергией. Испускание частицы с отрицательной энергией эквивалентно поглощению частицы с положительной энергией. Введем такое правило: как только в вычислениях появится отрицательная энергия, заменим ее на положительную, а явления испускания будем считать за явления поглощения, явления же поглощения — за явления испускания такой частицы. Таким образом, оказалось, что последовательность событий (рождение — поглощение) во всех системах координат останется той же. Изложенный выше метод получил название метода переключения.

Как, по вашему мнению, достаточен ли такой метод для сохранения последовательности событий? Можно ли придумать такой механизм, который однозначно мог бы позволить различать, в какой точке произошло рождение тахиона, а в какой — поглощение? Как доказать, что

именно в точке A тахион родился, а в B поглотился, а не наоборот?

529. Современные законы физики не противоречат предположению о существовании положительных и отрицательных магнитных зарядов $\pm g$. Пусть имеются заряженные частицы: с электрическим и магнитным зарядами e и g . Рассмотреть движение одной такой частицы (e_1, g_1) в поле другой (e_2, g_2) :

$$m \frac{dv}{dt} = e_1 \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v}\mathbf{H}] \right\} + g_1 \left\{ \mathbf{H} - \frac{1}{c} [\mathbf{v}\mathbf{E}] \right\},$$

где $\mathbf{E} = e_2 \mathbf{r}/r^3$, а $\mathbf{H} = g_2 \mathbf{r}/r^3$, и найти сохраняющийся вектор, аналогичный моменту количества движения.

30. Рассмотреть движение монополя g в поле электрического заряда e и установить связь между e и g из условия, что проекция момента количества движения на линию, соединяющую заряды, может принимать только целочисленные значения $\hbar/2$.

531. То, что мы видим в зеркале, не всегда похоже на то, что перед зеркалом. Чтобы убедиться в этом, попытайтесь прочесть в зеркале текст книги. Без тренировки это вам не удастся сделать. Таким образом, при зеркальном изображении явления изменяются, но не изменяются законы природы. Поэтому то, что мы видим в зеркале, не противоречит законам природы и, следовательно, может быть осуществлено в природе. Этот принцип носит название принципа зеркальной симметрии.

Определить, как изменяются при зеркальном изображении векторы импульса \mathbf{p} , момента количества движения \mathbf{M} , напряженности электрического и магнитного поля \mathbf{E} и \mathbf{B} , скалярный и векторный потенциалы. Во всех случаях векторы перпендикулярны к поверхности зеркала. Векторы, которые изменяются при зеркальном изображении, называются полярными, а которые не изменяются — аксиальными. Какие из перечисленных выше векторов аксиальные, а какие полярные?

532. Доказать, что преобразование инверсии $x \rightarrow -x$, $y \rightarrow -y$, $z \rightarrow -z$ эквивалентно:

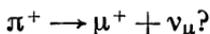
1) последовательному зеркальному изображению в трех зеркалах, перпендикулярных к осям координат; начало координат всегда лежит в плоскости зеркала;

2) изображению в зеркале, перпендикулярном какой-либо оси координат, и повороту вокруг той же оси на 180° .

533. Спиральностью частицы называется косинус угла между векторами спина и импульса частицы. Для частиц со спином $1/2$ спиральность может принимать только два значения: ± 1 , так как спин по любому направлению может иметь только две ориентации. Показать, что спиральность — релятивистски инвариантная величина только для частиц массы, равной нулю.

534. Известно, что спиральность нейтрино всегда отрицательна. Доказать, что этот факт противоречит принципу зеркальной симметрии (см. задачу 531).

535. Наблюдать спиральность нейтрино очень сложно. Как можно определить спиральность мюонного нейтрино по наблюдению распада пиона



536. Комбинированное зеркальное изображение состоит в последовательности двух операций: зеркального изображения (в зеркале, перпендикулярном вектору) и замены всех частиц на античастицы. Зеркало, обладающее таким свойством, мы назовем комбинированным зеркалом. Как при такой двойной операции будут изменяться векторы электрического E и магнитного B поля? Какой из этих векторов будет полярным, а какой — аксиальным? (См. задачу 531.)

537. Принцип комбинированной зеркальной симметрии гласит, что законы природы не изменяются при комбинированном зеркальном изображении. Это значит, что хотя изображение в комбинированном зеркале не похоже на предмет, но в природе можно осуществить то, что мы видим в комбинированном зеркале. Определить, противоречит ли принципу комбинированной зеркальной симметрии тот факт, что нейтрино всегда имеет спиральность отрицательную, а антинейтрино положительную.

538. Из факта зеркальной симметрии, которой обладают электромагнитные и сильные взаимодействия, должен следовать закон сохранения. Однако в классической физике закон сохранения, связанный с зеркальной симметрией, не возникает. Этот закон сохранения имеет квантовую природу. Функция называется четной (или обладающей положительной четностью), если при преобразовании инверсии (трех зеркальных изображений; см. задачу 532) она не изменяется, и нечетной (или обладающей отрицательной четностью), если при преобразо-

вании инверсии она меняет знак. Из свойств зеркальной симметрии следует закон сохранения во времени — свойство волновой функции быть четной или нечетной. Если имеются две частицы, то волновая функция системы является произведением волновых функций частиц на волновую функцию их относительного движения:

$$\psi = \psi_1(\mathbf{r}_1) \psi_2(\mathbf{r}_2) f(\mathbf{r}), \quad \mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1,$$

где ψ_1 — волновая функция частицы 1, ψ_2 — волновая функция частицы 2, а f — волновая функция их относительного движения. Как найти четность функции ψ , если известны четность функций ψ_1 , ψ_2 и f ?

539. Поскольку слабые взаимодействия не обладают зеркальной симметрией, закон сохранения четности при слабых взаимодействиях не соблюдается. Какой закон сохранения для слабых взаимодействий следует из существования комбинированной зеркальной симметрии для слабого взаимодействия?

540. Пионы π^\pm и π^0 обладают отрицательной четностью, π^0 — истинно нейтральная частица. Какой четностью обладают системы

- 1) $\pi^0 + \pi^0$, 2) $\pi^+ + \pi^-$, 3) $\pi^+ + \pi^- + \pi^0$,
- 4) $\pi^0 + \pi^0 + \pi^0$?

Какой комбинированной четностью обладают эти системы?

У к а з а н и е. Так как пионы имеют спин, равный нулю, то они подчиняются статистике Бозе. Это, в частности, требует, чтобы волновая функция многих пионов не изменялась при перестановке координат частиц и изменении знака электрического заряда.

541. Может ли частица K^0 переходить в античастицу \bar{K}^0 ?

542. Четность мезонов K^0 и \bar{K}^0 отрицательная. Какова комбинированная четность этих частиц?

543. В задаче 542 показано, что мезоны K^0 и \bar{K}^0 не обладают определенной комбинированной четностью. Можно ли из волновых функций частиц K^0 и \bar{K}^0 составить две волновые функции, одна из которых, K_1 , обладала бы положительной комбинированной четностью, а другая, K_2 , обладала бы отрицательной комбинированной четностью? Часто символы частиц, например K^0 и \bar{K}^0 , ис-

пользуют для обозначения их волновых функций. Воспользуйтесь такой системой обозначений.

544. При распаде K^0 -мезонов наблюдается необычное для других частиц явление. Половина K^0 -мезонов распадается за короткое время τ_S на два пиона ($\pi^+ + \pi^-$ или $\pi^0 + \pi^0$), а вторая половина мезонов распадается за время, в 651 раз большее τ_L и равное $5,77 \cdot 10^{-8}$ с. Распад в этом случае происходит на три пиона ($\pi^+ + \pi^- + \pi^0$ или $\pi^0 + \pi^0 + \pi^0$). Сначала предполагали, что существует два сорта K^0 -мезонов, но это предположение противоречит законам их образования. Затем учли, что K^0 -мезон не обладает определенной комбинированной четностью, в то время как вылетающие при распаде пионы обладают определенной комбинированной четностью (см. задачу 540). Было известно, что при распадах комбинированная четность сохраняется. Напрашивается предположение, что K^0 -мезон не может вообще распадаться ни на два, ни на три пиона. Воспользуйтесь результатами решения задач 542 и 543 и попытайтесь объяснить, как при распаде K^0 -мезонов сохраняется комбинированная четность и почему распад K^0 -мезона происходит в два этапа.

545. При более детальном исследовании распада K^0 -мезонов оказалось, что примерно в двух случаях из 1000 K^0 -мезон распадается на два мезона не за короткое время τ_S , как обычно, а за время τ_L , за которое обычно K^0 распадается на три пиона (см. задачу 544). Возможно ли объяснить это явление в рамках закона сохранения комбинированной четности? Если такое объяснение невозможно, какие выводы отсюда следуют?

546. Попытайтесь объяснить явление регенерации K_1 -состояния K^0 -мезонов. Когда мезон K^0 находится в состоянии K_1 , он распадается на два пиона за время τ_S (см. задачу 544). Если рассматривать пионы за время $\tau_L \geq t \gg \tau_S$, то распада K^0 -мезона не происходит. Однако когда на пути K^0 -мезона поставлено вещество, то после прохождения через него происходит распад K^0 -мезонов на два пиона, т. е. создается впечатление, что состояние K_1 -мезонов регенерируется. Произведите баланс мезонов. Сколько их распалось на два и на три пиона, сколько поглощено в веществе?

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

§ 1. Кванты света

1. $m = h\nu/c^2 = h/c\lambda \approx 0,44 \cdot 10^{-32}$ г.

2. $\lambda = h/mc = 2,426 \cdot 10^{-3}$ нм (комптоновское смещение для 90°).

3. Импульс фотона $p = h\nu/c = h/\lambda \approx 1,3 \cdot 10^{-22}$ г·см/с. Импульс молекулы водорода

$$P \approx \sqrt{3kTM} \approx 5,4 \cdot 10^{-19} \text{ г. см/с.}$$

4. $\lambda = h/P \approx 0,12$ нм.

5. Энергия фотона видимого света $h\nu = hc/\lambda \approx 4 \cdot 10^{-12}$ эрг, энергия молекулы водорода $\sim^{3/2} kT \approx 6 \cdot 10^{-14}$ эрг.

6. Число фотонов $\approx 1,2 \cdot 10^{21}$.

7. $\mathcal{E} = p^2/m$ ($m = h\nu/c^2$).

8. Для простоты возьмем систему отсчета, в которой электрон первоначально покоился. Пусть электрон излучил фотон с импульсом p_ϕ и энергией \mathcal{E}_ϕ . Пусть после излучения импульс электрона будет p_α , а энергия \mathcal{E}_α . Из законов сохранения импульса и энергии следует

$$p_\alpha + p_\phi = 0, \quad \mathcal{E}_\alpha + \mathcal{E}_\phi = m_0 c^2.$$

С учетом соотношения $(\mathcal{E}_\alpha/c)^2 - p_\alpha^2 = (m_0 c)^2$ для электрона и соотношения $\mathcal{E}_\phi = p_\phi c$ для фотона получится $\mathcal{E}_\phi m_0 c = 0$, где m_0 — масса покоя электрона. Таким образом, $\mathcal{E}_\phi = 0$, т. е. излучение невозможно. Таким же рассуждением убеждаемся, что невозможно и поглощение.

9. Около 450 с.

10. Около 2 ч.

11. $v_{\text{макс}} = c \sqrt{\frac{2}{m_e c^2} \left(\frac{hc}{\lambda} - P \right)} = 527$ км/с.

12. $N = I/e = 1,9 \cdot 10^9$ с⁻¹.

13. $\lambda = hc/P = 290$ нм.

14. $\lambda = \frac{hc}{mv_{\text{макс}}^2/2 + P} = 668$ нм.

$$15. v_{\text{макс}} = \sqrt{2e(V + V_K)/m_e} = 784 \text{ км/с.}$$

16. $h = \frac{e\lambda\lambda' (V - V')}{c(\lambda' - \lambda)} = 6,76 \cdot 10^{-27} \text{ эрг} \cdot \text{с.}$ Небольшое расхождение с табличными значениями объясняется ошибками измерений.

$$17. V = \frac{hc/\lambda - P}{e} = 1,22 \text{ эВ.}$$

$$18. \lambda > hc/P = 331 \text{ нм.}$$

19. $V_K = \frac{hc/\lambda - P}{e} - V = -0,78 \text{ эВ.}$ Отрицательный знак означает, что при контакте цинка с материалом второго электрода фотоэлемента потенциал цинка окажется ниже.

$$20. \Delta\lambda = \frac{2h}{m_e c} \sin^2 \frac{\vartheta}{2} = \frac{h}{m_e c} = 2,4263 \cdot 10^{-3} \text{ нм.}$$

$$21. \mathcal{E}_e = \frac{\alpha}{1 + \alpha} \mathcal{E}_\Phi = \frac{1}{5} \mathcal{E}_\Phi = 0,4 \text{ МэВ.}$$

$$22. \mathcal{E}_e = \frac{2hc}{\lambda} \frac{\lambda_K \sin^2(\vartheta/2)}{\lambda + 2\lambda_K \sin^2(\vartheta/2)},$$

$$(p_e c)^2 = \mathcal{E}_e^2 + 2m_e c^2 \mathcal{E}_e.$$

Здесь $\lambda_K = 2,4263 \cdot 10^{-3} \text{ нм}$ — комптоновская длина волны электрона. При $\vartheta = 90^\circ$

$$\mathcal{E}_e = \frac{hc}{\lambda} \frac{\lambda_K}{\lambda + \lambda_K} = 0,108 \frac{hc}{\lambda} = 0,67 \cdot 10^4 \text{ эВ, } cp_e = 8,3 \cdot 10^4 \text{ эВ,}$$

т. е. фотон передал электрону около 10% своей энергии, а импульс электрона отдачи по абсолютной величине оказался больше импульса первичного фотона.

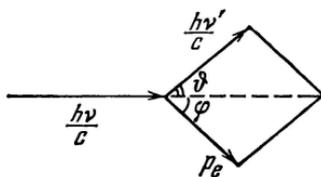


Рис. 16.

23. Как видно из рис. 16, из закона сохранения импульса следует

$$p_e \cos \varphi = \frac{h\nu}{c} - \frac{h\nu'}{c} \cos \vartheta, \quad p_e \sin \varphi = \frac{h\nu'}{c} \sin \vartheta.$$

Почленным делением находим

$$\text{tg } \varphi = \frac{\sin \vartheta}{\nu/\nu' - \cos \vartheta}.$$

Отсюда с учетом соотношения $\frac{v}{v'} - 1 = \frac{2h\nu}{mc^2} \sin^2 \vartheta$ легко получить

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\operatorname{ctg} (\vartheta/2)}{1 + h\nu/m_e c^2}.$$

При $\vartheta = 90^\circ$ $\operatorname{tg} \varphi = 0,8916$, $\varphi = 41^\circ 43'$.

24. $(\Delta\lambda)_e/(\Delta\lambda)_p = m_p/m_e = 1836$ раз.

25. $(\Delta\lambda)_{\max} = 2\lambda_k m_e/m_p = 2,643 \cdot 10^{-6}$ нм, где λ_k — комптоновская длина волны электрона.

26. $\lambda' - \lambda = -\frac{2h}{m_e c} \sin^2 \frac{\vartheta}{2}$. В результате рассеяния длина волны фотона уменьшается. Ответ станет очевидным, если рассмотреть рассеяние фотона на неподвижном электроне, а затем изменить на противоположные направления движения всех частиц.

27. $\mathcal{E}_\gamma = 2m_0 c^2 = 1,877$ ГэВ, где m_0 — масса покоя протона.

28. $\varphi = \pi/2$.

29. $v = \frac{c}{\sqrt{1 + \lambda/\lambda_k}} \approx \frac{c}{\sqrt{2}}$, где $\lambda_k = \frac{h}{m_e c} = 0,0024$ нм — комптоновская длина волны для электрона.

30. $h\nu' = \frac{(\mathcal{E} + pc)^2}{(m_0 c^2)^2 + 2h\nu(\mathcal{E} + pc)} h\nu$, где p — импульс электрона.

В ультрарелятивистском случае

$$h\nu' = \frac{\mathcal{E} + pc}{2} \approx \mathcal{E}.$$

Таким образом, ультрарелятивистский электрон передает практически всю свою энергию фотону.

31. $h\nu' = \frac{h\nu}{1 + 2h\nu/m_0 c^2}$. Если $h\nu \gg m_0 c^2$, то $h\nu' \approx m_0 c^2/2$.

32. 1) Рассеяние происходит на свободных электронах, т. е. таких, энергия связи которых много меньше энергии, передаваемой им при столкновениях с первичными фотонами. 2) Несмещенная компонента возникает из-за рассеяния на сильно связанных электронах, а также на атомных ядрах. 3) Уширение обеих компонент рассеянного излучения получается потому, что рассеяние происходит на движущихся частицах (электронах и атомных ядрах). 4) С увеличением угла рассеяния увеличивается энергия, передаваемая первичным фотоном электрону. В результате этого условие, при котором электрон может считаться свободным, становится менее жестким. Это ведет к увеличению числа свободных электронов, следовательно, и интенсивности рассеяния. Аналогично влияет и увеличение атомного номера элемента.

33. Пусть $p_i = (\mathbf{p}, m_0 c)$ — 4-импульс электрона, а $k_i = (\mathbf{p}_\nu, h\nu/c)$ — 4-импульс фотона до соударения. Те же величины после соударения обозначим теми же буквами, но штрихованными. Так как столкновение упругое, то в любой системе отсчета должно быть

$$p_i + k_i = p'_i + k'_i, \quad \text{или} \quad p_i - k'_i = p'_i - k_i.$$

Возведем это равенство 4-векторов в квадрат и учтем, что квадрат 4-вектора является инвариантом ($p_i^2 = p^2 - m^2 c^2 = -m_0^2 c^2$, для фотона $m_0 = 0$, так что $k_i^2 = k'^2 = 0$). Тогда получим

$$p_i k'_i = p'_i k_i \text{ — инвариант.}$$

В системе, где электрон покоился до соударения, $p_i = (0, m_0 c)$, так что $p_i k'_i = -h m_0 \nu'$. Аналогично, в системе, где электрон покоится после соударения, $p'_i = (0, m_0 c)$, а потому $p'_i k_i = -h m_0 \nu$. Таким образом, из равенства $p_i k'_i = p'_i k_i$ получаем $\nu' = \nu$, что и требовалось доказать.

34. Решается аналогично предыдущей задаче.

35. Пусть M — масса источника, а v — его скорость. Энергия источника складывается из кинетической энергии $1/2 M v^2$ и внутренней энергии \mathcal{E} возбужденных атомов. При испускании одного фотона внутренняя энергия \mathcal{E} изменяется на вполне определенную величину (энергия квантуется!): $\mathcal{E}' - \mathcal{E} = -h\nu_0$, где ν_0 — частота фотона, испускаемого неподвижным источником. При испускании фотона тело испытывает отдачу, и его скорость меняется. По закону сохранения энергии

$$\frac{1}{2} M v^2 + \mathcal{E} = \frac{1}{2} M v'^2 + \mathcal{E}' + h\nu,$$

где ν — частота фотона, излучаемого движущимся источником. Написав закон сохранения импульса и спроектировав его на направление скорости \mathbf{v} и на перпендикулярно ему направление, получим

$$Mv = Mv' \cos \alpha + \frac{h\nu}{c} \cos \theta, \quad 0 = Mv' \sin \alpha - \frac{h\nu}{c} \sin \theta,$$

где θ и α — углы между направлением скорости \mathbf{v} и направлениями импульсов испущенного фотона и источника после испускания. Исключая v' и α , найдем

$$2hM(\nu - \nu_0) - 2Mv \frac{h\nu}{c} \cos \theta + \frac{h^2 \nu^2}{c^2} = 0.$$

Если масса источника M достаточно велика, то можно пренебречь последним членом, и мы получим

$$v = \frac{v_0}{1 - \frac{v}{c} \cos \theta}.$$

36. В релятивистском случае не имеет смысла выделять особо внутреннюю энергию источника, так как ее изменения автоматически учитываются изменением массы покоя источника. Пусть массы покоя источника до и после излучения равны M и M' . Тогда законы сохранения импульса и энергии можно записать в форме

$$\begin{aligned} \frac{Mv}{\sqrt{1-\beta^2}} &= \frac{M'v'}{\sqrt{1-\beta'^2}} \cos \alpha + \frac{hv}{c} \cos \theta, \\ 0 &= \frac{M'v'}{\sqrt{1-\beta'^2}} \sin \alpha - \frac{hv}{c} \sin \theta, \quad \frac{Mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{M'c^2}{\sqrt{1-\beta'^2}} + hv. \end{aligned}$$

К ним следует добавить соотношение

$$(M - M')c^2 = hv_0.$$

Исключая из этих уравнений α , v' , M' , найдем

$$\frac{Mc^2 v}{\sqrt{1-\beta^2}} (1 - \beta \cos \theta) = Mc^2 v_0 - \frac{hv_0^2}{2}$$

или, после пренебрежения последним членом,

$$v = v_0 \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1-\beta \cos \theta}.$$

37. При $\theta = 0$ $v(0) = v_0 \sqrt{1-\beta^2}/(1-\beta)$. При $\theta = (\pi/2)$ $v(\pi/2) = v_0 \sqrt{1-\beta^2}$. Если $\beta \rightarrow 1$, то $v(0) \gg v(\pi/2)$. Отсюда ясно, что в узкой окрестности угла $\theta = 0$ частоты излучаемого света особенно велики. Найдем угол θ , для которого $v(\theta) = \alpha v(0)$, где $\alpha < 1$. Для этого угла нетрудно получить

$$\cos \theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2} = \frac{1 - (1-\beta)/\alpha}{1 - (1-\beta)} \approx 1 - \frac{1-\alpha}{\alpha} (1-\beta),$$

откуда $\theta^2 = 2 \frac{1-\alpha}{\alpha} (1-\beta)$. Так как $\sqrt{1-\beta^2} = \frac{mc^2}{\mathcal{E}}$, где \mathcal{E} — полная энергия частицы, то $1-\beta \approx \frac{1}{2} \left(\frac{mc^2}{\mathcal{E}} \right)^2$. Это дает $\theta = \sqrt{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \frac{mc^2}{\mathcal{E}}$. При $\alpha = 1/2$ получаем $\theta = mc^2/\mathcal{E}$.

38. $\Delta \mathcal{E} = \hbar\omega = \left(\frac{2\mathcal{E}_0}{mc^2}\right)^2 \frac{\hbar\omega_0}{1 + 4\mathcal{E}_0\hbar\omega_0/m^2c^4}$. Если $\mathcal{E}_0 \ll \ll mc^2$ ($mc^2/4\hbar\omega_0$), то $\hbar\omega \approx (2\mathcal{E}_0/mc^2)^2 \hbar\omega_0 \ll \mathcal{E}_0$. В противоположном предельном случае $\hbar\omega \approx \mathcal{E}_0$. В приведенном примере $\hbar\omega = 10^8$ эВ.

39. По формуле для эффекта Доплера

$$\omega_0 = \frac{\omega \sqrt{1-v^2/c^2}}{1+v/c}$$

(фотон и электрон считаются движущимися навстречу друг другу, причем скорость электрона равна v). В ультрарелятивистском случае отсюда следует, что $\omega_0 = \omega mc^2/2\mathcal{E}_0$, и условие $\hbar\omega \ll mc^2$ принимает вид

$$\mathcal{E}_0 \ll (mc^2)^2/2\hbar\omega_0.$$

40. В рассматриваемом случае сечение рассеяния фотонов на электронах является томсоновским:

$$\sigma = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2 = 6,65 \cdot 10^{-25} \text{ см}^2.$$

После каждого соударения фотон отдачи в среднем имеет энергию $\left(\frac{\mathcal{E}_0}{mc^2}\right)^2 \hbar\omega_0$. Поэтому

$$-\left(\frac{d\mathcal{E}}{dt}\right)_k = \sigma \left(\frac{\mathcal{E}_0}{mc^2}\right)^2 \hbar\omega_0 n_\Phi c \approx 2 \cdot 10^{-14} \omega_\Phi \left(\frac{\mathcal{E}_0}{mc^2}\right)^2,$$

где n_Φ — концентрация фотонов с энергией $\hbar\omega_0$ и $\omega_\Phi = n_\Phi \hbar\omega_0$ — плотность энергии излучения. Если ω_Φ измеряется в эВ/см³, то в приведенной формуле потеря энергии, равная $-(d\mathcal{E}/dt)_k$, измеряется в эВ/с.

$$41. \mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}_0}{1 + a\mathcal{E}_0 t}, \quad a = \frac{\sigma\omega_\Phi}{m^2c^3} \approx 10^{-25} \text{ эВ}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}.$$

(См. решение задачи 38.) Через 10^6 лет энергия электрона уменьшится на 3%, а через 10^8 лет она будет равна $\mathcal{E}_0/4 = 2,5 \cdot 10^8$ эВ. Знать температуру излучения нужно лишь для того, чтобы удостовериться в справедливости неравенства $\mathcal{E}_0 \ll mc^2$ ($mc^2/\hbar\omega_0$) для подавляющего числа фотонов (см. задачу 39).

42. При приближении к Солнцу энергия электрона меняется по закону

$$\frac{1}{\mathcal{E}(r)} - \frac{1}{\mathcal{E}_0} = \frac{4\sigma\omega_\Phi(r_\odot) r_\odot^2}{m^2c^3 \cdot cr}$$

(соударения в этом случае являются всегда лобовыми). Отсюда

$$\mathcal{E}(r_{\odot}) = \frac{\mathcal{E}_0}{1 + \frac{4\sigma}{m^2 c^3} \omega_{\phi}(r_{\odot}) \frac{r_{\odot}}{c} \mathcal{E}_0}.$$

$$43. \nu = \frac{\nu_0}{1 - \frac{v n(\nu)}{c} \cos \theta + \frac{h n^2(\nu)}{2M} \frac{\nu}{c^2}}, \text{ или, пренебрегая по-}$$

следним членом в знаменателе,

$$\nu = \frac{\nu_0}{1 - \frac{v n(\nu)}{c} \cos \theta}.$$

44. Рассуждая так же, как и при решении задачи 36, напишем:

$$\begin{aligned} \frac{Mv}{\sqrt{1-\beta^2}} &= \frac{M'v'}{\sqrt{1-\beta'^2}} \cos \alpha + n \frac{hv}{c} \cos \theta, \\ 0 &= \frac{M'v'}{\sqrt{1-\beta'^2}} \sin \alpha - n \frac{hv}{c} \sin \theta, \quad \frac{Mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{M'c^2}{\sqrt{1-\beta'^2}} + hv. \end{aligned}$$

Отсюда

$$\nu = \frac{(M-M') \frac{c^2}{h} \sqrt{1-\beta^2} \left(1 - \frac{M-M'}{2M}\right)}{1 - \beta n(\nu) \cos \theta + \frac{hv}{2Mc^2} \sqrt{1-\beta^2} [n^2(\nu) - 1]}. \quad (1)$$

Возможны два случая.

1. Знаменатель в (1) положителен. Тогда излучение кванта $h\nu$ возможно лишь при условии $M - M' = h\nu_0/c^2 > 0$, т. е. атом в результате излучения переходит с более высокого на более низкий энергетический уровень. В этом случае

$$\nu = \frac{\nu_0 \sqrt{1-\beta^2} \left(1 - \frac{h\nu_0}{2Mc^2}\right)}{1 - \beta n(\nu) \cos \theta + \frac{hv}{2Mc^2} \sqrt{1-\beta^2} [n^2(\nu) - 1]}, \quad (2)$$

или, пренебрегая квантовыми поправками,

$$\nu = \frac{\nu_0 \sqrt{1-\beta^2}}{1 - \beta n(\nu) \cos \theta}. \quad (3)$$

2. Знаменатель в (1) отрицателен. Излучение кванта $h\nu$ возможно лишь при условии $M' - M = h\nu_0/c^2 > 0$, т. е. в результате излучения атом переходит на более высокий энергетический уро-

вень. Энергия излучаемого кванта заимствуется из кинетической энергии излучающего атома. В этом случае

$$\nu = \frac{\nu_0 \sqrt{1-\beta^2} \left(1 + \frac{h\nu_0}{2Mc^2}\right)}{\beta n(\nu) \cos \theta - 1 - \frac{h\nu}{2Mc^2} \sqrt{1-\beta^2} [n^2(\nu) - 1]}, \quad (4)$$

или, пренебрегая квантовыми поправками,

$$\nu = \frac{\nu_0 \sqrt{1-\beta^2}}{\beta n(\nu) \cos \theta - 1}. \quad (5)$$

Ограничимся, ради краткости, более простыми выражениями (3) и (5). Если $1 - \beta n(\nu) > 0$, т. е. $v < c/n(\nu)$ (скорость источника меньше фазовой скорости света в среде), то может осуществиться лишь первый случай, и, следовательно, при излучении фотона атом переходит на более низкий энергетический уровень. В частности, невозбужденный атом в этом случае излучать не может.

Если же $1 - \beta n(\nu) < 0$, т. е. $v > c/n(\nu)$ (скорость источника больше фазовой скорости света в среде, и можно говорить о сверхскоростном эффекте Доплера), то возможны оба случая. Атом переходит на более низкий энергетический уровень, если угол θ , под которым излучается фотон, удовлетворяет условию $\cos \theta < 1/\beta n(\nu)$, — иными словами, излучение направлено вне черенковского конуса: $\cos \theta = 1/\beta n(\nu)$. Атом переходит на более высокий энергетический уровень, если направление излучения лежит внутри этого конуса. В частности, в этом направлении может излучать невозбужденный атом. Наконец, под углом $\cos \theta = 1/\beta n(\nu)$ возможно излучение без квантовых переходов атома с одного энергетического уровня на другой.

45. В случае а) существует узкая окрестность угла θ_0 , определяемого уравнением $\cos \theta_0 = 1/\beta n(\nu)$, в которой частоты излучаемого света очень велики. В случае б) такого угла и такой окрестности не существует.

$$46. \quad \cos \theta(\nu) = \frac{c}{n(\nu)v} \left[1 + \frac{h\nu}{2Mc^2} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} (n^2(\nu) - 1) \right].$$

Излучение возможно, если правая часть этой формулы не превосходит единицы (это условие практически совпадает с условием, получаемым из интерференционных соображений, см. ч. IV, задача 261).

47. На частоте, для которой показатель преломления $n(\nu)$ максимален.

48. На частоте $\nu = 0$. (См. ответ к задаче 46.)

49. Когда радиус канала $a \ll \lambda$. При $a \gg \lambda$ интенсивность излучения резко падает.

50. Используя законы сохранения, находим

$$\Delta \mathcal{E} = \hbar \omega + l \hbar \omega_0, \quad \Delta p = \frac{\hbar \omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \frac{k}{k} + l \hbar k_0,$$

где $\Delta \mathcal{E}$ — уменьшение энергии, а Δp — уменьшение импульса частицы. Они связаны соотношением $\Delta \mathcal{E} = v \Delta p$. Используя его, получаем:

а) при $l=0$ $\cos \theta = c / \sqrt{\varepsilon} v$ (условие черенковского излучения);

б) при $l \neq 0$ $\omega = \frac{l(k_0 v - \omega_0)}{1 - \frac{v}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \cos \theta}$, где θ — угол между k и v .

Так как частота ω всегда положительна, то значения $l < 0$ соответствуют уменьшению (а не увеличению, как при $l > 0$) энергии среды.

51. Если учитывать нелинейность среды, то мы приходим к выводу о возможности возникновения этого излучения; при этом должно выполняться черенковское условие $c/n(\omega) v \leq 1$, где роль скорости v играет групповая скорость распространения электромагнитного поля, возбуждающего черенковское излучение с частотой ω . Картина оказывается особенно простой, если возбуждающим полем является поле некоторого волнового пакета, движущегося с групповой скоростью v . Распространение такого пакета при наличии нелинейности среды приводит к черенковскому излучению волн с частотами, удовлетворяющими условию $\cos \theta = c/n(\omega) v \leq 1$. При отсутствии нелинейности среды справедлив принцип суперпозиции и черенковское излучение становится невозможным (см. задачу 52).

52. Из законов сохранения

$$\omega_0 = \omega + \Omega, \quad k_0 = k + K$$

следует

$$\cos \theta = \frac{\omega_0^2 n_0^2 - \omega^2 n^2 + \Omega^2 N^2}{2\omega_0 \Omega n_0 N}.$$

Здесь θ — угол между векторами k_0 и K , ω и k — частота и волновой вектор рассеянного рентгеновского кванта, n_0 , n и N — показатели преломления соответственно исходного и рассеянного рентгеновских квантов и оптического фотона. Если среда анизотропна, то $N = N(\Omega, K/K)$ может принимать два значения, соответствующие двум возможным типам поляризации фотона.

Вероятность такого комбинационного рассеяния, которое еще не наблюдалось, весьма мала даже в анизотропной среде, а в оптически изотропной среде она вообще практически равна нулю. Если пренебречь квадратом частоты Ω , то

$$\cos \theta = \frac{1}{N} \frac{d(\omega n)}{d\omega} = \frac{c}{N(\Omega) v_{\text{гр}}(\omega_0)},$$

где $v_{\text{гр}}(\omega_0) = \frac{c}{d(n\omega)/d\omega}$ — групповая скорость излучения с частотой ω_0 . Из последнего выражения ясно, что мы можем в данном случае говорить о черенковском излучении (см. также задачу 51).

53. Атом ионизуется. Дело в том, что при $n = \text{const}$ существует конечная вероятность излучения внутрь черенковского конуса с переходом атома на более высокий энергетический уровень. Возможны и обратные переходы. Однако при бесконечной длине канала атом в конце концов перейдет в верхнее энергетическое состояние, т. е. ионизуется.

54. $\Delta v = -vGM/Rc^2$, где G — гравитационная постоянная, M — масса звезды и R — ее радиус.

55. $\Delta \lambda = \lambda GM/Rc^2 = 0,0012$ нм.

56. $\Delta \varphi = 2GM/Rc^2$, где R — расстояние светового луча от центра Солнца. Согласно общей теории относительности эффект должен быть вдвое больше. Если луч проходит вблизи края Солнца (R — радиус Солнца), то $2\Delta \varphi = 4GM/Rc^2 = 1,75''$.

57. $\mathcal{E} = h\nu_{\text{зв}}$, $p = h\nu_{\text{зв}}/v_{\text{зв}}$.

58. Рассеяние света есть процесс поглощения или излучения фонона фотоном. На основании законов сохранения энергии и импульса можно написать для такого процесса:

$$\begin{aligned} h\nu' &= h\nu \pm h\nu_{\text{зв}}, & \frac{nh\nu'}{c} \cos \vartheta &= \frac{nh\nu}{c} \pm \frac{h\nu_{\text{зв}}}{v_{\text{зв}}} \cos \alpha, \\ \frac{nh\nu'}{c} \sin \vartheta &= \pm \frac{h\nu_{\text{зв}}}{v_{\text{зв}}} \sin \alpha, \end{aligned}$$

где ϑ — угол между направлениями движения падающего и рассеянного фотонов, α — угол между направлениями движения падающего фотона и соответствующего фонона. Знак плюс относится к поглощению, а знак минус — к излучению фонона. Постоянная Планка выпадает из уравнений, что указывает на возможность классической интерпретации явления. Исключение α и ν' приводит к квадратному уравнению относительно $v_{\text{зв}}$:

$$\left(\frac{1}{v_{\text{зв}}^2} - \frac{n^2}{c^2} \right) v_{\text{зв}}^2 \mp \frac{4n^2 v \nu_{\text{зв}}}{c^2} \sin^2 \frac{\vartheta}{2} - \frac{4n^2 \nu^2}{c^2} \sin^2 \frac{\vartheta}{2} = 0.$$

Пренебрегая вторым слагаемым по сравнению с последним, а также пренебрегая n^2/c^2 по сравнению с $1/v_{зв}^2$, получим

$$v_{зв} = \frac{2\nu v}{c} v_{зв} \sin \frac{\phi}{2},$$

что совпадает с ответом к задаче 761 из ч. IV.

$$\begin{aligned} 59. \bar{n} &= \frac{2k^3 T^3}{\hbar^3 \pi^2 c^3} \int_0^{\infty} \frac{x^2 e^{-x}}{1 - e^{-x}} dx = \\ &= \frac{2k^3 T^3}{\hbar^3 \pi^2 c^3} \left(1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \dots \right) \approx 1,202 \frac{2k^3 T^3}{\hbar^3 \pi^2 c^3} = 20,5 T^3, \end{aligned}$$

где k — постоянная Больцмана, а T — температура в кельвинах.

$$60. \bar{\mathcal{E}} \approx 6,879 kT, \quad \bar{\lambda} \approx \frac{hc}{6,879 kT} \approx \frac{0,209}{T} \text{ см.}$$

$$61. \bar{z} = 1/4 \bar{n} c.$$

$$62. \bar{N} = 0,6 \frac{k^3 T^3}{\hbar^3 \pi^2 c^2} \approx 1,5 \cdot 10^{20}.$$

63. Для функции $f(\omega, T)$ максимум получается при $h\omega/kT = x$, где x — корень уравнения $(x-2)e^x + 2 = 0$, т. е. $x = 1,593624$. Соответствующая длина волны λ_1 находится из соотношения

$$\lambda_1 T = 2\pi \hbar c / kx = hc / kx = 0,902867 \text{ см} \cdot \text{К.}$$

Для функции $\varphi(\lambda, T)$ максимум получается при $\lambda = \lambda_2$, причём $hc/(\lambda kT) = \xi$, где ξ — корень уравнения $(\xi-4)e^\xi + 4 = 0$, т. е. $\xi = 3,920690$. Таким образом, $\lambda_2 T = 0,368967 \text{ см} \cdot \text{К}$. Следовательно, $\lambda_2 < \lambda_1$.

64. Воспользуемся термодинамической формулой

$$\overline{(\Delta \mathcal{E})^2} = kT^2 \frac{d\bar{\mathcal{E}}}{dT}.$$

Применяя к ней формулы Вина, Рэля — Джинса и Планка, получим

$$\overline{(\Delta \mathcal{E})^2} = \bar{\mathcal{E}} \hbar \omega \quad (\text{Вин}), \quad (1)$$

$$\overline{(\Delta \mathcal{E})^2} = \frac{\pi^2 c^3}{V \omega^2 d\omega} \bar{\mathcal{E}}^2 \quad (\text{Рэлей — Джинс}), \quad (2)$$

$$\overline{(\Delta \mathcal{E})^2} = \bar{\mathcal{E}} \hbar \omega + \frac{\pi^2 c^3}{V \omega^2 d\omega} \bar{\mathcal{E}}^2 \quad (\text{Планк}). \quad (3)$$

Формула (1) имеет такой же вид, что и формула для флуктуаций числа частиц идеального газа (см. ч. II, задача 385). Ее можно было бы получить из корпускулярных представлений,

рассматривая излучение в полости как газ независимых частиц. Напротив, формула (2) соответствует волновым представлениям о свете. Здесь флуктуации возникают из-за суперпозиции волн различных частот. В формуле (3) отражены и волновые и корпускулярные свойства света.

65. Среднее число фотонов, падающее от звезды в зрачок глаза в одну секунду,

$$\bar{N} = \frac{LAS}{h\lambda/c} \approx 10^{34},$$

где A — механический эквивалент света (0,00160 Вт/лм), площадь зрачка глаза S принята равной 0,5 см², а длина волны $\lambda = 550$ нм. В рассматриваемой области спектра с хорошим приближением можно пользоваться формулой Вина, а потому

$$\overline{(\Delta N)^2} = \bar{N}, \quad \frac{1}{\bar{N}} \sqrt{\overline{(\Delta N)^2}} \sim 10^{-17}.$$

Отсюда видно, что квантовые флуктуации света к мерцанию звезд не имеют отношения.

66. Если 1 и 2 — какие-либо два невырожденных уровня в стенках полости, в которых заключено равновесное излучение, то отношение интенсивности индуцированного к интенсивности спонтанного излучения равно

$$S = \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1},$$

как в этом можно убедиться с помощью коэффициентов A_{21} и B_{21} , введенных Эйнштейном в теорию излучения. Если $e^{h\nu/kT} \ll 2$, т. е., $\lambda \geq \frac{hc}{kT \ln 2}$, то интенсивность индуцированного излучения становится равной или больше интенсивности спонтанного. При $T = 300$ К получаем $\lambda \geq 692$ мкм.

$$67. T > \frac{hc}{k\lambda \ln 2} \approx 3,8 \cdot 10^4 \text{ К.}$$

68. Генерация возникает, когда мощность света, излучаемая молекулами, превышает потери мощности при отражении на зеркалах. Когда световая волна проходит расстояние L , она один раз отражается от зеркала, теряя при этом часть $1-R$ своей энергии. За единицу времени теряется часть энергии, равная

$$\frac{1}{\tau_r} = \frac{c(1-R)}{L}.$$

Время τ_r можно считать временем жизни [фотона в резонаторе. Таким образом, потеря мощности излучения на зеркалах резонатора равна

$$P_r = \frac{V \langle E^2 \rangle}{\tau_r 4\pi} = \frac{\langle E^2 \rangle c (1-R) V}{4\pi L},$$

где V — объем резонатора, а $\langle E^2 \rangle / 8\pi$ — средняя плотность электрической энергии в световой волне.

Скорость убывания числа молекул на верхнем энергетическом уровне 2 определяется уравнением

$$\frac{\partial N_2}{\partial t} = -A_{21}N_2 - B_{21}N_2\rho_\nu + B_{12}N_1\rho_\nu,$$

где N_1 и N_2 — концентрации молекул на уровнях 1 и 2, ρ_ν — спектральная плотность энергии излучения на частоте перехода ν между этими уровнями, $B_{12} = B_{21}$ и $A_{21} = 1/\tau_s$ — коэффициенты Эйнштейна, связанные между собой соотношениями

$$B_{21} = B_{12} = \frac{c^3}{8\pi h\nu^3 \tau_s}.$$

Спонтанным излучением, поскольку оно происходит по всем направлениям, можно пренебречь. В этом приближении для мощности индуцированного излучения в резонаторе находим

$$P_i = -V h\nu \frac{\partial N_2}{\partial t} = V (N_2 - N_1) \frac{c^3}{8\pi\nu^2 \tau_s} \rho_\nu.$$

В этом приближении с учетом равенства

$$\rho_\nu \Delta\nu = \frac{1}{4\pi} \langle E^2 \rangle$$

условие генерации $P_i \geq P_r$ света принимает вид

$$N_2 - N_1 \geq \frac{8\pi\nu^2 \rho_\nu \Delta\nu}{c^2} \frac{1-R}{L} \tau_s.$$

§ 2. Строение атома и спектры водородоподобных атомов

69. $\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{e^2}{ma^3}}$, где a — радиус положительно заряженной сферы, т. е. радиус атома Томсона, e — заряд и m — масса электрона.

70. Гармонически колеблющийся электрон излучает одну частоту

$$a = \left(\frac{e^2 \lambda^2}{4\pi^2 c^2 m} \right)^{1/3} = 2,6 \cdot 10^{-8} \text{ см.}$$

71. $C_V = \frac{9}{2} R$.

72. Уравнения сохранения энергии и момента количества движения в полярных координатах (рис. 17) имеют вид

$$\frac{m\dot{r}^2}{2} + \frac{mr^2\dot{\vartheta}^2}{2} + \frac{2Ze^2}{r} = \frac{mv^2}{2}, \quad r^2\dot{\vartheta} = p v_{\vartheta}$$

так как заряд α -частицы равен $2e$. Замечая, что $\dot{r} = \frac{dr}{d\vartheta} \dot{\vartheta}$,

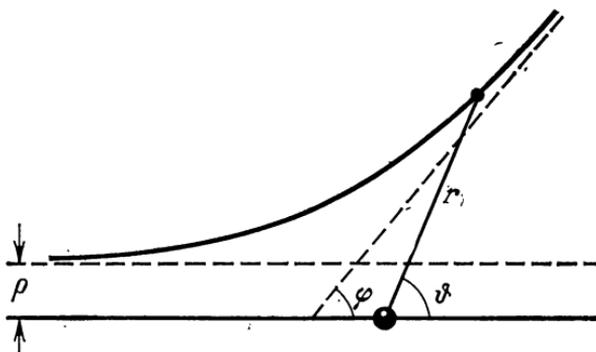


Рис. 17.

исключим $\dot{\vartheta}$. Затем введем подстановку $r = 1/\rho$. После элементарных вычислений получим

$$\left(\frac{d\rho}{d\vartheta} \right)^2 + \left(\rho + \frac{2Ze^2}{m\rho^2 v^2} \right)^2 - \frac{4Z^2 e^4}{m^2 \rho^4 v^4} = \frac{1}{\rho^2}. \quad (1)$$

Дифференцируя это уравнение по ϑ и сокращая на $d\rho/d\vartheta$, найдем

$$\frac{d^2\rho}{d\vartheta^2} + \rho + \frac{2Ze^2}{m\rho^2 v^2} = 0.$$

Отсюда

$$\rho = A \cos \vartheta + B \sin \vartheta - \frac{2Ze^2}{m\rho^2 v^2}, \quad (2)$$

где A и B — постоянные интегрирования. Они, однако, не независимы друг от друга, а в силу (1) связаны соотношением

$$A^2 + B^2 = \frac{1}{\rho^2} + \frac{4Z^2 e^4}{m^2 \rho^4 v^4} \quad (3)$$

Начальное условие: $\rho \equiv 1/r = 0$ при $\vartheta = \pi$ дает $A = -2Ze^2/mp^2v^2$. Поэтому из (3) получаем $B^2 = 1/\rho^2$. Теперь (2) переходит в выражение

$$0 = A(1 + \cos \vartheta) + B \sin \vartheta, \text{ или } \frac{1}{r} = 2 \left(A \cos \frac{\vartheta}{2} + B \sin \frac{\vartheta}{2} \right) \cos \frac{\vartheta}{2}. \quad (4)$$

Из (4) видно, что r обращается в бесконечность при $\cos(\vartheta/2) = 0$ или $\vartheta = \pi$ (это мы уже использовали) и при $\vartheta = \varphi$, где φ определяется уравнением

$$\operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2} = -\frac{B}{A} = \frac{mpv^2}{2Ze^2}. \quad (5)$$

$$73. d\sigma = 2\pi \frac{Z^2 e^4 \sin \varphi}{m^2 v^4 \sin^4(\varphi/2)} d\varphi.$$

74. $\Delta n = n \frac{V \rho N_A}{A} \frac{2\pi Z^2 e^4 \sin \varphi}{m^2 v^4 \sin^4(\varphi/2)} d\varphi \approx 13$ частиц, где $\rho = 8,9$ г/см³ — плотность меди, $A = 63,57$ — ее атомная масса, $Z = 29$ — атомный номер, N_A — число Авогадро, V — рассеивающий объем.

$$75. 1) \frac{F_e}{F_g} = \frac{e^2}{m_e^2 G} = 4,2 \cdot 10^{42};$$

$$2) \frac{F_{pp}}{F_g} = \frac{e^2}{m_p^2 G} = 1,24 \cdot 10^{36};$$

$$3) \frac{F_{pe}}{F_g} = \frac{e^2}{m_p m_e G} = 2,27 \cdot 10^{39}.$$

Здесь G — гравитационная постоянная. Результат не зависит от расстояния между взаимодействующими частицами.

$$76. \mathcal{E}_{\text{грав}}/\mathcal{E}_{\text{эл. ст}} = G(m/e)^2 = \begin{cases} 2,4 \cdot 10^{-43} & \text{для электрона,} \\ 8,1 \cdot 10^{-37} & \text{для протона.} \end{cases}$$

78. $F = e^2 m^2 / A^2 m_H^2 r^2 \approx 2 \cdot 10^{27}$ дин $= 2 \cdot 10^{22}$ Н, где m_H — масса атома водорода.

79. Если смещение электрона $x = a \cos \omega t$, то $v = -\omega a \sin \omega t$, $\dot{v} = -\omega^2 a \cos \omega t$. Полная энергия электрона: $W = \frac{1}{2} m \omega^2 a^2$. Средняя потеря энергии в секунду:

$$\frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} \dot{v}^2 = \frac{1}{3} \frac{e^2}{c^3} \omega^4 a^2 = \frac{2}{3} \frac{e^2 \omega^2}{mc^3} W.$$

Поэтому для скорости изменения энергии электрона можно в среднем написать

$$\frac{dW}{dt} = -\frac{2}{3} \frac{e^2 \omega^2}{mc^3} W.$$

Обозначая через W_0 начальное значение энергии, отсюда получаем

$$t = \frac{3mc^3}{2e^2\omega^2} \ln \frac{W_0}{W} \approx 1,9 \cdot 10^{-8} \text{ с.}$$

80. $\Delta t = a_0^3 c^3 m^2 / 4e^4 = 1,5 \cdot 10^{-11} \text{ с.}$

81. Будет излучаться одна частота ν , если не учитывать изменения состояния движения электрона. Интенсивность излучения должна быть больше на первой орбите.

82. $a = \frac{h^2 n^2}{4\pi^2 m_e Z e^2}$, $a_0 = 0,53 \cdot 10^{-8} \text{ см}$ ($n=1$, $Z=1$);

$$v = \frac{2\pi e^2 Z}{hn}, \quad v_0 = 2,183 \cdot 10^8 \text{ см/с.}$$

83. $E = \frac{e}{a^2} \cdot 300 \text{ В/см}$, где a — радиус орбиты.

$$E_1 = 5,13 \cdot 10^9 \text{ В/см}, \quad E_4 = 2 \cdot 10^7 \text{ В/см.}$$

84. $F = 8 \cdot 10^{-3} \text{ дин}$; сила тяготения меньше в $\approx 2 \cdot 10^{39}$ раз.

86. $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$; $H_\alpha = 656,3 \text{ нм}$; $H_\beta = 486,1 \text{ нм}$; $H_\gamma = 434,0 \text{ нм}$.

87. $\lambda_{\text{Л}} = 121,6 \text{ нм}$; $\lambda_{\text{Паш}} = 1875,1 \text{ нм}$; $\lambda_{\text{БР}} = 4,05 \cdot 10^{-4} \text{ см} = 4,05 \text{ мкм}$; $\lambda_{\text{ПФ}} = 7,40 \cdot 10^{-4} \text{ см} = 7,40 \text{ мкм}$.

88. $\lambda = 4/R \approx 364,7 \text{ нм}$.

89. $\mathcal{E} = hcR = 2,153 \cdot 10^{-11} \text{ эрг}$, $V_{\text{н}} = \mathcal{E}/e = 13,5 \text{ В}$.

90. $1,44 \cdot 10^8 \text{ Дж/моль}$.

91. $14\ 300$ и $16\ 300 \text{ К}$.

92. $n_1:n_2:n_3 = 1:\exp\left(-\frac{3Rch}{4kT}\right):\exp\left(-\frac{8Rch}{9kT}\right) = 1:10^{-22,6}:$
 $:10^{-26,7}$.

93. $V = 10,15 \text{ В}$.

94. $\nu = Rc \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right)$, где R — постоянная Ридберга, c —

скорость света.

95. Поглощение частоты $2Rc$ имеет место и сопровождается ионизацией атома (фотоэффект на атоме).

96. $\lambda = 121,6 \text{ нм}$, $\lambda = 102,6 \text{ нм}$ и $\lambda = 656,3 \text{ нм}$.

97. Все линии линейчатого спектра водорода.

98. $\lambda_1 \leq \lambda < \lambda_2$, где $\lambda_1 = 4/R_{\text{H}} = 364,705 \text{ нм}$, $\lambda_2 = 36/5R_{\text{H}} = 656,468 \text{ нм}$.

99. Для серии Лаймана $\lambda_\infty = 1/4\lambda_1 = 91,1762 \text{ нм}$. Для серии Пашена $\lambda_\infty = 9/4\lambda_1 = 820,586 \text{ нм}$.

100. $\mathcal{E}_1 \leq \mathcal{E} \leq \mathcal{E}_2$, где $\mathcal{E}_1 = 8/9hcR_{\text{H}} = 12,09 \text{ эВ}$, $\mathcal{E}_2 = 15/16 \times hcR_{\text{H}} = 12,75 \text{ эВ}$.

101. $\lambda_1 = 4/3R_H = 121,5682$ нм, $\lambda_2 = 9/8R_H = 102,57317$ нм,
 $\lambda_3 = 36/5R_H = 656,46828$ нм.

102. $v = 326$ см/с.

103. $V_{He} = 4V_H = 54$ В; $V_{Li} = 9V_H = 122$ В.

104. $\lambda = 30,375$ нм.

105. $\mathcal{E}_{Be} = hcZ^2R_H = 217,57468$ эВ.

106. $\mathcal{E} = 2\mathcal{E}_H = 27,2$ эВ, где \mathcal{E}_H — энергия ионизации атома водорода.

107. Водородные серии Лаймана, Бальмера, Пашена и т. д. получаются при условии, что излучающие атомы изолированы. Атомы можно считать изолированными, если диаметр боровской орбиты $2a = 2n^2a_0$ не превосходит среднее расстояние между атомами $l = \sqrt[3]{kT/P}$. Пользуясь этим, максимально допустимый номер орбиты n можно оценить по формуле $n \approx \sqrt{l/(2a_0)}$, где $a_0 = 0,529 \cdot 10^{-8}$ см — радиус первой боровской орбиты. Максимально возможное число линий, которые можно наблюдать в трубке при давлении и температуре, указанных в условии задачи, будет равно

в серии Лаймана $n-1 \approx 12$,

в серии Бальмера $n-2 \approx 11$,

в серии Пашена $n-3 \approx 10$.

108. $N \approx m^3/8 = 3400$ штрихов.

109. В спектре рекомбинации присутствуют все линии спектральных серий, а за коротковолновыми границами серий наблюдается непрерывный спектр.

$$110. R_\infty = \frac{2\pi^2 m_e e^4}{h^3 c} = 109737,3177 \text{ см}^{-1}.$$

$$111. R = \frac{R_\infty}{1 + m_e/M}, \text{ где } M \text{ — масса ядра.}$$

112. В однократно ионизованном гелии должны наблюдаться серии

$$\frac{1}{\lambda} = 4R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{\bar{n}^2} \right), \quad \bar{n} = 4, 5, 6, \dots, \quad (1a)$$

$$\frac{1}{\lambda} = 4R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{\bar{n}^2} \right), \quad \bar{n} = 5, 6, 7, \dots \quad (2a)$$

Первая из них при четных \bar{n} представляет серию Фаулера, вторая при нечетных \bar{n} — серию Пиккеринга. При четных \bar{n} линии серии (2a) почти совпадают с водородными линиями серии Бальмера. Таким образом, серии Фаулера и Пиккеринга представляют не все, а только половину спектральных линий соответствующих серий однократно ионизованного гелия. Из-за различия масс ядер водорода и гелия постоянная Ридберга в сериях (1a)

и (2а) немного больше, чем у водорода. Поэтому линии однократно ионизованного гелия должны быть немного смещены в коротковолновую сторону спектра относительно соответствующих линий водорода.

$$113. \frac{m_e}{m_x} \approx \frac{m_e}{m_H} - \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1}, \quad \frac{m_e}{m_H} = \frac{1}{1835}. \quad \text{Отсюда} \quad \frac{m_e}{m_x} = \frac{1}{3727},$$

$\frac{m_x}{m_H} \approx 2$. Линия λ_2 принадлежит дейтерию.

$$114. R > 2 \frac{m_H}{m_e} \approx 3700; \quad b > \frac{R}{dn/d\lambda} \approx 3,7 \text{ см.}$$

115. Разрешающая способность должна быть не меньше $\frac{3}{2} \frac{m_p}{m_e} \approx 2800$. Она одинакова для всех линий спектральных серий смеси. Разрешающая способность призмы $b \, dn/d\lambda = 1000$, т. е. недостаточна для разрешения.

$$m < \frac{3}{2} \frac{m_p}{m_e} < N_{\text{эфф}} m.$$

116. Переход с уровня $n=6$ на $n=4$.

$$117. \lambda_H - \lambda_{He} = \frac{5}{36} \lambda^2 (R_{He} - R_H) = 0,267 \text{ нм.}$$

$$118. \frac{m_H}{m_e} = \frac{R_H}{R_\infty - R_H} = 1836,2,$$

$$\frac{m_{He}}{m_H} \approx \frac{R_\infty - R_H}{R_\infty - R_{He}} = 3,98.$$

$$119. \lambda_{H_\alpha} - \lambda_{D_\alpha} = \frac{18}{5 R_\infty} \frac{m_e}{m_H} = 0,1786 \text{ нм,}$$

$$\lambda_{H_\gamma} - \lambda_{D_\gamma} = \frac{8}{3 R_\infty} \frac{m_e}{m_H} = 0,1321 \text{ нм.}$$

$$120. V_D - V_H = \frac{hc}{e} (R_D - R_H) = 0,00370 \text{ В,}$$

$$\mathcal{E}_D - \mathcal{E}_H = hc N_A (R_D - R_H) = 357 \text{ Дж/моль.}$$

121. Постоянные Ридберга для водорода и дейтерия:

$$R_H = \frac{R_\infty}{1 + m_e/M_H}, \quad R_D = \frac{R_\infty}{1 + m_e/M_D},$$

где M_H и M_D — массы ядер водорода и дейтерия. Отсюда получаем

$$\frac{1}{m_e} = \frac{1}{R_D - R_H} \left(\frac{R_H}{M_H} - \frac{R_D}{M_D} \right).$$

Умножая обе части этого соотношения на e и принимая во внимание, что $(M_H + m_e) N_A = H$, $(M_D + m_e) N_A = D$, $N_A e = F$, найдем

$$\frac{e}{m_e} = \frac{F}{R_D - R_H} \left(\frac{R_H}{H - N_A m_e} - \frac{R_D}{D - N_A m_e} \right).$$

Так как атомная масса электрона $N_A m_e$ мала по сравнению с H и D , то при вычислении $H - N_A m_e$ и $D - N_A m_e$ нет необходимости знать ее с высокой точностью. Имеем: $N_A m_e = 6,025 \cdot 10^{23} \cdot 9,108 \times 10^{-28} = 5,49 \times 10^{-4}$; $H - N_A m_e = 1,007593$; $D - N_A m_e = 2,014186$. Подставляя эти значения в предыдущую формулу, получим

$$e/m_e = 5,2732 \cdot 10^{17} \text{ ГСГЭ/Г} = 1,7590 \cdot 10^7 \text{ ГСГМ/Г}.$$

$$122. \mathcal{G}_n = -\frac{hc}{2n^2} R_\infty, \mathcal{G}_n = \frac{hc}{2} R_\infty = 6,80 \text{ эВ}, \lambda_{\text{рез}} = 243,0045 \text{ нм}.$$

$$123. \mathcal{G}_n = \frac{18hc}{5\lambda} = 10,9 \cdot 10^{-12} \text{ эрг} = 6,85 \text{ эВ}.$$

$$124. \lambda_\alpha = \frac{8}{5} \lambda_\infty = 1313 \text{ нм}.$$

$$125. a_0 = \frac{h^2 (1 + m_\mu/m_p)}{4\pi^2 e^2 m_\mu Z} = \frac{1}{Z} \cdot 0,0028 \cdot 10^{-8} \text{ см}, \text{ что примерно}$$

в 188 раз меньше соответствующего значения a_0 для водородоподобного иона с тем же значением заряда ядра Z . Результат получен в предположении, что K -орбита мюона проходит вне ядра. Электронная оболочка практически не оказывает влияния на этот результат, так как из-за сферической симметрии электронного облака создаваемое им электрическое поле в месте нахождения мюона может считаться равным нулю. В том же предположении

$$\mathcal{G}_n = -\frac{hcR_\infty Z^2}{1 + m_\mu/m_p} = 2520Z^2.$$

Отсюда видно, что излучение, возникающее при переходе мюона на K -орбиту с более высоких орбит, будет расположено в рентгеновской области спектра, а при больших Z — в области γ -лучей. При больших Z K -орбита мюона проходит внутри ядра атома. В этом случае приведенные выше формулы становятся неприменимыми. Результаты сильно зависят от распределения электрического заряда в ядре, с чем и связана возможность использования мезоатомов для изучения структуры атомного ядра.

126. Наименьшие номера уровней получаются при переходах между соседними уровнями, когда

$$\frac{1}{\lambda} = R \left[\frac{1}{(n-1)^2} - \frac{1}{n^2} \right] \approx \frac{2R}{n^3},$$

так как в радиодиапазоне $n \gg 1$. Отсюда $n = \sqrt[3]{2R\lambda} \approx 60 \sqrt[3]{\lambda}$, где λ измеряется в сантиметрах. Воспользовавшись этой формулой, получаем

λ , см	$\nu=c/\lambda$, Гц	n
1	$3 \cdot 10^{10}$	60
10	$3 \cdot 10^9$	130
100	$3 \cdot 10^8$	280
1 000	$3 \cdot 10^7$	600

127. Характерный размер атома водорода

$$a_n = \frac{\hbar^2 n^2}{m_e e^2} = 0,529 \cdot 10^{-8} n^2 \text{ см.}$$

Отсюда $a_{100} \sim 10^{-4}$ см. Атом можно считать изолированным, а потому беспрепятственно пользоваться формулами предыдущей задачи при концентрациях $N \ll a^{-3}$, так как тогда среднее расстояние между атомами $N^{-1/3} \gg a$. В условиях задачи $N \ll 10^{12} \text{ см}^{-3}$.

128. В поле с напряженностью $E \sim \frac{e}{a_1^2} \sim \frac{m_e^2 e^5}{\hbar^4} \sim 3 \cdot 10^9 \text{ В/см}$, где $a_1 \sim \hbar^2/m_e e^2$ — радиус атома.

129. Будут ионизованы практически все элементы с порядковым номером $Z \leq \sqrt{\frac{5}{36} \frac{kT}{\hbar c}} \lambda \alpha \sim 11$, т. е. все элементы от водорода приблизительно до натрия.

$$130. \frac{\nu_0 - \nu}{\nu_0} = \frac{h\nu_0}{2m_{\text{ат}}c^2} = \frac{3}{16} \frac{m_e}{m_{\text{ат}}} \alpha^2 = 5,44 \cdot 10^{-9};$$

$$v = \frac{3}{8} \frac{m_e}{m_{\text{ат}}} \alpha^2 c = 326 \text{ см/с,}$$

где $\alpha = e^2/\hbar c = 1/137$ — постоянная тонкой структуры.

$$131. |\mathcal{E}_1| = \frac{G^2 m_n^2}{4\hbar^2} \sim 10^{-83} \text{ эрг, } a_1 = \frac{2\hbar^2}{Gm_n^3} \sim 10^{28} \text{ см.}$$

Размер «бинейтронного атома» так велик, что неучет действия других масс Вселенной, очевидно, совершенно недопустим.

132. $F_M \sim 1/r^4$. На расстоянии $r = \sqrt{\frac{6}{G} \frac{\mu_n}{m_n}} \approx 55 \text{ м}$ силы гравитационного и магнитного взаимодействий нейтронов становятся равными по величине. Поэтому при $r \gg 55 \text{ м}$ магнитное взаимодействие можно совсем не учитывать.

133. Пренебрежем тепловой скоростью движения атомов. Максимальная скорость атома, упруго отразившегося от спутника, получается при лобовом ударе и равна $2V$, а его кинетическая энергия равна $2mV^2$. Эта энергия передается другому атому, с которым сталкивается рассматриваемый атом, не целиком. Максимальная передача энергии получается также при лобовом ударе.

В этом случае, в силу законов сохранения энергии и количества движения,

$$2mV^2 = \frac{mv^2}{2} + \frac{m'v'^2}{2} + \mathcal{E},$$

$$2mV = mv + m'v',$$

где v и v' — скорости атомов после удара, m и m' — их массы, а \mathcal{E} — энергия ионизации второго атома. Исключая v' , получим квадратное уравнение относительно скорости v . Чтобы ионизация была возможна, необходимо и достаточно, чтобы корни этого квадратного уравнения были вещественны. При $m = m'$ это условие имеет вид $mV^2 > \mathcal{E}$. Энергии mV^2 в электронвольтах для атомов H, N и O равны соответственно 0,668; 9,35; 10,7. Поэтому во всех случаях ионизация невозможна. Этот вывод изменится, если учесть тепловое движение атомов. Ионизацию могут производить единичные атомы, движущиеся навстречу спутнику с большими тепловыми скоростями и упруго сталкивающиеся с ним.

134. Рассмотрим сначала двумерный гармонический осциллятор — точечную частицу массы m , на которую действует центральная квазиупругая сила $F = -m\omega^2 r$. Пусть под действием такой силы частица [вращается по окружности радиуса a . Если коэффициент квазиупругой силы $k \equiv m\omega^2$, а с ним и частота обращения по окружности ω будут изменяться, но сила F все время остается центральной, то при таком изменении будет изменяться и расстояние a частицы до силового центра. При медленном изменении k собственная частота ω будет изменяться также медленно, а траектория частицы при каждом обороте будет мало отличаться от окружности. Однако момент импульса частицы относительно силового центра $L = mr^2\omega$ изменяться не будет. Следовательно, при круговом движении момент L является адиабатическим инвариантом. Так как он связан с кинетической энергией соотношением $\mathcal{E}_{\text{кин}} = L^2/2ma^2 = L\omega/2$, то будет адиабатическим инвариантом и величина $\mathcal{E}_{\text{кин}}/\omega$. При круговом движении кинетическая энергия осциллятора равна потенциальной энергии $\mathcal{E}_{\text{пот}} = 1/2 ka^2$. Значит, адиабатической инвариантностью обладает и \mathcal{E}/ω , где $\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\text{кин}} + \mathcal{E}_{\text{пот}}$ — полная энергия.

Рассмотрим теперь одномерный гармонический осциллятор. В этом случае полная энергия осциллятора равна половине полной энергии частицы при вращении ее по окружности, радиус которой равен амплитуде колебаний одномерного осциллятора. Следовательно, и для одномерного гармонического осциллятора величина \mathcal{E}/ω остается адиабатическим инвариантом.

135. Сколь угодно медленно изменение параметров системы не меняет квантового состояния, а лишь смещает энергетические уровни ее. Для осциллятора $\mathcal{E} = \hbar\omega(n + 1/2)$ и, следовательно,

остается постоянной величиной $\mathcal{E}/\omega = \hbar (n + 1/2)$, поскольку n — целое число.

136. Электрическая сила, действующая на электрон атома водорода в основном состоянии со стороны ядра, определяется выражением $F_e = e^2/a_1^2$, где a_1 — радиус круговой орбиты электрона в этом состоянии. В отсутствие магнитного поля $a_1 = \hbar^2/m_e e^2$. В этом состоянии электрон движется со скоростью $v = \alpha c$, где $\alpha = e^2/\hbar c$ — постоянная тонкой структуры. Сила, действующая на электрон со стороны внешнего магнитного поля F_m в том же состоянии, будет $F_m = \frac{e}{c} v B = \alpha e B$. Если $F_m \gg F_e$, то рассматриваемое состояние будет разрушено и энергетические уровни атома будут определяться в основном магнитным полем. Условие $F_m \gg F_e$ легко привести к виду $B \gg \frac{m_e c}{e \hbar} \alpha^2 m_e c^2 = 2,4 \cdot 10^9$ Гс.

137. При достаточно большом сжатии все вещества становятся металлами, так как электронные оболочки атомов оказываются раздавленными. (Имеются в виду сжатия, при которых ядра еще сохраняют свою индивидуальность, т. е. не происходит образования нейтронной жидкости.) Грубая оценка плотности ρ , при которой наступает металлизация водорода, дается соотношением $N a_1^3 \sim 1$, где N — концентрация атомных ядер, а a_1 — радиус атома водорода. Отсюда $\rho \sim m_H/a_1^3 \sim 1 - 10$ г/см³.

138. При медленном включении магнитного поля

$$m(v - v_0) = -\frac{e}{2\pi r c} (\Phi - \Phi_0) = -\frac{er}{2c} (H - H_0),$$

где $\Phi = \pi r^2 H$ — магнитный поток. Если величина mvr , а с ней и изменение $m(v - v_0)$ квантуются (т. е. $mv - mv_0 = nh/2\pi$), то изменение потока $\Phi - \Phi_0 = nhc/e$ тоже квантуется и при этом зависит от заряда частицы e . Но один или несколько электронов не могут оказать существенного влияния на значение потока внешнего магнитного поля. Отсюда ясно, что при наличии магнитного поля величина mvr не квантуется. Полученный вывод связан с тем, что при наличии магнитного поля обобщенный импульс частицы p не равен mv . Напротив, при определенных условиях, обеспечивающих применимость правил квантования Бора, правило квантования $pr = nh/2\pi$ остается справедливым.

139. Ток в сверхпроводнике течет только в тонком поверхностном слое толщиной, обычно не превосходящей 10^{-5} см. За пределами этого слоя в толще сверхпроводника ток равен нулю и, следовательно, скорость упорядоченного движения электронов $v = 0$. Поэтому на окружности с радиусом r , немного большим,

но практически равным радиусу отверстия в цилиндре, справедливо соотношение

$$pr = \frac{|e^*| \Phi}{2\pi c} = n \frac{h}{2\pi}, \text{ отсюда } \Phi = n \frac{hc}{|e^*|}.$$

140. По правилу квантования момент количества движения $M = nh/2\pi = n\hbar$, $n = 0, 1, 2, \dots$; для круговых орбит $M = pr$. Импульс атома гелия $p = m_{\text{He}}v$, и, следовательно,

$$v = n\hbar/m_{\text{He}}r.$$

§ 3. Волновые свойства частиц.

Квантование энергии

141. $\lambda = h/p$. Импульс p находится из формулы

$$\left(\frac{mc^2 + eV}{c}\right)^2 - p^2 = (mc)^2,$$

где m — масса покоя частицы. Эта формула дает

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meV}} \left(1 + \frac{eV}{2mc^2}\right)^{-1/2}.$$

При $eV \ll 2mc^2$ приближенно

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meV}} \left(1 - \frac{eV}{4mc^2}\right).$$

В нерелятивистском приближении

$$\lambda = h/\sqrt{2meV}.$$

Если $eV \ll 1/6 mc^2$, то нерелятивистская формула дает ошибку, не превосходящую 5%. Для электронов это будет при $V \ll 100$ кэВ, для протонов — при $V \ll 200$ МэВ. Если V выражать в вольтах, λ — в нанометрах, то приближенно

$$\lambda = \sqrt{1,50/V} (1 + 0,978 \cdot 10^{-6}V)^{-1/2} \text{ (для электронов),}$$

$$\lambda = \sqrt{8,2/V} (1 + 0,533 \cdot 10^{-9})^{-1/2} \cdot 10^{-2} \text{ (для протонов).}$$

При $V = 1, 10^2, 10^3, 10^5, 10^{10}, 10^{15}$ В длины волн λ соответственно для электронов: 1,22; 0,122; 0,0387; $4,06 \cdot 10^{-3}$; $1,24 \cdot 10^{-8}$; $1,24 \cdot 10^{-13}$ нм; для протонов: $2,285 \cdot 10^{-2}$; $2,85 \cdot 10^{-3}$; $9,04 \cdot 10^{-4}$; $2,85 \cdot 10^{-4}$; $1,17 \cdot 10^{-7}$; $1,24 \cdot 10^{-12}$ нм.

142. $\lambda = hc/\mathcal{E}$. Если $\mathcal{E} \geq 20mc^2$, т. е. для протонов $\mathcal{E} \geq 20\,000$ МэВ, то эта формула дает ошибку, не превосходящую 5%. При $\mathcal{E} = 70,6$ ГэВ из нее получаем $\lambda = 1,76 \cdot 10^{-8}$ нм.

143. $\lambda \approx h/\sqrt{3mkT} \approx 0,145$ нм, где k — постоянная Больцмана.

144. Для Н: $\lambda_1 = 0,0284$ нм, $\lambda_2 = 0,284 \cdot 10^{-5}$ нм, $\lambda_3 = 0,151$ нм; для Нg: $\lambda_1 = 0,002$ нм, $\lambda_2 = 2 \cdot 10^{-6}$ нм, $\lambda_3 = 0,0107$ нм.

145. $d = h/A \sqrt{2meV} = 0,039$ нм.

$$146. \frac{l_n}{\lambda} = n, \quad \lambda = \frac{h^2 n}{2\pi m e^2 Z} = 3,32 \cdot 10^{-8} \frac{n}{Z} \text{ см.}$$

$$147. T = h^2/3mk\lambda^2 = 14 \text{ К}, \quad d = \lambda/2 = 0,335 \text{ нм.}$$

$$148. \lambda = h\varphi/m\Omega R = 0,92 \text{ нм}, \quad \Delta\lambda/\lambda = a/l\varphi = 0,072.$$

$$149. \lambda' = \sqrt{5/3}\lambda = 0,00129 \text{ нм.}$$

$$150. \mathcal{E}_{\text{кин}} = mc^2(\sqrt{2} - 1) = 0,212 \text{ МэВ.}$$

$$151. \mu = \frac{\lambda_0}{\lambda'} = \sqrt{\frac{\mathcal{E} + U_0}{\mathcal{E}}} = \sqrt{1 + \frac{V_0}{V}} \quad (\mathcal{E} \text{ и } V \text{ соответст-}$$

венно энергия электрона в вакууме и разность потенциалов, пройденная им).

153. $2d \sqrt{\mu^2 - \cos^2 \vartheta} = n\lambda_0$, где λ_0 — длина волны в вакууме, μ — показатель преломления, ϑ — угол скольжения.

$$154. V_0 = \frac{1,50}{4a^2} m^2 - V \sin^2 \vartheta = 15 \text{ В}, \quad \text{где } V \text{ — в вольтах, } a \text{ —}$$

в нанометрах, m — порядок отражения.

$$155. a(\cos \alpha - \cos \alpha_0) = h \sqrt{1,50/V},$$

$$a(\cos \beta - \cos \beta_0) = h \sqrt{1,50/V},$$

$$a \left\{ \sqrt{\cos^2 \gamma + \frac{V_0}{V}} - \sqrt{\cos^2 \gamma_0 + \frac{V_0}{V}} \right\} = l \sqrt{\frac{1,50}{V}},$$

где V — в вольтах, a — в нанометрах, γ_0 и γ — углы между нормалью к падающей и дифрагированной волнам (в вакууме) и нормалью к поверхности кристалла.

$$156. \omega = \frac{v}{2} + \frac{\text{const}}{v}, \quad hv = \frac{1}{2} mv^2 + \text{const}.$$

По формуле Рэлея групповая скорость $u = \omega - \lambda d\omega/d\lambda$. Полагая здесь $\lambda = h/p = h/mv$ и $u = v$ и рассматривая движение с релятивистскими скоростями ($m = \text{const}$), получим

$$v = \omega + v \frac{d\omega}{dv} = \frac{d}{dv}(\omega v),$$

откуда

$$\omega v = \frac{v^2}{2} + \text{const}, \quad \omega = \frac{v}{2} + \frac{\text{const}}{v}.$$

Далее,

$$v = \frac{\omega}{\lambda} = \frac{v/2 + \text{const}/v}{h/mv} = \frac{mv^2/2 + \text{const}}{h}.$$

Во всех явлениях произвольные постоянные, входящие в выражения для v и ω , не играют роли. Их можно положить равными нулю.

Разумеется, решение можно распространить и на движения с релятивистскими скоростями (когда m зависит от v). Тогда, если

отбросить не играющие роли постоянные интегрирования, формулы примут вид

$$\omega = \frac{c^2}{v}, \quad mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = h\nu.$$

157. Физические явления зависят только от разностей энергий. Сами энергии, а следовательно, и соответствующие им частоты волн де Бройля определены с точностью до произвольных постоянных, которые не проявляются ни в каких явлениях. В нерелятивистских теориях постоянные выбираются так, чтобы покоящейся частице соответствовала энергия, равная нулю, а в релятивистских — $m_0 c^2$. Частоты волн де Бройля относятся к принципиально ненаблюдаемым величинам. Все реальные величины, доступные измерению на опыте, в обеих теориях получаются одинаковыми. К таким величинам относится, например, групповая скорость волн де Бройля $d\omega/dk$. Обе теории для нее дают одно и то же выражение, а именно скорость частицы v . В этом легко убедиться, дифференцируя соотношения

$$\omega = \hbar k^2 / 2m_0, \quad (\hbar\omega^2/c^2)^2 - (\hbar k)^2 = (m_0 c)^2.$$

158. Если электрон прошел через щель, то в плоскости самой щели координата x будет фиксирована с точностью $\Delta x \sim d$, где d — ширина щели. Однако в результате дифракции на щели волновая функция электрона ψ будет иметь максимумы и минимумы. Электрон может быть обнаружен в любом месте, где $\psi \neq 0$. Наиболее интенсивным получится максимум нулевого порядка. Его угловая ширина равна 2ϑ , причем $d \sin \vartheta = \lambda$. Практически доста-

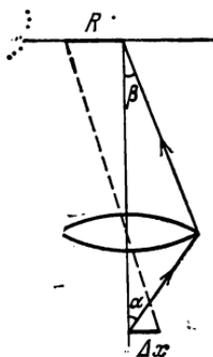


Рис. 18.

точно принять во внимание только такой максимум. В этом приближении после прохождения через щель неопределенность Δp_x импульса электрона получится порядка $\Delta p_x = p \sin \vartheta = \frac{h}{\lambda} \sin \vartheta = \frac{h}{d}$. Таким образом, $\Delta x \cdot \Delta p_x \sim h$.

Более определенное неравенство, которому должны удовлетворять Δx_x и Δp_x , с помощью этих соображений указать нельзя, поскольку не указан точный смысл самих величин Δx и Δp_x .

159. При рассеянии фотона на электроне рассеянный фотон может попасть в любую точку плоскости изображения. Дифракционная картина в этой плоскости состоит из концентрических светлых и темных колец с центральным светлым кружком, называемым кружком Эйри, радиус которого равен $R \approx \lambda/\beta$ (рис. 18). Практически рассеянный фотон может быть зафиксирован только внутри этого кружка, поскольку интенсивность там наибольшая.

В этом приближении положение точки попадания фотона в плоскость изображения может быть определено с точностью порядка R . Неточность положения Δx электрона в предметной плоскости найдется из условия синусов Аббе $R\beta = \Delta x \sin \alpha$, т. е. $\lambda = \Delta x \sin \alpha$. При рассеянии фотона на электроне последний испытывает отдачу, в результате чего импульс электрона получает неконтролируемое приращение $\Delta p_x \sim \frac{h}{\lambda} \sin \alpha$. Таким образом, $\Delta x \cdot \Delta p_x \sim h$.

160. Пусть телом является идеально отражающее зеркало, а свет падает нормально на его поверхность. На основании законов сохранения энергии и импульса

$$\hbar\omega_0 + \frac{1}{2}mv_0^2 = \hbar\omega + \frac{1}{2}mv^2, \quad (1)$$

$$\frac{\hbar\omega_0}{c} + mv_0 = -\frac{\hbar\omega}{c} + mv, \quad (2)$$

где m — масса тела, v_0 и v — его скорости до и после отражения света, ω_0 и ω — частоты падающего и отраженного фотонов. Переписав эти уравнения в виде

$$m(v^2 - v_0^2) = 2\hbar(\omega - \omega_0), \quad (3)$$

$$m(v - v_0) = \frac{\hbar}{c}(\omega + \omega_0), \quad (4)$$

почленным делением находим

$$v + v_0 = 2c \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0 + \omega}.$$

Массу зеркала m можно считать бесконечно большой по сравнению с массой фотона. Тогда

$$v = v_0 = c \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0 + \omega}. \quad (5)$$

Измерив частоты ω_0 и ω , можно по этой формуле вычислить скорость зеркала v . Частоту ω_0 можно считать измеренной точно. Тогда ошибка Δv в значении скорости будет определяться неточностью измерения частоты ω . Чтобы измерить ω с точностью $\Delta\omega$, надо производить измерение в течение времени Δt , удовлетворяющего условию $\Delta\omega \cdot \Delta t \sim 2\pi$. На основании (5)

$$\Delta v = -c \frac{2\omega_0 \Delta\omega}{(\omega_0 + \omega)^2} \approx -c \frac{\Delta\omega}{2\omega_0}.$$

Так как моменты отражения фотона известны с ошибкой Δt , то неточность в значении скорости v поведет к ошибке Δx в определении координаты зеркала:

$$\Delta x \sim |\Delta v \cdot \Delta t| \sim \frac{c}{2\omega_0} |\Delta\omega \cdot \Delta t| \sim \frac{\pi c}{\omega_0}.$$

Согласно (4) при взаимодействии с фотоном зеркало получает неконтролируемое изменение импульса $\Delta p \sim 2\omega_0 \hbar/c$. Следовательно, $\Delta x \cdot \Delta p \sim 2\pi \hbar = h$.

161. $\Delta v_x \sim h/m \cdot \Delta x$. Для шарика $\Delta v_x \sim 10^{-22}$ см/с, для электрона $\Delta v_x \sim 10$ км/с. Отсюда видно, что можно с высокой точностью говорить о движении шарика по классическим траекториям, а для электрона — нет.

162. Чтобы имело смысл представление о классическом движении электрона по первой боровской орбите, необходимо выполнение соотношения $\Delta r \ll r$, где $r = \hbar^2/me^2$ — радиус этой орбиты, а Δr — его неопределенность при определении положения электрона. Соответствующая неопределенность в радиальном импульсе будет

$$\Delta p \approx \frac{h}{\Delta r} \gg \frac{h}{r} = \frac{2\pi \hbar}{r} = \frac{2\pi m e^2}{\hbar},$$

что превосходит сам импульс электрона $p = me^2/\hbar$. Сказанное справедливо и для других боровских орбит, если только главное квантовое число не очень велико.

164. $\mathcal{E}_{\text{кин}} > mc^2 \sqrt{1 + (\lambda/l)^2} - mc^2$, где $\lambda = h/mc$ — комптоновская длина волны электрона (протона). Для электрона $\mathcal{E}_{\text{кин}} > m_e c^2 \lambda_e/l \approx 720$ МэВ. Для протона $\mathcal{E}_{\text{кин}} > m_p c^2 \sqrt{1 + (\lambda_p/l)^2} - m_p c^2 \approx 600$ МэВ.

165. В стационарном состоянии квантовомеханические средние значения кинетической и потенциальной энергий системы связаны соотношением

$$\overline{\mathcal{E}_{\text{кин}}} + \overline{U} = \mathcal{E},$$

где \mathcal{E} — полная энергия системы.

В случае двухатомной молекулы (если не учитывать ее вращения)

$$\overline{\mathcal{E}_{\text{кин}}} = \frac{1}{2\mu} \overline{p^2}, \quad \overline{U} = \frac{1}{2} \mu \omega_0^2 \overline{x^2},$$

причем в силу соотношения неопределенностей

$$\overline{p^2} \cdot \overline{x^2} \geq \frac{\hbar^2}{4}.$$

Таким образом,

$$\frac{1}{2} \mu \omega_0^2 \overline{x^2} + \frac{\hbar^2}{8\mu \overline{x^2}} \leq \mathcal{E}.$$

Левая часть достигает минимума при $\overline{x^2} = \hbar/2\mu\omega_0$. Следовательно,

$$\mathcal{E} \geq \frac{1}{2} \hbar \omega_0.$$

Если допустить, что минимум достигается в основном состоянии (это можно доказать, решая уравнение Шредингера), то для такого

состояния

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} \hbar \omega_0, \quad \overline{x^2} = \frac{\hbar}{2\mu\omega_0}.$$

Размер молекулы порядка $\sqrt{\hbar/2\mu\omega_0}$.

Для атома водорода подобное рассуждение нельзя провести с такой же степенью строгости. В этом случае

$$\overline{U} = -e^2 (\overline{1/r}).$$

Если атом находится в s -состоянии, то

$$\mathcal{E}_{\text{кин}} = \frac{1}{2\mu} \overline{p^2}, \quad \overline{p^2} \cdot \overline{r^2} \geq \frac{\hbar^2}{4}.$$

По порядку величин $\overline{r} \approx \sqrt{\overline{r^2}}$, $(\overline{1/r}) \approx 1/\overline{r}$. Поэтому

$$\mathcal{E} \geq \frac{\hbar^2}{8\mu(\overline{r})^2} - \frac{e^2}{\overline{r}}.$$

Величина справа достигает минимума при

$$\overline{r} = \frac{\hbar^2}{4\mu e^2},$$

чем и определяется порядок величины размера атома водорода в основном состоянии. Соответствующая энергия

$$\mathcal{E} \geq -\frac{2\mu e^4}{\hbar^2}.$$

166. $\mathcal{E} \geq \hbar^2/8mr^2$. Для электрона в атоме $\mathcal{E} \geq 1$ эВ, для электрона в атомном ядре $\mathcal{E} \geq 10^{10}$ эВ = 10^4 МэВ. Отсюда следует, что электроны в ядре находиться не могут, так как энергия связи ядерной частицы в ядре не превосходит 10 МэВ.

$$167. \Delta\lambda \sim \frac{\lambda^2}{c \cdot \Delta t} \sim 10^{-4} \text{ нм}, \quad \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \sim \frac{\lambda}{c \cdot \Delta t} \sim 10^{-7}.$$

168.

$$\psi = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{a}} \cos \frac{n\pi x}{2a} & (n=1, 3, 5, \dots), \\ \frac{1}{\sqrt{a}} \sin \frac{n\pi x}{2a} & (n=2, 4, 6, \dots). \end{cases}$$

$\mathcal{E} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{8ma^2} n^2$ в обоих случаях. Потенциальная энергия на дне ямы принята равной нулю. Начало координат помещено в центре дна ямы.

169. Примем за начало координат центр дна ямы O (см. рис. 4). Тогда уравнение Шредингера для связанных состояний внутри ямы будет

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi = 0, \quad (1)$$

а вне ямы

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} - \alpha^2\psi = 0, \quad (2)$$

где введены обозначения

$$k = \pm \sqrt{2m\mathcal{E}/\hbar^2}, \quad \alpha = \pm \sqrt{2m(U_0 - \mathcal{E})/\hbar^2}. \quad (3)$$

Не теряя общности, условимся считать величины k и α существенно положительными. Внутри ямы общее решение имеет вид

$$\psi = A \cos kx + B \sin kx.$$

Вне ямы решение, удовлетворяющее условиям на бесконечности $x = \pm \infty$, будет

$$\psi = Ce^{-\alpha x} \quad \text{при } x > a,$$

$$\psi = De^{\alpha x} \quad \text{при } x < -a.$$

Из соображений симметрии следует, что плотность вероятности $|\psi|^2$ должна быть симметричной функцией x относительно начала координат. Следовательно, должно быть $C^2 = D^2$, т. е. возможны два случая: $C = D$ и $C = -D$. Постоянные A, B, C, D надо выбрать так, чтобы на краях ямы функция ψ и ее производная $d\psi/dx$ были непрерывны. На границе $x = +a$ это дает

$$\begin{aligned} A \cos ka + B \sin ka &= Ce^{-\alpha a}, \\ -kA \sin ka + kB \cos ka &= -\alpha Ce^{-\alpha a}, \end{aligned}$$

а на границе $x = -a$

$$\begin{aligned} A \cos ka - B \sin ka &= De^{-\alpha a}, \\ kA \sin ka + kB \cos ka &= \alpha De^{-\alpha a}. \end{aligned}$$

Отсюда

$$\begin{aligned} 2A \cos ka &= (C + D) e^{-\alpha a}, & 2kA \sin ka &= \alpha (C + D) e^{-\alpha a}, \\ 2B \sin ka &= (C - D) e^{-\alpha a}, & 2kB \cos ka &= -\alpha (C - D) e^{-\alpha a}. \end{aligned}$$

Если $A \neq 0$ и $C = D$, то

$$k \operatorname{tg} k\alpha = \alpha. \quad (4)$$

Если же $B \neq 0$ и $C = -D$, то

$$k \operatorname{ctg} k\alpha = -\alpha. \quad (5)$$

Эти условия не могут быть удовлетворены одновременно, так как в противном случае получился бы $k^2 = -\alpha^2$, а это невозможно ввиду вещественности k и α . Решение, когда все коэффициенты A, B, C, D равны нулю, физического смысла не имеет. Таким образом, все возможные решения разделяются на два класса: решения с четной волновой функцией, когда $A \neq 0, B = 0, C = D$, и решения с нечетной волновой функцией, когда $A = 0, B \neq 0, C = -D$.

Уровни энергии найдутся путем графического или численного решения уравнения (4) или уравнения (5), в которых положитель-

ные величины k и α определяются выражениями (3). Для графического решения введем безразмерные величины

$$\xi = ak, \quad \eta = \alpha a. \quad (6)$$

Тогда

$$\xi^2 + \eta^2 = \frac{2mU_0 a^2}{\hbar^2}, \quad (7)$$

причем для решений с четной волновой функцией

$$\eta = \xi \operatorname{tg} \xi, \quad (4a)$$

а для решений с нечетной волновой функцией

$$\eta = -\xi \operatorname{ctg} \xi. \quad (5a)$$

На рис. 19, а построены кривые $\eta = \xi \operatorname{tg} \xi$, на рис. 19, б—кривые $\eta = -\xi \operatorname{ctg} \xi$. Вертикальными пунктирными линиями изображены

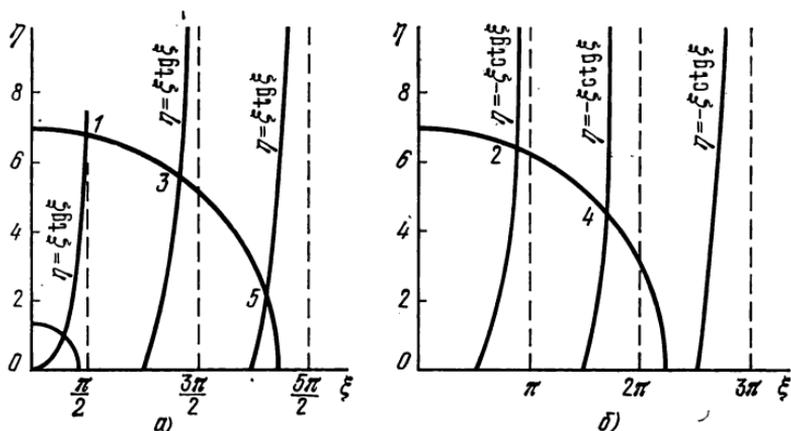


Рис. 19.

асимптоты этих кривых. Ввиду положительности ξ и η нужны только участки этих кривых, расположенные в положительном квадранте ($\xi > 0$, $\eta > 0$). Пересечем эти кривые окружностью (7), радиус которой $\sqrt{2mU_0 a^2/\hbar^2}$ должен считаться известным. Координаты точек пересечения этой окружности с кривыми (4а) и (5а) дадут возможные значения ξ и η . После этого по формулам (3) легко найти значения \mathcal{E} . Число уровней всегда конечно и определяется глубиной U_0 и шириной $2a$ потенциальной ямы. Например, если радиус окружности равен 7, то получается пять уровней. Точкам пересечения 1, 3, 5 соответствуют четные, а точкам 2, 4—нечетные волновые функции. Если $0 \leq U_0 a^2 \leq \hbar^2 \pi^2 / 8m$, то имеется только одна точка пересечения, которой соответствует четная волновая функция.

170. В сферической системе координат уравнение Шредингера для стационарных состояний с волновыми функциями, зависящими только от r , имеет вид

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\psi}{dr} \right) + \frac{2m}{\hbar^2} [\mathcal{E} - U(r)] \psi = 0. \quad (1)$$

Введем новую функцию $\chi = r\psi$. Тогда

$$\frac{d^2\chi}{dr^2} + \frac{2m}{\hbar^2} [\mathcal{E} - U(r)] \chi = 0. \quad (2)$$

Надо найти решения этого уравнения, конечные при $r=0$ и обращаемые в нуль при $r=+\infty$. Это будут

$$\chi = B \sin kr \quad \text{при } r \leq a,$$

$$\chi = C e^{-\alpha r} \quad \text{при } r \geq a,$$

где

$$k = + \sqrt{2m(\mathcal{E} + U_0)/\hbar^2}, \quad \alpha = + \sqrt{-2m\mathcal{E}/\hbar^2}. \quad (3)$$

Задача свелась к предыдущей. Уровни энергии определяются так же, как там. Надо только отбросить состояния с четными и сохранить одни лишь состояния с нечетными волновыми функциями.

171. Из рис. 19, с последующим уточнением числовыми расчетами, находим $\eta = 1,262$, $\xi = 0,9353$. Отсюда

$$\mathcal{E} = -0,756 \frac{\hbar^2}{2ma^2}, \quad U_0 = 1,19 \frac{\hbar^2}{2ma^2}.$$

172. $U_0 = 1,57 \mathcal{E} = 3,50$ МэВ; $a = 0,892 \hbar / \sqrt{m\mathcal{E}} = 3 \cdot 10^{-13}$ см. Здесь m — масса протона. Различие масс протона и нейтрона не учитывалось.

173. Пусть частица локализована вокруг силового центра внутри сферы, радиус которой порядка r . Ее потенциальная энергия будет порядка $-C/r^s$. Неопределенность координаты будет порядка r , а следовательно, неопределенность импульса — порядка \hbar/r . Такого же порядка будет и сам импульс. Следовательно, средняя кинетическая энергия будет порядка \hbar^2/mr^2 , а полная энергия

$$\mathcal{E} \sim \frac{\hbar^2}{mr^2} - \frac{C}{r^s}.$$

Если $s > 2$, то \mathcal{E} может принимать сколь угодно большие отрицательные значения. Но в таком случае должны существовать и уровни энергии со сколь угодно большими по абсолютной величине отрицательными значениями \mathcal{E} — произойдет падение частицы на силовой центр. Если же $s < 2$, то сколь угодно большие по абсолютной величине значения \mathcal{E} невозможны, а потому и невозможно падение на силовой центр.

174. Волновая функция ψ зависит только от r — расстояния электрона от ядра атома. Если Ze — заряд ядра, то уравнение Шредингера в сферической системе координат будет

$$\frac{d^2\psi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\psi}{dr} + \left(\frac{q}{r} - \beta^2 \right) \psi = 0, \quad (1)$$

где введены обозначения

$$\beta^2 = -2m\mathcal{E}/\hbar^2, \quad q = 2mZe^2/\hbar^2. \quad (2)$$

Введем новую функцию $u(r)$ по формуле

$$\psi = \frac{u(r)}{r} e^{-\beta r}.$$

Тогда

$$\frac{d^2u}{dr^2} - 2\beta \frac{du}{dr} + \frac{q}{r} u = 0. \quad (3)$$

Ищем решение этого уравнения в виде ряда

$$u = \sum_{k=\gamma}^{\infty} a_k r^k, \quad (4)$$

где γ — постоянное число, пока что не определенное. Подставляя (4) в (3) и приравнивая члены с одинаковыми степенями, придем к соотношениям

$$\gamma(\gamma - 1) = 0, \quad (5)$$

$$k(k+1)a_{k+1} - 2\beta ka_k + qa_k = 0 \text{ при } k > \gamma. \quad (6)$$

Из (5) следует, что либо $\gamma = 0$, либо $\gamma = 1$. Значение $\gamma = 0$ невозможно, так как тогда при $r = 0$ функция ψ обращалась бы в бесконечность как $1/r$, а она должна быть конечной. (Точнее, исходя из требования сохранения числа частиц, можно показать, что ψ может обращаться в бесконечность не быстрее, чем $1/r^s$, где $s < 1$.) Поэтому $\gamma = 1$.

Исследуем теперь поведение ряда (4) на бесконечности. Из (6) при $k > 1$ получаем

$$\frac{a_{k+1}}{a_k} = \frac{2\beta k - q}{k(k+1)}. \quad (7)$$

Отсюда следует, что при $k \rightarrow \infty$

$$\frac{a_{k+1}}{a_k} \rightarrow \frac{2\beta}{k+1}.$$

Но коэффициенты c_k разложения

$$e^{2\beta r} = \sum_{k=0}^{\infty} c_k r^k = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} (2\beta r)^k$$

асимптотически ведут себя на бесконечности так же, как и коэффициенты a_k , так как

$$\frac{c_{k+1}}{c_k} = \frac{2\beta}{k+1}.$$

Значит, на бесконечности сумма ряда (4) асимптотически ведет себя как показательная функция $e^{+2\beta r}$, а волновая функция $\psi(r)$ — как $e^{\beta r}/r$, т. е. при произвольно выбранном значении \mathcal{E} функция $\psi(r)$ при $r = \infty$ обращается в бесконечность. Этого не будет только для таких значений \mathcal{E} , при которых ряд (4) обрывается, т. е. переходит в сумму конечного числа членов. Пусть, например, при $k = n$ числитель $2\beta k - q = 0$. Тогда, как видно из (7), a_{n+1} и все последующие коэффициенты будут равны нулю, т. е. ряд (4) оборвется. Следовательно, n -й энергетический уровень определится условием $2\beta n - q = 0$. Используя его, из (2) находим

$$\mathcal{E} = -\frac{mZ^2e^4}{2\hbar^2n^2}, \quad (8)$$

что совпадает с соответствующей формулой теории Бора.

175. $\psi = e^{-qr/2}$, $\mathcal{E} = -mZ^2e^4/2\hbar^2$. Постоянная q определяется выражением (2) решения задачи 174. Функция ψ представляет основное состояние водородоподобного атома.

$$176. |\psi|^2 = \frac{q^2}{4\pi} e^{-qr}.$$

177. $4\pi r^2 |\psi|^2 = q^3 r^2 e^{-qr}$. Эта величина максимальна при $r = 2/q = \hbar^2/mZe^2 = a_1$, где a_1 — радиус первой круговой боровской орбиты.

$$178. \bar{r} = 3/q = 3/2a_1.$$

$$179. \overline{(1/r)} = q/2 = 1/a_1.$$

$$180. \bar{U} = -Ze^2/a_1; \mathcal{E}_{\text{кин}} = Ze^2/2a_1 = -\bar{U}/2.$$

181. Запишем уравнение Шредингера в виде

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi = 0, \quad (1)$$

где

$$k^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (\mathcal{E} - U). \quad (2)$$

В области I волновая функция частицы состоит из падающей волны

$$\psi_1 = e^{i(k_1x - \omega t)}$$

и отраженной

$$\psi_1' = re^{-i(k_1x + \omega t)},$$

а в области II — из прошедшей волны

$$\psi_2 = de^{i(k_2x - \omega t)},$$

где индексами 1 и 2 отмечены волновые векторы в областях I и II соответственно. Амплитуда падающей волны принята равной единице, что, очевидно, не нарушает общности получаемых ниже

результатов. Волновая функция и ее производная по x на границе раздела должны быть непрерывны. Это приводит к уравнениям

$$1 + r = d, \quad k_1 - k_1 r = k_2 r,$$

из которых находим

$$r = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}, \quad d = \frac{2k_1}{k_1 + k_2}. \quad (3)$$

1) Если $\mathcal{E} > U_2$, то волна ψ_2 однородна. Для однородной волны поток энергии пропорционален плотности вероятности $|\psi|^2$, кинетической энергии $\mathcal{E} - U$, т. е. k^2 , и скорости частицы v , т. е. групповой скорости волны $d\omega/dk = k/m$. Учитывая это, при $\mathcal{E} > U_2$ из (3) находим

$$R = r^2 = \left| \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \right|^2, \quad D = \frac{k_2}{k_1} d^2 = \frac{4k_1 k_2}{(k_1 + k_2)^2}, \quad (4)$$

так что $R + D = 1$ в согласии с законом сохранения энергии.

2) Если $\mathcal{E} < U_2$, то k_2 — чисто мнимое, т. е. волна во второй области неоднородна. В этом случае $R = 1$, т. е. отражение полное. Полагая $k_2 = i\alpha$, для волны во второй области получим

$$\psi_2 = \frac{2k_1}{k_1 + k_2} e^{-\alpha x} e^{-i\omega t}, \quad (5)$$

т. е. амплитуда колебаний в области II экспоненциально затухает при удалении от границы раздела областей.

Глубина проникновения l определяется как расстояние, на котором плотность потока энергии убывает в e раз. Для нее получаем

$$l = 1/2\alpha = \lambda_2/4\pi, \quad (6)$$

где

$$\lambda_2 = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m(U_2 - \mathcal{E})}} = \frac{h}{\sqrt{2m(U_2 - \mathcal{E})}}. \quad (7)$$

182. $l = 0,56$ нм.

184. Используем обозначения, применявшиеся в задачах 181 и 183. Поместим начало координат на первой границе области I.

Амплитуду падающей волны примем за единицу. Направления распространения волн в областях I, II, а также внутри потенциального барьера (ямы) на рис. 20 обозначены стрелками. Каждая волна характеризуется амплитудой и волновым числом. Например, (a, k) и $(b, -k)$ обознача-

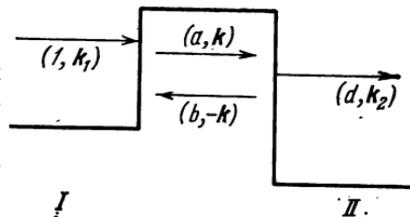


Рис. 20.

ют волны внутри барьера (ямы) с амплитудами a и b соответственно. Из них первая волна распространяется вправо, а вторая — влево. На границах барьера волновая функция и ее производная по x должны быть непрерывными.

Из этих условий можно определить обе неизвестные величины r и d . Однако решение упростится, а окончательный результат выразится в более компактной форме, если исходить из уравнений

$$r = r_1 + d_1' b, \quad a = d_1 + r_1' b.$$

Первое из них выражает тот факт, что волна (a, \mathbf{k}) получается в результате прохождения волны $(1, \mathbf{k}_1)$ через первую границу и отражения от той же границы волны $(b, -\mathbf{k})$. Аналогичный смысл имеет и второе уравнение. При написании аналогичных уравнений на второй границе необходимо принять во внимание, что комплексные амплитуды преобразуются при смещении начала координат, получая при этом фазовые множители, зависящие от направления распространения волн. С учетом этого имеем

$$be^{-ikl} = r_2 a e^{ikl}, \quad de^{ik_2 l} = d_2 a e^{ik_1 l}.$$

Решая полученные уравнения и учтя, что $r_1' = -r_1$, $r_1^2 + d_1 d_1' = 1$, находим искомые коэффициенты:

$$r = \frac{r_1 + r_2 e^{2ikl}}{1 + r_1 r_2 e^{2ikl}}, \quad d = \frac{d_1 d_2 e^{-i(k_2 - k_1)l}}{1 + r_1 r_2 e^{2ikl}}.$$

185. Полная энергия \mathcal{E} должна быть больше потенциальной энергии U частицы внутри барьера (ямы). Толщина барьера (ямы) должна быть $l = \lambda/4, 3\lambda/4, 5\lambda/4, \dots$, где $\lambda = h/\sqrt{2m(\mathcal{E} - U)}$ — длина волны де Бройля внутри барьера (ямы).

186. Энергия взаимодействия (в расчете на частицу) $U \sim e^2/d \sim e^2 N^{1/3}$, в то время как кинетическая энергия $\mathcal{E}_{\text{кин}} \sim \frac{\hbar^2}{m} N^{2/3}$. Поэтому с ростом концентрации N неравенство $U \ll \mathcal{E}_{\text{кин}}$ усиливается.

187. Плотность жидкого водорода $\rho \approx 0,07$ г/см³, а потому $T_0 \approx 6$ К. Однако водород затвердевает (при атмосферном давлении) при $T = 14$ К, т. е. «не успевает» перейти в сверхтекучее состояние.

188. $\mathcal{E}_n = -\frac{e^4}{2\hbar^2 \varepsilon^2 n^2} \frac{m_e m_h}{m_e + m_h}$, $a_n = \frac{\hbar^2 \varepsilon n^2}{e^2} \frac{m_e + m_h}{m_e m_h}$. При ука-

занных значениях $|\mathcal{E}_1| = 13,5/2000 \approx 7 \cdot 10^{-2}$ эВ, $a_1 \approx 10^{-6}$ см.

189. Условие газового приближения: $Na_1^3 \ll 1$, откуда концентрация экситонов $N \ll 10^{18}$ см⁻³. При повышении N экситоны коллективизируются и в дальнейшем с ростом N образуют металлическую экситонную жидкость.

190. Необходимо, чтобы время жизни τ_a относительно аннигиляции было достаточно велико по сравнению с характерным временем $\tau \sim \hbar/|\mathcal{E}_1|$, где $|\mathcal{E}_1|$ — энергия связи позитрония или экситона (считаем их находящимися в основном состоянии).

191. Образование поверхностных экситонов возможно. Их энергии связи и радиусы (в направлении поверхности кристалла) определяются такими же выражениями, как в трехмерном случае (см. ответ к задаче 188). Однако, как следует из точного расчета, коэффициенты в соответствующих формулах все же несколько иные. Это можно использовать для исследования поверхностных (двумерных) экситонов.

192. Среднее расстояние между частицами $d \sim N^{-1/3}$. Их кинетическая (нулевая) энергия, как следует из соотношения неопределенностей, $\mathcal{E}_{\text{кин}} \sim \mathcal{E}_0 \sim \frac{\hbar^2}{2md^2} \sim \frac{\hbar^2}{m} N^{2/3}$. Отсюда $T_0 \sim \frac{\mathcal{E}_0}{k} \sim \frac{\hbar^2}{mk} N^{2/3}$, где k — постоянная Больцмана.

193. $l \approx \hbar^2/kT \sim 10^{-40}$ г·см², где k — постоянная Больцмана; $v \sim l(l+1)kT/\hbar$, где $l=0, 1, 2, \dots$, $v_{\text{мин}} \sim kT/\hbar \sim 2 \cdot 10^{12}$ с⁻¹, $\lambda_{\text{макс}} \sim ch/kT \sim 1,5 \cdot 10^{-2}$ см. Соответствующая линия лежит в далекой инфракрасной области спектра.

§ 4. Рентгеновские лучи и плазма

194. $\lambda = h/\sqrt{2meV} = 5,49 \cdot 10^{-10}$ см.

195. $v = h/m\lambda = 7,28 \cdot 10^8$ см/с.

196. $\lambda = \lambda_0/(Z - \alpha)^2 = 1,140 \cdot 10^{-8}$ см, где λ_0 — длина волны водородной серии Бальмера.

197. $\theta = \arcsin(\lambda/2d) = 14^\circ 29'$.

198. $d_{\text{мин}} = \frac{\lambda^2}{4\lambda_k \sin^2(\theta/2) \text{ с. п. ф.}} = 2$ нм, где $\lambda_k = h/m_e c = 0,0024$ нм — комптоновская длина волны для электрона.

199. Все дело в поляризации рассеянного излучения. Если падающий луч не поляризован, а колебания в нем поперечны, то луч, рассеянный телом A и идущий в направлении к B , будет поляризован, и притом так, что плоскость колебаний его будет совпадать с плоскостью чертежа. Значит, вынужденные колебания электронов тела B будут совершаться в направлении, параллельном BC . В этом направлении электроны не излучают, чем и объясняется отсутствие рассеянного излучения в рассматриваемом направлении.

Вещества с большими атомными номерами непригодны потому, что они дают жесткое собственное характеристическое излучение, и притом значительной интенсивности. Уголь, парафин и т. п. дают слабое и мягкое собственное излучение, поглощающееся в воздухе на пути уже в несколько сантиметров, — такое излучение не мешает при постановке опыта.

200. $\nu = Rc(Z-1)^2 \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2^2} \right) = 4,16 \cdot 10^{18} \text{ c}^{-1}$; $\lambda_{\alpha} = 0,072 \text{ нм}$
(в действительности $\lambda_{\alpha} = 0,071 \text{ нм}$). $\mathcal{E} = h\nu = 2,72 \cdot 10^{-8} \text{ эрг} =$
 $= 17 \text{ 100 эВ}$.

201. $V = 1234/\lambda \text{ В}$, где λ в нанометрах; $V_{\text{Mo}} \approx 23 \text{ кВ}$, $V_{\text{Cu}} \approx$
 $\approx 10 \text{ кВ}$, $V_{\text{Fe}} \approx 8,5 \text{ кВ}$. Истинные значения V соответственно
равны $V_{\text{Mo}} = 20 \text{ кВ}$, $V_{\text{Cu}} = 8,9 \text{ кВ}$, $V_{\text{Fe}} = 7,1 \text{ кВ}$.

202. $\lambda_{\text{Mo}} \approx 0,062 \text{ нм}$, $\lambda_{\text{Fe}} \approx 0,17 \text{ нм}$, $\lambda_{\text{Cu}} \approx 0,14 \text{ нм}$.

203. Излучение Cg возбуждается; излучение Co не возбуждается.

204. Возбуждаются все линии всех серий, кроме K -серии.

205. Zr и Mo ; между ними находится элемент Nb .

206. Na .

207. 60 000 В .

208. $\lambda \approx 0,154 \text{ нм}$.

209. $\nu \approx 5 \cdot 10^9 \text{ см/с}$.

210. $a \cos \alpha = n\lambda$, где n — целое число. В фокальной плоскости
наблюдается система гипербол.

211. 1) $a(\cos \alpha - \cos \alpha_0) = n\lambda$. 2) Расстояние до экрана D
должно удовлетворять условию

$$D \gg \frac{(L \cos \alpha)^2}{\lambda} = N^2 n^2 \lambda,$$

где N — число рассеивающих центров.

212. Система концентрических колец.

213. $a \cos \alpha = n_1 \lambda$, $b \cos \beta = n_2 \lambda$, где n_1 и n_2 — целые числа,
 α и β — углы между направлением дифрагированного луча и
взаимно перпендикулярными линейными цепочками точек, из ко-
торых состоит плоская решетка. Дифракционная картина состоит
из пятен, расположенных в точках пересечения двух семейств
гипербол: одно семейство соответствует дифракционной картине
от одной линейной цепочки точек, а другое — от линейной цепочки,
к ней перпендикулярной.

214. $a \cos \alpha = n_1 \lambda$; $b \cos \beta = n_2 \lambda$; $c(1 - \cos \gamma) = n_3 \lambda$, где γ —
угол между направлением падающих лучей и дифрагированным
лучом. Максимумы на экране находятся в тех местах, где кон-
центрические окружности, соответствующие дифракции на линей-
ной цепочке, параллельной направлению падающих лучей, про-
ходят через точки пересечения гипербол, соответствующих дифрак-
ции от плоской решетки. Вообще говоря, при произвольной λ
максимумы наблюдаться не будут, λ должна удовлетворять условию

$$\left(\frac{n_1}{a} \right)^2 + \left(\frac{n_2}{b} \right)^2 + \left(\frac{n_3}{c} \right)^2 = \frac{4 \sin^2(\gamma/2)}{\lambda^2}.$$

$$215. \left. \begin{aligned} a(\cos \alpha - \cos \alpha_0) &= n_1 \lambda, \\ a(\cos \beta - \cos \beta_0) &= n_2 \lambda, \\ a(\cos \gamma - \cos \gamma_0) &= n_3 \lambda \end{aligned} \right\} \text{условия Лауэ.}$$

$$\lambda = -2a \frac{n_1 \cos \alpha_0 + n_2 \cos \beta_0 + n_3 \cos \gamma_0}{n_1^2 + n_2^2 + n_3^2}.$$

$$216. \frac{2a}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2 + n_3^2}} \sin \vartheta = \lambda.$$

217. Примем ребра элементарного параллелепипеда a_1, a_2, a_3 решетки за базисные векторы косоугольной системы координат. Радиус-вектор атома решетки представится выражением

$$\mathbf{r} = x\mathbf{a}_1 + y\mathbf{a}_2 + z\mathbf{a}_3,$$

где координаты x, y, z принимают целочисленные значения. Пусть \mathbf{s}_0 — единичный вектор в направлении падающего луча, а \mathbf{s} — в направлении одного из дифрагировавших пучков (рис. 21). Условия Лауэ запишем в виде

$$(\mathbf{s} - \mathbf{s}_0) \mathbf{a}_1 = m_1 \lambda, \quad (\mathbf{s} - \mathbf{s}_0) \mathbf{a}_2 = m_2 \lambda, \quad (\mathbf{s} - \mathbf{s}_0) \mathbf{a}_3 = m_3 \lambda.$$

Вектор $\mathbf{N} = \mathbf{s} - \mathbf{s}_0$ параллелен биссектрисе угла между падающим и отраженным лучами. С введением этого вектора получаем

$$(\mathbf{N} \mathbf{a}_1) = m_1 \lambda, \quad (\mathbf{N} \mathbf{a}_2) = m_2 \lambda, \quad (\mathbf{N} \mathbf{a}_3) = m_3 \lambda.$$

Через атом в начале координат O проведем плоскость, перпендикулярную к вектору \mathbf{N} . Ее уравнение имеет вид $(\mathbf{N} \mathbf{r}) = 0$. Чтобы атом лежал в этой плоскости, необходимо и достаточно, чтобы его координаты удовлетворяли уравнению

$$(\mathbf{N} \mathbf{a}_1) x + (\mathbf{N} \mathbf{a}_2) y + (\mathbf{N} \mathbf{a}_3) z = 0,$$

или $m_1 x + m_2 y + m_3 z = 0$. Как бы ни были целые числа m_1, m_2, m_3 , существует двухпараметрическое семейство целочисленных решений этого уравнения. Тем самым доказано, что плоскость $(\mathbf{N} \mathbf{r}) = 0$ является атомной плоскостью.

Из доказанного следует, что для любого дифрагированного луча \mathbf{s} можно указать атомную плоскость, а следовательно, и бесконечное семейство параллельных ей атомных плоскостей, при зеркальном отражении от которых возникают

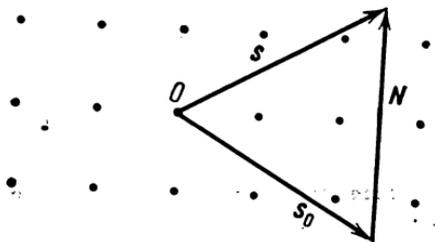


Рис. 21.

лучи того же направления, что и рассматриваемый дифрагированный луч. Тем самым доказано, что условием Вульфа — Брегга охватываются все направления, по которым могут распространяться дифрагированные рентгеновские пучки. Значит, каждый боковой пучок, возникший при дифракции на той или иной атомной плоскости,

совпадает по направлению с пучком, зеркально отразившимся какой-то другой атомной плоскостью. Направлениями зеркально отраженных лучей исчерпываются все возможные направления на дифракционные максимумы.

218. В принципе дифракция возможна всегда, но угол дифракции ничтожно мал, особенно при нормальном падении лучей на решетку. Кроме того, падающий пучок должен быть в высокой степени параллельным. Практически дифракция рентгеновских лучей на решетке не наблюдается, когда углы падения значительно отличаются от 90° . Только при приближении угла падения к 90° удается преодолеть указанные трудности. Обычно углы падения выбирают больше предельного угла полного внутреннего отражения. Тогда удается получать отчетливую дифракцию рентгеновских лучей от обычных отражательных решеток.

219. 1; 2; 4.

220. Будет наблюдаться система концентрических колец (центр — след первичного пучка). $\operatorname{tg} 2\theta = z/R$, $2d \sin \vartheta = n\lambda$.

221. Для калия $a = \sqrt[3]{2Am_{\text{H}}/\delta} = 5,35 \cdot 10^{-8}$ см. Для алюминия $a = \sqrt[3]{2Am_{\text{H}}/\delta} = 4,05 \cdot 10^{-8}$ см, где A — атомная масса, m_{H} — масса атома водорода.

222. Пусть одна из плоскостей проходит через начало координат. По определению миллеровских индексов соседние параллельные ей плоскости отсекают на осях координат отрезки a/h , a/k , a/l . Следовательно, уравнение этих плоскостей будет $hx + ky + lz = a$. Из этого уравнения находим искомое межплоскостное расстояние:

$$d = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}.$$

223. 1) $d_{100} = a$, $d_{110} = a/\sqrt{2}$, $d_{111} = a/\sqrt{3}$;

2) $d_{100} = a/2$, $d_{110} = a/\sqrt{2}$, $d_{111} = a/2\sqrt{3}$;

3) $d_{100} = a/2$, $d_{110} = a/2\sqrt{2}$, $d_{111} = a/\sqrt{3}$.

224. $a_{\text{NCl}} = \sqrt[3]{\mu/2N_{\text{A}}\rho} = 0,2814$ нм; $a_{\text{Fe}} = \sqrt[3]{2\mu/N_{\text{A}}\rho} = 0,287$ нм (N_{A} — число Авогадро, μ — молярная масса).

225. $\lambda = 0,147$ нм.

226. $d = 0,628$ нм.

227. Ni.

228. Рассматриваемому излучению соответствует энергия

$$\mathcal{E} = 13,6(Z-1)^2 \cdot \frac{3}{4} \text{ эВ},$$

где Z — порядковый номер элемента. Минимальное значение Z определится из условия $\lambda < 2d$. Отсюда легко получить $Z \geq 18$.

229. Условие пропускания: $\lambda > 2d$, где λ — длина волны де Бройля для бериллия. Отсюда

$$\mathcal{E}_{\text{гр}} = h^2/8md^2 \approx 5 \cdot 10^{-3} \text{ эВ.}$$

230. Для сколь угодно удаленной точки наблюдения средy можно разбить параллельными плоскостями на бесконечно тонкие слои, перпендикулярные к направлению распространения волны. Поперечные размеры слоев практически ничем не ограничены. Каждый такой слой будет содержать практически неограниченное число частиц, и поэтому на далеких расстояниях его излучение совпадает с излучением макроскопического тела. Для большей конкретности каждый слой можно разбить на зоны Френеля и применить для вычисления поля излучения метод зон Френеля. Подобными рассуждениями легко убедиться в том, что показатель преломления имеет смысл для сколь угодно разреженной среды. Он определяет скорость распространения фазы.

233. Время распространения сигнала

$$t = \int \frac{dx}{v_{\text{гр}}} = \frac{1}{c} \int \frac{dx}{\sqrt{1 - (\omega_{\text{пл}}/\omega)^2}},$$

где $\omega_{\text{пл}}$ — плазменная частота, т. е. $\omega_{\text{пл}}^2 = 4\pi n(x) e^2/m_e$. Разлагая корень, находим время запаздывания Δt , а затем число свободных электронов

$$N = \int n(x) dx = \frac{\Delta t}{r_0/c} \frac{2\pi}{\lambda_2^2 - \lambda_1^2} \approx 4 \cdot 10^{17} \text{ электронов,}$$

где $r_0 = e^2/m_e c^2 = 2,8 \cdot 10^{-13}$ см — классический радиус электрона.

§ 5. Сложные атомы. Атом в магнитном поле

234. $\mu = eh/4\pi mc = 0,92 \cdot 10^{-20}$ эрг/Гс.

235. $\mu/l = e/2mc$.

238. $\mathcal{E} \approx \mu^2/r^3 \approx 3 \cdot 10^{-24}$ эрг.

239. $\omega = 2nl/J$, где n — число атомов в цилиндре и J — момент инерции цилиндра.

240. $\alpha = \mu/l = 2M/\omega J$, где $M = n\mu$ — магнитный момент цилиндра.

241. $\omega = \frac{2N_A h}{Mm^2} L\rho = 1,12 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$. Здесь m — масса цилиндра, L — его длина, M — атомная масса железа, ρ — его плотность, N_A — число Авогадро.

242. $l = h/4\pi = 0,52 \cdot 10^{-27}$ эрг/с; $\mu = eh/4\pi mc = 0,92 \cdot 10^{-20}$ эрг/Гс; $\alpha = \mu/l = e/mc = 1,76 \cdot 10^8$ с/Гс.

243. H: 2; Li: 2; Fe: 1, 3, 5, 7, 9; Cl: 2, 4, 6, 8; He: 1, 3; Mg: 1, 3; Hg: 1, 3; U: 1, 3, 5, 7.

244. Sr⁺: 2; Li⁺: 1, 3; Ca⁺: 2; C⁺⁺: 1, 3; O⁺⁺⁺: 1, 3.

245. 4.

246. $\Delta \mathcal{E} = ehH/4\pi mc$; число уровней равно семи.

247. На 3 компоненты (в силу правила отбора $\Delta m = 0, \pm 1$).

248. $\Delta \mathcal{E} = \frac{Ze}{2mca^3} \frac{h}{2\pi} l \frac{e}{mc} \frac{h}{2\pi} s \cos(\hat{l}s)$. $Z=1, n=2, l=1,$
 $s=1/2, \cos(\hat{l}s) = \pm 1, a_2^3 = 4^3 a_0^3, \Delta \mathcal{E} = 2 \cdot 10^{-17}$ эрг.

249. $\Delta \lambda = 0,0003$ нм.

250. Если $\Delta \nu$ — интервал между компонентами с внутренними квантовыми числами j и $j' = j+1$, то $\Delta \nu$ пропорционально j' .

251. $2j+1$.

252. На 2.

253. $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 + mg \frac{ehH}{4\pi mc}$, где \mathcal{E} — энергия атома в поле, \mathcal{E}_0 — энергия без поля, $m = -j, -j+1, \dots, +j$ и $g = (2j+1)/(2l+1)$.

254. На 18.

255. 6.

256. $2n^2$.

258. $2(2l+1)$.

259. $L \sim \frac{4\pi m_e c^2}{eB} = 4,3$ см.

260. Множитель Ланде

$$g = \frac{3}{2} + \frac{s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)}$$

Для термина $p_{3/2}$ $j=3/2, l=1, s=1/2$ этот множитель равен $g_1 = 4/3$; для термина $s_{1/2}$ $j=1/2, l=0, s=1/2$, а потому $g = g_2 = 2$. Смещения подтермов, на которые расщепляются соответствующие термы, пропорциональны gm_j , где m_j — проекция полного момента j на направление магнитного поля. Соответствующие значения приведены в следующей таблице:

$p_{3/2}$	m_j	-3/2	-1/2	+1/2	+3/2
	gm_j	-2	-2/3	+2/3	+2
$s_{1/2}$	m_j		-1/2	+1/2	
	gm_j		-1	+1	

Разрешенные переходы между подтермами удовлетворяют правилу отбора $(m_j)^1 - (m_j)^2 = 0, \pm 1$. Остальные переходы являются запрещенными. Разрешенные переходы и соответствующие

щие им номера испускаемых спектральных линий с указанием поляризации (π или σ) приведены в следующей таблице:

Переходы $m_j^1 \rightarrow m_j^2$	Поляризация	$(gm_j)^1 - (gm_j)^2$	№ линии
$-3/2 \rightarrow +1/2$ $-3/2 \rightarrow -1/2$	запрещен σ	$-2 - (-1) = -1$	2
$-1/2 \rightarrow +1/2$ $-1/2 \rightarrow -1/2$	σ π	$-2/3 - 1 = -5/3$ $-2/3 + 1 = 1/3$	1 4
$+1/2 \rightarrow +1/2$ $+1/2 \rightarrow -1/2$	π σ	$2/3 - 1 = -1/3$ $2/3 + 1 = 5/3$	3 6
$3/2 \rightarrow 1/2$ $3/2 \rightarrow -1/2$	σ запрещен	$2 - 1 = 1$	5

Смещенные линии расположены симметрично относительно несмещенной: три линии смещены влево, остальные три — вправо. Всего получается шесть смещенных компонент.

Магнитное поле считается слабым, если ларморовская частота $eH/2m_e c$ мала по сравнению с частотой $2\pi c \Delta\lambda/\lambda^2$, соответствующей расстоянию в частотах между компонентами исходного мультиплета. Это дает $H \ll 4\pi m_e c^2 \Delta\lambda / e\lambda^2$. В этом случае получается сложный эффект Зеемана. Для D -линии натрия должно быть $H \ll 3,7 \cdot 10^6$ Гс. В противоположном случае эффект Зеемана будет простым.

261. Как показано в предыдущей задаче, одна из линий дублета расщепляется в магнитном поле на 6 компонент с расстоянием между крайними компонентами

$$\Delta\omega = \frac{5}{3} \Omega - \left(-\frac{5}{3} \Omega \right) = \frac{10}{3} \Omega,$$

где $\Omega = eH/2m_e c$ — ларморовская частота. (Аналогично, но на 4 компоненты расщепляется вторая линия дублета.) Спектральный прибор для исследования расщепления должен не только разрешать расщепленные линии, но и не должен давать перекрытия прядков. Значит, область дисперсии $\Delta\lambda$ должна быть не меньше

$$\lambda \frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{\lambda^2}{2\pi c} \frac{10}{3} \frac{eH}{2m_e c} = \frac{5}{6} \frac{\lambda^2 eH}{\pi m_e c^2}.$$

Подставляя сюда $\Delta\lambda = \lambda/m$, где $m = d(n-1)/\lambda$ — порядок спектра,

получим

$$d \leq \frac{6\pi m_e c^2}{5eH(n-1)} \approx 2,6 \text{ см.}$$

262. Нормальный (простой), так как рассматриваемая линия — синглет. Разрешающая способность интерферометра $N_{\text{эфф}} m$ должна быть не меньше $\omega/\delta\omega$, где $\delta\omega = \Omega = eH/m_e c$. Величина $\delta\lambda = \frac{2\pi c}{\omega^2} \delta\omega$ должна быть меньше дисперсионной области λ/m , где $m = L/\lambda$ — порядок спектра. Из этих условий получаем

$$\frac{2\pi m_e c^2}{eH N_{\text{эфф}}} < L < \frac{2\pi m_e c^2}{eH},$$

или в рассматриваемом случае

$$0,54 \text{ мм} < L < 10,7 \text{ мм.}$$

263. Энергия магнитного взаимодействия позитрона и электрона $\mathcal{E} \approx \mu_B^2/r^3$, где $\mu_B = e\hbar/2m_e c$ — магнетон Бора, а $r = 8\hbar^2/m_e e^2$ — радиус 2-й боровской орбиты позитрония. Возможны два состояния позитрония: с параллельными и антипараллельными спинами. Разность энергий в обоих состояниях $\Delta\mathcal{E} = 2\mathcal{E}$. Отсюда нетрудно получить

$$\Delta\mathcal{E} \approx \frac{m_e c^2}{1024} \alpha^4 \approx 1,4 \cdot 10^{-6} \text{ эВ,}$$

где $\alpha = e^2/\hbar c = 1/137$ — постоянная тонкой структуры. Соответствующее расщепление в длинах волн $\Delta\lambda \approx 88 \text{ см.}$

264. Требуемое получается усреднением выражения $s^2 = s_x^2 + s_y^2 + s_z^2$ с учетом симметрии пространства.

265. 10^9 .

266. $n/n_0 \approx 5 \cdot 10^{-6}$.

267. $t = \frac{1}{n} \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right) \approx 2,5 \cdot 10^{-9} \text{ с.}$

§ 6. Экспериментальные методы ядерной физики

268. $m = \mu p V / RT \approx 0,2 \text{ г.}$

269. $T_2 = T_1 k^{1-\gamma} \approx 268 \text{ К, } t_2 = -5 \text{ }^\circ\text{С.}$

270. По определению $S = \rho_1/\rho_2$, где $\rho_1 = m_1/V_1$, $\rho_2 = m_2/V_2$. Здесь m_1 — масса пара, насыщающего сжатый объем камеры V_1 при температуре T_1 , а m_2 — масса пара, насыщающего расширенный объем камеры V_2 при температуре T_2 . Таким образом, $S = \frac{m_1 V_2}{m_2 V_1}$. По уравнению Клапейрона для пара до и после расширения камеры находим

$$P_1 V_1 = \frac{m_1}{\mu} RT_1, \quad P_2 V_2 = \frac{m_2}{\mu} RT_2.$$

Второе из этих уравнений относится к случаю, когда избыток паров сконденсировался, причем мы пренебрегли незначительным повышением температуры за счет конденсации. Из этих уравнений, используя уравнение адиабаты $T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$, найдем

$$S = \frac{P_1}{P_2} \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = \frac{P_1}{P_2} k^{1-\gamma}.$$

271. Для воды: 1) 3,1, 2) 4,1; для спирта: 1) 2,3, 2) 2,7.

272. $S = 6,5$.

273. $R_{кр} = 2\sigma/(P_{п} - P_{ж}) \approx 4 \cdot 10^{-7}$ см. Мы пренебрегли зависимостью давления насыщенного пара от кривизны поверхности. Легко убедиться, что это допустимо.

274. Энергия δ -электрона \mathcal{E} должна быть не меньше энергии образования пузырька с радиусом $R_{кр}$ (см. задачу 273). Последняя энергия складывается из поверхностной энергии пузырька и теплоты испарения жидкости в пузырек. Поэтому

$$\mathcal{E} \geq 4\pi R_{кр}^2 + \frac{4\pi}{3} R_{кр}^3 n q \approx 200 \text{ эВ},$$

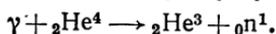
поскольку число молей в единице объема пара при давлении $P_{п}$ и критический радиус равны соответственно

$$n = P_{п}/RT = 5,4 \cdot 10^{-4}, \quad R_{кр} = 2\sigma/(P_{п} - P_{ж}) = 9 \cdot 10^{-7} \text{ см}.$$

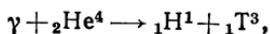
275. 10^{-7} .

277. γ -кванты двигались снизу вверх. На снимке отчетливо видны две пары (электрон и позитрон), созданные γ -квантами.

278. Одиночный «жирный» след на одной из фотографий принадлежит ядру ${}^3_2\text{He}$, образованному в результате реакции



На другой фотографии зарегистрирована реакция



где более «жирный» след соответствует тритону, а тонкий след — протону.

279. Центральный след принадлежит мюону. Действительно, этот след не может быть следом электрона, так как энергия частицы, создающей след, больше, чем энергия электронов, а толщина трека шире. Но центральный след не может быть и следом протона, так как на фотографии видно, что трек слегка изгибается в магнитном поле камеры, и, следовательно, его энергия не может быть очень большой. При небольших энергиях трек протона был бы значительно толще. Мюон от пиона можно отличить по характеру распадов и поглощению веществом.

280. Около 76 000 фотографий.

281. Число расщеплений $n = n_{\gamma} n_{\phi} \sigma$, где n_{γ} — число ядер углерода в пропане, облучаемых потоком фотонов из n_{ϕ} эффективных

квантов. Это дает

$$\sigma = n/n_{\text{эф}} = \frac{n\mu}{3KfSD\rho N_A} = 4,4 \cdot 10^{-28} \text{ см}^2,$$

где μ — молекулярная масса пропана, N_A — число Авогадро.

282. $\mathcal{E} = pc \approx 600 \text{ МэВ}$.

283. $\mathcal{E}_{\text{полн}} = Mc^2 \sqrt{1 + (eH\rho/Mc^2)^2} = 1113 \text{ МэВ}$; $\mathcal{E}_{\text{кин}} = \mathcal{E}_{\text{полн}} - Mc^2 = 175 \text{ МэВ}$, где M — масса протона, e — его заряд, c — скорость света, $\rho = a^2/8h$ — радиус кривизны следа.

284. $M = \left(\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \right)^{-1} \frac{3 \cdot 10^3 H r}{m_e c^2} m_e$. Масса мюона M в единицах массы электрона равна $\sim 202 m_e$. В остальных случаях:

1) $212 m_e$, 2) $211 m_e$, 3) $241 m_e$, 4) $174 m_e$; $m_{\text{ср}} = 208$.

285. Решаются два уравнения:

$$\frac{g(x)}{x} = \frac{R}{(Hr)A} \quad \text{и} \quad M = \frac{A(Hr)}{x} m_e,$$

где $A = 5,87 \cdot 10^{-4}$, а $x = \frac{\beta}{(1-\beta^2)^{1/2}}$.

1) $197 m_e$, 2) $359 m_e$, 3) $181 m_e$, 4) $220 m_e$.

286. 1) $188 m_e$, 2) $220 m_e$, 3) $200 m_e$.

287. а) С уменьшением скорости частицы возрастают ее ионизационные потери. Следовательно, число зерен на единицу длины следа увеличивается в направлении движения частицы.

б) При равных скоростях удельные потери для протонов, дейтонов и α -частиц относятся, как 1:1:4, а при равных энергиях — как 1:2:16.

в) $\approx 1; 1,55; 4,05$. Плотности зерен различаются существенно меньше, что весьма затрудняет разделение одинаково заряженных частиц на равных пробегах.

288. а) Равенство плотности зерен указывает на равенство скоростей частиц (см. задачу 287). Из приведенной формулы следует, что остаточные пробеги однозарядных частиц при равных скоростях относятся, как массы этих частиц, т. е. $R_p : R_d : R_t = 1 : 2 : 3$. Очевидно, $\mathcal{E}_p : \mathcal{E}_d : \mathcal{E}_t = 1 : 2 : 3$.

б) Если частицы, обозначаемые индексами a и b , имеют одинаковые скорости, то из формулы, приведенной в тексте задачи, следует:

$$R_b(\mathcal{E}) = \left(\frac{Z_a}{Z_b} \right)^2 \left(\frac{M_b}{M_a} \right) R_a \left(\frac{M_a}{M_b} \mathcal{E} \right).$$

Это соотношение — точное для частиц с равными зарядами. (В случае частиц с разными зарядами оно останется точным, если вместо Z_a и Z_b подставить некоторые эффективные заряды.) Поль-

зуюсь им и зная $R_a = f(\mathcal{E})$ для частицы с массой M_a , легко построить зависимость $R_b = f(\mathcal{E})$ для частицы с массой M_b . Результаты для тритонов приведены в табл. IV.

в) Следует определить число зерен N на таком же участке τ отрезка следа, укладываемого в эмульсии; из зависимости $N = f(R)$ определить пробег, а из зависимости $\mathcal{E} = f(R)$ — энергию протона, которому соответствует такая же плотность зерен. Энергии дейтона и тритона при одинаковой плотности зерен (равной скорости) будут соответственно в 2 и 3 раза больше энергии протона.

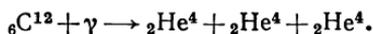
289. Измерив число зерен N на последовательных участках (τ) следа, построить зависимость $N = f(R)$ для каждой частицы. Равному числу зерен, т. е. равной скорости, будут соответствовать различные остаточные пробеги частиц R_i .

Определить средний угол многократного рассеяния для i -го следа на расстоянии R_i от конца следа. Так как в точках, находящихся на указанных расстояниях от конца следа, скорости частиц равны, то отношение углов рассеяния равно обратному отношению масс.

290. Медленные π^- -мезоны в поле ядра захватываются на борзовскую орбиту и, взаимодействуя с ядром, поглощаются им. При этом происходит расщепление ядра. В фотографических эмульсиях след мезона оканчивается в большинстве случаев звездой (см. рис. VIII, X, XI). Следует, однако, иметь в виду, что в эмульсиях приблизительно в 30% случаев поглощение π^- -мезона приводит к испусканию только нейтральных частиц.

Медленный π^+ -мезон распадается на μ^+ -мюон с энергией 4,1 МэВ и нейтрино, μ^+ -мюон в свою очередь распадается на электрон и два нейтрино. Таким образом, в фотографических электроночувствительных эмульсиях в конце пробега π^+ -мезона наблюдается след μ^+ -мюона определенной длины (≈ 600 мкм), а в конце следа μ^+ -мюона — след электрона (см. рис. VI).

291. На рис. VII показаны две звезды, соответствующие реакции



Никакое другое из легких ядер эмульсии не может дать расщепление на три одинаковых частицы.

а) Энергию частицы 3 можно определить из закона сохранения импульса: $p_3 = p_1 + p_2$. Если $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2$, то отсюда $\mathcal{E}_3 = 2\mathcal{E}_1(1 + \cos \alpha)$. Из табл. IV находим, что пробегу $R = 15,3$ мкм соответствует энергия α -частицы, равная 4 МэВ. Это дает $\mathcal{E}_3 \approx 10$ МэВ. Энергия γ -кванта: $\mathcal{E}_\gamma = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 + \mathcal{E}'_{\text{св}}$. Энергия связи $\mathcal{E}'_{\text{св}}$ равна разности масс начального и конечного со-

стояний и в нашем случае составляет $\approx 7,3$ МэВ. Следовательно, $\mathcal{E}_\gamma \approx 25,3$ МэВ.

б) Если реакция идет в две стадии, то испускание α -частицы приводит к образованию ядра бериллия. Это ядро нестабильно в основном состоянии и распадается на две α -частицы. Хорошо известно также возбужденное состояние Be^8 с энергией возбуждения $\approx 2,9$ МэВ. Если в результате расчета мы получим эту энергию возбуждения, то тем самым будет доказано наше предположение о процессе распада $\text{C}^{12}(\gamma, 3\alpha)$. Общее выражение для энергии возбуждения ядра, распадающегося на две частицы 1 и 2:

$$\mathcal{E}_{(1+2)}^* = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3 \frac{m_3}{m_1 + m_2} + \mathcal{E}_{\text{св}}'',$$

где m_1, m_2, m_3 — массы частиц, а $\mathcal{E}_{\text{св}}''$ — энергия связи рассматриваемого промежуточного ядра, равная разности масс этого ядра и частиц распада. Оно получается из следующих соотношений:

$$\mathcal{E}_{(1+2)}^* = T_{(1+2)} + \mathcal{E}_{\text{св}}'', \quad T_{(1+2)} = \mathcal{E}_1^c + \mathcal{E}_2^c,$$

$\mathcal{E}_\gamma - \mathcal{E}_{\text{св}}' = \mathcal{E}_3 + T_{(1+2)} + \mathcal{E}_{(1+2)}^*$, $\mathcal{E}_\gamma - \mathcal{E}_{\text{св}}' = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3$, где \mathcal{E}_1^c и \mathcal{E}_2^c — энергии частиц 1 и 2 в системе центра масс промежуточного ядра, $\mathcal{E}_{(1+2)}^*$ — кинетическая энергия промежуточного ядра. Учитывая, что $p_3 = p_{(1+2)}$, т. е. $\mathcal{E}_{(1+2)}^* = \mathcal{E}_3 \frac{m_3}{m_1 + m_2}$, легко

получить указанное соотношение. Для Be^8 $\mathcal{E}_{\text{св}}'' = -0,1$ МэВ, и, следовательно, $\mathcal{E}_{\text{Be}^8}^* \approx 2,9$ МэВ. Таким образом, процесс расщепления $\text{C}^{12}(\gamma, 3\alpha)$ действительно идет с образованием промежуточного ядра Be^8 в возбужденном состоянии с энергией $\approx 2,9$ МэВ.

292. а) След 1 принадлежит π^- -мезону (см. задачу 290). Так как происходит фоторасщепление дейтона, то суммарный заряд двух других частиц должен быть равен $+2e$, а их суммарная масса — 2 а.е.м. При указанных в задаче энергиях γ -квантов можно ожидать лишь реакцию типа



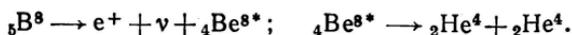
б) Пусть ядро массы m_3 , на котором произошло рассеяние, вначале покоилось. Пусть \mathcal{E}_3 — энергия этого ядра после рассеяния, а \mathcal{E}_2 — энергия частицы с массой m_2 после рассеяния. Из закона сохранения импульса следует:

$$\cos \vartheta = \frac{\mathcal{E}_3 (m_2 - m_3)}{2 \sqrt{m_2 m_3 \mathcal{E}_2 \mathcal{E}_3}},$$

где ϑ — угол между направлениями движения рассеянных частиц ($\vartheta = 90^\circ$ при $m_2 = m_3$). Этому условию удовлетворяет рассеяние протонов на водороде и рассеяние дейтронов на дейтерии, которым были наполнены эмульсии. Последнее, однако, исключается, поскольку дейтоны в рассматриваемой реакции не испускаются.

В случае рассеяния протонов на дейтерии при $\mathcal{E}_3 = 2\mathcal{E}_2$ угол $\vartheta = 120^\circ$.

293. а) ${}_3\text{Li}^8 \rightarrow e^- + \tilde{\nu} + {}_4\text{Be}^{8*}$; ${}_4\text{Be}^{8*} \rightarrow {}_2\text{He}^4 + {}_2\text{He}^4$. Произошел распад ядра ${}_3\text{Li}^8$ на электрон и нейтрино. При этом образовалось ядро ${}_4\text{Be}^{8*}$ в возбужденном состоянии, которое распалось на две α -частицы. «Молоточковый след» мог быть вызван также процессом



б) Так как распад ${}_3\text{Li}^8$ произошел в конце пробега, то максимальную кинетическую энергию электрона можно вычислить из разности масс начального и конечного состояний, учтя потерю энергии на возбуждение ${}_4\text{Be}^8$:

$$\Delta m = (m_{\text{Li}} + 3m_e) - [(m_{\text{Be}} + 4m_e) + m_e] + m_e \approx 16 \text{ МэВ},$$

где m_{Li} и m_{Be} — массы ядер. В таблицах (см. табл. VI) приводятся обычно массы атомов. Последний член уравнивает число орбитальных электронов в начальном и конечном состояниях. Так как две α -частицы разлетаются в противоположные стороны, то кинетическую энергию ${}_4\text{Be}^8$ можно считать равной нулю, и энергия возбуждения ${}_4\text{Be}^8$ равна

$$\mathcal{E}_{\text{Be}}^* = \mathcal{E}_{\alpha_1} + \mathcal{E}_{\alpha_2} + \mathcal{E}_{\text{св}}'' \approx 2,9 \text{ МэВ}.$$

Тогда $(\mathcal{E}_e^-)_{\text{макс}} \approx 13,1 \text{ МэВ}$. Распад ${}_3\text{Li}^8$ в 90% случаев идет на уровень ${}_4\text{Be}^8$, равный 2,9 МэВ.

294. Звезда на рис. X вызвана реакцией



Энергия покоя π^- -мезона 139,6 МэВ. Энергия связи, определенная по разности масс, равна 18,2 МэВ (см. табл. VI). Энергия \mathcal{E}_0 , распределяющаяся между продуктами реакции, составляет 121,4 МэВ. Законы сохранения импульса и энергии:

$$\frac{\mathcal{E}_{\text{Li}}}{\mathcal{E}_{\text{п}}} = \frac{m_{\text{п}}}{m_{\text{Li}}}, \quad \mathcal{E}_0 = \mathcal{E}_{\text{Li}} + \mathcal{E}_{\text{п}}.$$

В нерелятивистском приближении: энергия нейтрона 108 МэВ, энергия лития 13,4 МэВ.

295. а) В нейтронной физике медленными нейтронами считаются нейтроны тепловых скоростей. Поэтому энергией и импульсом нейтрона в рассматриваемых реакциях можно пренебречь. Указанные в задаче звезды будут состоять из двух противоположно направленных следов частиц. Энергии частиц можно определить из законов сохранения. Энергия, распределяющаяся между частицами, будет равна разности масс начального и конечного состояний. В случае второй реакции часть этой энергии идет на возбуждение Li^7 . (Используйте табл. VI.)

Первая реакция: $\mathcal{E}_0 = \Delta m = 4,65 \text{ МэВ}$, $\mathcal{E}_\alpha = 1,98 \text{ МэВ}$,
 $\mathcal{E}_{\text{H}^2} = 2,66 \text{ МэВ}$, $R_\alpha + R_{\text{H}^2} \approx 42 \text{ мкм}$.

Вторая реакция: $\mathcal{E}_0 = \Delta m = 2,87 \text{ МэВ}$, $\mathcal{E}_\alpha = 1,51 \text{ МэВ}$,
 $\mathcal{E}_{\text{Li}} = 0,86 \text{ МэВ}$.

б) Быстрые нейтроны рассеиваются в эмульсии на водороде, Из закона сохранения импульса легко получить $\mathcal{E}_n = \mathcal{E}_p / \cos^2 \beta$, где β — угол между направлениями движения рассеянного протона и налетающего нейтрона. Чтобы определить энергию нейтрона, надо измерить угол β и пробег протона.

296. К-мезон распадается на два π^+ -мезона и один π^- -мезон. Заряд К-мезона положительный. Выражая массы в энергетических единицах, можно написать

$$m_K = 3m_\pi + \mathcal{E}_{\pi_1} + \mathcal{E}_{\pi_2} + \mathcal{E}_{\pi_3} = 490,2 \pm 6,1 \text{ МэВ}.$$

Ошибка в определении масс π -мезонов не учитывалась. (Массу π^+ -мезона см. в табл. VIII.)

297. $4,2 \cdot 10^{-14} \text{ А}$.

298. Изменение потенциала собирающего электрода: $\Delta V = Q/C$; заряд, собранный на нем: $Q = \Delta V \cdot C = 2 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}$. Число пар ионов, созданных в камере космическими частицами: $N = Q/e = 1,25 \cdot 10^7$. Средний путь космических частиц в камере равен $2\pi/d$, где d — диаметр камеры. Таким образом, одна частица в среднем создает {306 пар ионов. Следовательно, через камеру прошло $\frac{1,25}{306} \cdot 10^7 = 4,1 \cdot 10^4$ частиц.

$$299. d_{\text{эфф}} = \frac{d}{\cos \theta}, \quad \overline{\cos \theta} = \int_0^{\pi/2} \cos \theta \sin \theta d\theta / \int_0^{\pi/2} \sin \theta d\theta = \frac{1}{2},$$

$$d_{\text{эфф}} = 2d.$$

300. $9 \cdot 10^7$ пар ионов в секунду.

301. Из уравнения для $I/I_{\text{нас}}$ получаем $0,3524r = \ln(1 + 0,3595r)$. Решая это уравнение графически, находим $r = 0,111 \text{ Р}$. Максимальная интенсивность, измеряемая камерой при указанных условиях, около $2,8 \text{ Р}$.

302. За 4,2 ч.

303. $2,7^\circ \text{С}$.

304. $0,8 \cdot 10^7$ γ -квантов.

305. $\mathcal{E}/n = \mathcal{E}_\Phi/C = 70 \text{ эВ}$.

306. $5,6 \cdot 10^4$ фотонов.

307. Так как эффективность регистрации заряженных частиц равна 100%, то сцинтилляционный счетчик должен регистрировать каждый γ -квант, поглощенный или рассеянный (неупруго) в счетчике. На этом основании для искомой эффективности счетчика нетрудно получить $f = 1 - e^{-\mu d}$.

308. $N_\gamma = N/f \approx 18$ γ -квантов в секунду. Здесь N — число световых импульсов в секунду. Выражение для f дается в ответе к предыдущей задаче.

$$309. V = \frac{Mne}{C} \approx 16 \text{ В.}$$

$$310. 40 \text{ В.}$$

$$311. \text{ Около } 140 \text{ кэВ.}$$

$$312. 0,16 \cdot 10^{-9} \text{ А.}$$

$$313. V = V_{\text{Ar}} \ln \frac{r_k}{r_a} \left/ \ln \frac{r_a + \lambda_0/P}{r_a} \right. = 410 \text{ В.}$$

314. а) Амплитуда импульса напряжения в пропорциональном счетчике $V = QA/C$, где Q — заряд быстрых частиц, C — емкость. Зная энергию α -частицы и среднюю энергию образования пары ионов, можно найти среднее число пар ионов, образуемых α -частицей на полном пробеге, а затем на 1 см ее пути. Последнее число равно $7,3 \cdot 10^4$. Зная средний путь, проходимый α -частицей в счетчике, легко найти, что среднее число пар ионов, созданных α -частицей при прохождении через счетчик, равно $1,1 \cdot 10^6$. Ему соответствует амплитуда импульса напряжения 1,63 В.

$$\text{б) } 1,7 \cdot 10^{-3} \text{ В.}$$

315. Если число частиц, зарегистрированных счетчиком, равно n , а разрешающее время счетчика τ , то в течение времени $n\tau$ счетчик не сможет зарегистрировать ни одной из попавших в него частиц. Число частиц, прошедших в течение этого времени через счетчик, равно $Nn\tau$. Следовательно, полное число частиц, прошедших через счетчик в единицу времени, равно $N = n + Nn\tau$, т. е. сумме зарегистрированных и незарегистрированных частиц. Отсюда для разрешающего времени счетчика получаем $\tau = (N - n)/Nn$.

$$316. \tau = \frac{1}{n_{12}} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{n_{12}(n_1 + n_2 - n_{12})}{n_1 n_2}} \right] = 2,3 \cdot 10^{-4} \text{ с.}$$

$$317. N = 1250 \text{ с}^{-1}.$$

318. Так как разрешающее время фотоумножителя меньше разрешающего времени кристалла, то фотоумножитель регистрирует все частицы, зарегистрированные кристаллом. Следовательно, число зарегистрированных частиц будет определяться только временем высвечивания стильбена: $n = N/(1 + N\tau) = 3,7 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$.

319. Число частиц, зарегистрированных счетчиком: $n_1 = N/(1 + N\tau_1)$. Число импульсов счетчика, зарегистрированных регистрирующим устройством:

$$n = \frac{n_1}{1 + n_1\tau_2} = \frac{N}{1 + N(\tau_1 + \tau_2)} = 2,1 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}.$$

320. Число случайных совпадений равно $\omega = 2\pi n_1 n_2$. Множитель 2 появляется потому, что разряд во втором счетчике может либо предшествовать, либо следовать за разрядом в первом счетчике с интервалом τ .

321. Число совпадений $\omega = 2\pi n^2$, откуда $n = 10^6$ частиц.

322. Прохождения через счетчик космических частиц, составляющих фон, можно рассматривать как случайные события. Известно, что если вероятность события пропорциональна времени, в течение которого это событие наблюдается, то среднее квадратичное отклонение $D = \sqrt{(n - \bar{n})^2} = \sqrt{\bar{n}}$, где n — наблюдаемое число событий, а \bar{n} — истинное среднее значение числа событий. Если наблюдаются два независимых события, то $D_{12} = \sqrt{D_1^2 + D_2^2}$.

Относительная ошибка равна $\sqrt{D_1^2 + D_2^2}/\bar{n}$. В нашем случае $D_1^2 = \bar{n}$, а $D_2^2 = 8\bar{n}$. Следовательно, относительная ошибка равна $3/\sqrt{\bar{n}}$. Отсюда находим, что \bar{n} должно быть не меньше 900.

323. $5^3/4$ мин.

324. Время измерения в первом случае (без употребления схемы совпадений) равно 67 мин, а во втором случае — 10 с.

325. а) Найдем направление среднего излучения, для чего потребуем, чтобы

$$\int n \cos \Omega = 4\pi [n(90^\circ)] \left[1 + \frac{A}{3} \right] = 4\pi n (\vartheta_0);$$

таким образом, следует взять $\cos^2 \vartheta_0 = 1/3$.

б) Полный выход на один первичный дейтон:

$$N' = 2M \int_0^{\mathcal{E}} \sigma(x) dx = 2M \int_0^{\mathcal{E}} \sigma(\mathcal{E}) \frac{d\mathcal{E}}{|d\mathcal{E}/dx|}.$$

Дифференцируя по \mathcal{E} , получаем

$$\frac{dN'}{d\mathcal{E}} = \frac{2M\sigma}{|d\mathcal{E}/dx|};$$

учитывая, что $N' = 1,6 \cdot 10^{-13} N$, имеем

$$\sigma = 1,6 \cdot 10^{-13} \frac{1}{2M} \frac{d\mathcal{E}}{dx} \frac{dN}{d\mathcal{E}} = \frac{1,9 \cdot 10^{-23}}{\sqrt{\mathcal{E}}} e^{-4\mathcal{E}/V\bar{\mathcal{E}}}.$$

326. Энергия протона отдачи равна $\mathcal{E} \cos^2 \vartheta = \mathcal{E}_1$ (ϑ — угол между направлениями налетающего нейтрона и протона отдачи).

Дифференциальное сечение возникновения протона отдачи в системе центра масс пропорционально телесному углу $d' \cos \vartheta_0$, где ϑ_0 — угол в системе центра масс. Но $\vartheta_0 = 2\vartheta$, поэтому $d \cos \vartheta_0 = -2d \cos^2 \vartheta$. Следовательно, сечение пропорционально $d(\mathcal{E}_1/\mathcal{E})$.

Таким образом, сечение возникновения протона с энергией $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_0$, равно $\cos^2\theta \sigma(\mathcal{E}) (\mathcal{E} - \mathcal{E}_0)/\mathcal{E}$, т. е. пропорционально $\mathcal{E}^{-1/2} (1 - \mathcal{E}_0/\mathcal{E})$. Этой же величине пропорциональна чувствительность детектора.

327. Вероятность деления каждого ядра урана $\omega_f = n\sigma_f/4\pi R^2 = 1,47 \cdot 10^{-20} \text{ с}^{-1}$, а вероятность α -распада $\omega_\alpha = \ln 2/\tau = 5 \cdot 10^{-18} \text{ с}^{-1}$. Отношение числа импульсов $\omega_\alpha/\omega_f = 340$, а отношение выделяемых энергий $\omega_\alpha \mathcal{E}_\alpha/\omega_f \mathcal{E}_f = 18$.

Ввиду большого числа импульсов от α -частиц необходимо обеспечить такую чувствительность, чтобы они не считались.

328. 1) Энергия всех электронов $\mathcal{E} = \frac{W}{e} I\tau = 1,2 \cdot 10^5 \text{ Дж}$.

2) Отношение магнитной энергии к кинетической

$$K = \frac{ev}{2c} \frac{I}{cW} \left(\ln \frac{l}{a} + \frac{1}{4} \right) = 36,4.$$

$$3) F_r = \frac{2Ie}{ca^2} r \left(\frac{c}{v} - \frac{v}{c} \right) \approx \frac{2el}{ca^2} r \left(\frac{mc^2}{mc^2 + W} \right)^2.$$

4) Для того чтобы силы, действующие на ионы и электроны, были направлены к оси, необходимо, чтобы $n_e > n_i Z > n_e \left(\frac{mc^2}{mc^2 + W} \right)^2$, где n_e — плотность электронов, n_i — плотность ионов, Ze — заряд ионов. Действительно,

$$F_i = 2\pi e^2 (Zn_i - n_e) Zr,$$

$$F_e = 2\pi e^2 \left[n_e \left(\frac{mc^2}{mc^2 + W} \right)^2 - Zn_i \right] r,$$

$$n_e = \frac{I}{e\pi a^2 v} \approx \frac{I}{e\pi a^2 c}.$$

329. Если \mathcal{E} — полная энергия электрона, то

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \frac{e\dot{\Phi}(R)}{c} \frac{\omega}{2\pi},$$

где $\omega = e\dot{c}H(R)/\mathcal{E}$ — циклотронная частота для электрона. Радиус орбиты электрона в магнитном поле равен $R = \frac{mcv}{eH} = \frac{\mathcal{E}\beta}{eH(R)}$, где $\beta = v/c$. Дифференцируем R :

$$\frac{dR}{dt} = \frac{R}{\mathcal{E}\beta^2} \frac{d\mathcal{E}}{dt} - R \left(\frac{\dot{H}}{H} + \frac{\partial H}{\partial R} \dot{R} \right).$$

Вводя обозначение $n = -\frac{R}{H} \frac{\partial H}{\partial R}$ и помня, что $d\mathcal{E}/dt = dW/dt$, после несложных преобразований найдем

$$\frac{(1-n)}{R} \frac{dR}{dt} = \frac{\dot{H}}{H} \left(\frac{\dot{\Phi}(R)}{2\pi R^2 \dot{H}} - 1 \right).$$

Отсюда при условии $\dot{\Phi}/\dot{H} = \Phi/H$ следуют утверждения, подлежащие доказательству. Здесь точкой обозначена частная производная по времени.

330. Рассмотрение устойчивости движения можно свести к статической задаче, переходя к вращающейся системе координат. Во вращающейся системе на частицу действуют центробежная сила mv^2/R и сила Лоренца $-\frac{eH(R)v}{c}$. Результирующая сила

$$f(R) = \frac{mv^2}{R} - \frac{eH(R)v}{c}.$$

Движение по окружности постоянного радиуса R_0 в нашей системе соответствует положению равновесия:

$$f(R_0) = \frac{mv^2}{R_0} - \frac{eH(R_0)v}{c} = 0.$$

Для того чтобы это положение равновесия было устойчивым, сила $f(R)$ должна быть восстанавливающей. Это значит, что при $R > R_0$ сила f должна быть меньше нуля, т. е. направлена в сторону меньших радиусов. Наоборот, при $R < R_0$ сила f должна быть больше нуля, т. е. направлена в сторону больших радиусов. Легко видеть, что это осуществляется, если $H(R)$ убывает не быстрее, чем $1/R$.

Указанное выше требование к f может быть перенесено на df/dR , так как $f(R_0) = 0$, и, следовательно, в окрестности R_0 функция

$$f(R) = \frac{\partial f}{\partial R} (R - R_0).$$

Отсюда легко найдем, что для устойчивости необходимо, чтобы

$$-\frac{R}{H} \frac{\partial H}{\partial R} < 1.$$

331. Магнитное поле, уменьшающееся к периферии магнита, имеет «бочкообразный» вид (рис. 22). Стрелками показано направление

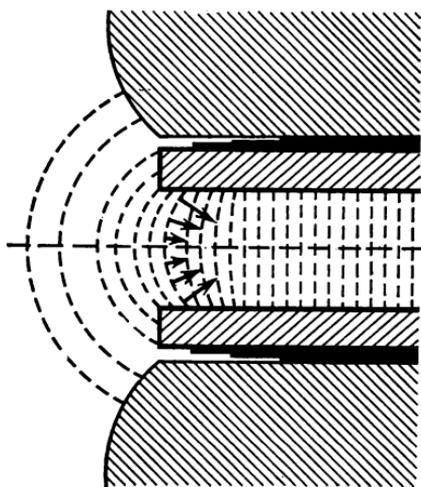


Рис. 22.

действия силы Лоренца на ионы, находящиеся вне центральной плоскости. Рассматривая действие на заряженную частицу компоненты поля, направленной вдоль радиуса, легко доказать устойчивость движения.

Наоборот, если поле растет к периферии, то магнитные силовые линии втягиваются внутрь магнита, и движение будет неустойчивым.

Аналитическое доказательство следующее. Сила, действующая в направлении оси Z (ось Z совпадает с осью симметрии поля), равна

$$f_z = \frac{ev}{c} H_r(z, r) = \frac{ev}{c} \frac{\partial H_r}{\partial z} z,$$

так как в силу симметрии $H_r(0, r) = 0$. Из условия $\text{rot } \mathbf{H} = 0$ получим

$$\frac{\partial H_r}{\partial z} = \frac{\partial H_z}{\partial r}; \quad \text{отсюда} \quad f_z = \frac{ev}{c} \frac{\partial H_z}{\partial r} z.$$

Для того чтобы сила f_z была восстанавливающей (см. задачу 330), производная $\partial H_z / \partial r$ должна быть меньше нуля.

332. $|E_\Phi| = \dot{\Phi} / (2\pi R c)$. Легко доказать, что при выполнении бетатронного условия (см. задачу 329) $\partial E_\Phi / \partial R = 0$ и $\partial^2 E_\Phi / \partial R^2 > 0$, если $-\frac{R}{H} \frac{\partial H}{\partial R} < 1$.

Расположим витки на разных орбитах в бетатроне и измерим э. д. с. индукции. Построим график, на котором по оси ординат отложим э. д. с. индукции, деленную на $2\pi R$, а по оси абсцисс отложим радиус R , на котором находился виток. Полученные точки соединим плавной кривой. Ее минимум будет соответствовать положению равновесной орбиты.

333. За один оборот электрон теряет 12 эВ на излучение. При указанных условиях потери на излучение за один оборот электрона и приобретаемая энергия сравняются при 292 МэВ. Собственная энергия электрона равна 0,51 МэВ.

334. Для того чтобы расстройка была наименьшая, очевидно, частота обращения и частота электрического поля должны совпадать, когда протон достигнет половины конечной энергии. В этом случае в центре магнита частота обращения будет больше частоты электрического поля. Когда протон достигнет половины максимальной энергии, частоты сравняются. При достижении конечной энергии частота обращения будет меньше частоты электрического поля как раз на ту величину, на которую она была больше в центре магнита. В нашем случае максимальная энергия W_1 равна 44,5 МэВ. Действительно,

$$R^2 = \frac{\mathcal{E}^2 v^2}{e^2 H^2 c^2} = \frac{\mathcal{E}^2 - \mathcal{E}_0^2}{e^2 H^2},$$

где $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 + W$ — полная энергия протона, а $\mathcal{E}_0 = 938,2$ МэВ —

собственная энергия протона. Отсюда

$$W = \sqrt{\mathcal{E}_0^2 + e^2 R^2 H^2} - \mathcal{E}_0.$$

циклотронная частота

$$\omega = \frac{ecH}{\mathcal{E}_0 + W_{1/2}} = 1,404 \cdot 10^8 \text{ рад/с.}$$

335. Пусть дейтон приобретает энергию за один оборот, равную a . Тогда скорость роста энергии $d\mathcal{E}/dt = a\omega/2\pi$, где ω — циклическая частота обращения дейтона. Известное выражение для частоты $\omega = ecH/\mathcal{E}$ перепишем следующим образом:

$$\omega \left(\mathcal{E}_0 + \int_0^t \frac{a\omega}{2\pi} dt \right) = ecH,$$

где $\mathcal{E}_0 = 18,76 \cdot 10^8$ эВ — энергия покоя дейтона. Дифференцируя это соотношение по t и считая $H = \text{const}$, получим дифференциальное уравнение для нахождения $\omega(t)$:

$$\frac{\dot{\omega}}{\omega^3} + \frac{a}{2\pi ecH} = 0.$$

В результате получим

$$\omega(t) = \frac{\omega_{\text{нач}}}{\sqrt{At + 1}}, \quad \text{где } A = \frac{a\omega_{\text{нач}}^2}{2\pi ecH}.$$

В нашем примере $\omega_{\text{нач}} = 0,719 \cdot 10^8$ с⁻¹, $A = 92$ с⁻¹. Полное изменение частоты $\Delta\omega/\omega_{\text{нач}} = (\mathcal{E} - \mathcal{E}_0)/\mathcal{E}_0 = 10,65\%$.

$$336. R = \frac{c}{\omega_0} \sqrt{1 - \frac{\omega_0^2 \mathcal{E}_0^2}{e^2 c^2 H_0^2 \sin^2 \Omega t}}.$$

337. 1. Изменение радиуса равно 0,6 см.

2. Через 83 мкс после того, как магнитное поле перешло через нуль.

3. При вычислении длины траектории в бетатронном режиме можно считать, что магнитное поле изменяется линейно со временем, так как бетатронный режим длится 83 мкс. За это время фаза Ωt изменится несколько больше чем на $1,5^\circ$. Энергия, приобретаемая частицей за один оборот, равна 136 эВ. Следовательно, в течение бетатронного режима электрон совершил $1,46 \cdot 10^4$ оборотов и прошел путь, равный 27 км. В синхротронном режиме можно считать с очень большой степенью точности, что $v = c$. Отсюда находим, что путь, пройденный электроном в синхротронном режиме, равен около 5000 км.

338. Так как $T \gg t$, то в каждом цикле ускорения счетчик не может зарегистрировать больше одного импульса.

Пусть $t = 2\tau$; тогда число случайных совпадений

$$N = N_1 N_2 / f.$$

При $t > 2\tau$ число случайных совпадений уменьшится в отношении $2\tau/t$:

$$N = \frac{2N_1 N_2 \tau}{ft}.$$

При $t < 2\tau$ N не меняется, пока $\tau < 1/f$.

Таким образом, при импульсной загрузке счетчиков число случайных совпадений сильно возрастает по сравнению с таким же числом в режиме непрерывной загрузки счетчиков.

339. $\omega_0(t) = \omega_k / \sqrt{L^2 + 1}$, где $L = \mathcal{E}_0 / (eR_0H)$, $\omega_k = c/R_0$ — частота обращения в предельном случае, когда скорость частицы $v \approx c$ (c — скорость света, \mathcal{E}_0 — энергия покоя частицы; для протона $\mathcal{E}_0 = 938$ МэВ, для электрона $\mathcal{E}_0 = 0,511$ МэВ).

340. Поскольку ускорение происходит на орбите постоянного радиуса, скорость нарастания энергии должна быть такая же, как и в бетатроне. Используя это замечание, найдем, что на одном обороте протон приобретает 191 эВ. Максимальная энергия $\approx 1,3 \cdot 10^9$ эВ. Длина пути протона равна ≈ 1900 км.

341. Частота ω_k при наличии прямолинейных промежутков равна $2\pi c/\Pi$, где Π — периметр орбиты (см. задачу 339). В нашем случае $\omega_k = 2\pi \cdot 1,44 \cdot 10^8$ с⁻¹, а $L = 0,28/t$, где t — время в секундах, отсчитываемое от момента обращения магнитного поля в нуль.
1. Магнитное поле в начале процесса ускорения $H = 155$ Э.
2. Ошибка в частоте $\Delta\omega$ при $\beta^2 \ll 1$ смещает орбиту на величину

$$\Delta R = -R \frac{\Delta\omega}{n\omega_0 F}, \quad \text{где } F = 1 - \frac{\Pi - 2\pi R}{n\Pi}.$$

Это выражение получается дифференцированием закона связи ω_0 и H (см. задачу 339) в предположении, что $L \gg 1$; n — показатель магнитного поля, равный $2/3$. В нашем случае $|\Delta R| = 11$ см.

342. Около 20 МэВ/с = $3,2 \cdot 10^{-12}$ Вт.

343. $\Delta W = \frac{4\pi}{3} \frac{e^2}{R} \left(\frac{\mathcal{E}}{m_0 c^2} \right)^4 \approx \frac{90}{R} \mathcal{E}^4$ кэВ (см. задачу 333), где

R — в м, а \mathcal{E} — в ГэВ;

$$Q = N \frac{\Delta W \cdot ct}{5\Pi}, \quad P = N \frac{\Delta W \cdot c}{\Pi}.$$

Подставляя данные, получим для синхротрона

$$\mathcal{E} = 100 \text{ ГэВ: } \Delta W = 2,83 \text{ ГэВ,}$$

$$Q = 8,4 \cdot 10^{15} \text{ ГэВ} = 1,36 \text{ МДж, } P = 6,8 \text{ МВт;}$$

$$\mathcal{E} = 10 \text{ ГэВ: } \Delta W = 28,3 \text{ МэВ, } Q = 4,48 \text{ МДж, } P = 6,8 \text{ МВт.}$$

344. $K = 1,1 \cdot 10^{10}$. Длина волны, соответствующая максимуму интенсивности, $\lambda = 1,1$ нм. Интенсивность излучения $P = d\mathcal{E}/dt = \Delta W \cdot Nc/\Pi = 1,7$ МВт. Направленность излучения настолько велика, что она не сказывается на расходимости пучка по вертикали. Расходимость пучка определяется амплитудой z вертикальных колебаний. Угол между скоростью частицы и средней плоскостью

$$\gamma z = \frac{\dot{z}}{c} = \frac{\omega \sqrt{n} z}{c} = \frac{\sqrt{n} z}{R} = 4 \cdot 10^{-3}.$$

Таким образом, на расстоянии 4 м излучение будет сосредоточено в кольце высотой 3,2 см. Площадь кольца $S = 4 \cdot 10^3$ см². Учитывая, что в нужный диапазон частот попадет 10% излучения, получим плотность интенсивности 4,3 Вт/см².

345. Уравнение вертикальных колебаний:

$$\ddot{z} + \omega^2 n z = -\frac{d\mathcal{E}}{\mathcal{E}} \dot{z},$$

где ω — частота обращения по орбите, n — показатель магнитного поля $\left(n = -\frac{\partial \ln H_z}{\partial \ln R} \right)$.

Амплитуда колебаний затухает с инкрементом

$$\gamma = \frac{1}{2\mathcal{E}} \frac{d\mathcal{E}}{dt} = \frac{e^2 c}{3R^2 \mathcal{E}} \left(\frac{\mathcal{E}}{mc^2} \right)^4 = \frac{2,1 \mathcal{E}^3}{R^2} \cdot 10^3 \text{ с}^{-1},$$

где R — в м, а \mathcal{E} — в ГэВ. Поскольку γ зависит от времени, то затухание колебаний определяется множителем

$$K = \exp \left(- \int \frac{2,1 \mathcal{E}^3 \cdot 10^3}{R^2} dt \right).$$

346. Для того чтобы частица попала в ускоряющее поле при одном и том же значении разности потенциалов, необходимо, чтобы расстояние между серединами соседних щелей l_n было пропорционально скорости частицы:

$$l_n = \frac{v_n T}{2} = \frac{\lambda \beta_n}{2} = \frac{\lambda}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{\mathcal{E}_0}{\mathcal{E}} \right)^2},$$

где λ — длина волны электрического поля. Действительно, в этом случае время, затраченное на пролет между двумя щелями, будет равно $T/2$. Пусть за каждое прохождение частица приобретает энергию $eV_R \ll eV_0$; тогда длина n -й трубки

$$L_n = \frac{3}{8} \lambda \sqrt{1 - \left[\frac{\mathcal{E}_0}{\mathcal{E}_0 + W_{\text{нач}} + eV_R n} \right]^2}.$$

В нашем примере можно считать $(W_{\text{нач}} + eV_R n)/\mathcal{E}_0 \ll 1$.

Поэтому

$$L_n = \frac{3}{8} \lambda \sqrt{\frac{2W_{\text{нач}}}{\mathcal{E}_0}} \sqrt{1 + \frac{eV_R}{W_{\text{нач}}}} n = 5,2 \sqrt{1 + 0,25n}.$$

Таким образом, длина трубок меняется от 5,2 до 16,4 см.

347. Длина трубок при той же частоте ускоряющего поля должна быть в два раза больше.

348. Обозначим расстояние от входного отверстия ускорителя через z , тогда кинетичная энергия

$$W = W_{\text{нач}} + eE_z z,$$

а фазовая скорость

$$v = c \frac{\sqrt{(\mathcal{E}_0 + W)^2 - \mathcal{E}_0^2}}{(\mathcal{E}_0 + W)^2},$$

где \mathcal{E}_0 — энергия покоя. В ускорителе для протонов v меняется в 9,5 раз, а для электронов всего на 0,6%.

349. Согласно указанной теореме электростатики в системах, в которых действуют только электростатические силы, не может быть устойчивого положения равновесия. Поскольку в линейных ускорителях фазовая скорость волны $v < c$, мы можем рассмотреть движение в системе координат, движущейся в данный момент со скоростью v , и свести, таким образом, задачу к электростатике. Как доказывается в упомянутой теореме, положения равновесия могут иметь вид «седловых точек», т. е. если в каком-либо направлении имеется устойчивость, то в перпендикулярных направлениях устойчивость отсутствует. Для линейного ускорителя это означает, что если имеется устойчивость в направлении распространения волны («фазировка»), т. е. частица может ускоряться, не отставая и не опережая волну, то обязательно отсутствует устойчивость в перпендикулярном направлении и пучок отклонится к стенке волновода. И наоборот, если мы обеспечим «фокусировку», то будет отсутствовать «фазировка». Преодолеть эту трудность можно хотя бы с помощью дополнительного постоянного магнитного поля либо с помощью сеток в отверстиях диафрагм, на которых появляются электрические заряды. В этом случае теорема электростатики неприменима, так как в движущейся системе координат появляется либо фокусирующее магнитное поле, либо движущиеся заряды.

350. Решая тем же методом, что и задачу 348, получим, что частица отстанет от волны на

$$\Delta z = \frac{\sqrt{W_k^2 + 2\mathcal{E}_0 W_k} - (W_{\text{нач}} + \mathcal{E}_0) \beta_{\text{нач}} - (W_k - W_{\text{нач}})}{eE_0},$$

где $\beta_{\text{нач}} = v_{\text{нач}}/c$. В нашем случае $(W_{\text{нач}} + \mathcal{E}_0)^2 / \mathcal{E}_0^2 \gg 1$, поэтому

$$\Delta z = \frac{\mathcal{E}_0}{2eE_0} \left[\frac{\mathcal{E}_0}{W_{\text{нач}} + \mathcal{E}_0} - \frac{\mathcal{E}_0}{W_k} \right] = 2,7 \text{ см.}$$

351. Как видно из ответа к задаче 331, уравнение колебаний частицы в вертикальном направлении (т. е. в направлении, перпендикулярном поверхностям магнитных полюсов) может быть записано в виде

$$m\ddot{z} - \frac{e}{c} \frac{\partial H_z}{\partial z} z = 0. \quad (1)$$

Так как в первой половине секторов H_z изменяется, как R^n , то (1) переходит в

$$\ddot{z} - \omega^2 nz = 0. \quad (2)$$

Для второй половины секторов

$$\ddot{z} + \omega^2 nz = 0, \quad (3)$$

где ω — частота обращения по орбите радиуса R_0 . Колебания частиц в радиальном направлении (т. е. в средней плоскости между полюсами магнита) описываются такими же уравнениями (2) и (3) ($n \gg 1$), если только поменять местами соседние секторы. Уравнения (2), (3) решаются методом сшивания. Удобно ввести азимут частиц $\theta = \omega t$ вместо времени t . Азимут отсчитывают в каждом секторе от нуля. Сначала сшиваются решения для двух соседних секторов. Каждая пара секторов составляет полный период изменения условий движения. Пользуясь этим, сошьем решения для соседних пар секторов. В результате получим

$$\begin{aligned} z_1 &= A \sin \sqrt{n} \theta + B \cos \sqrt{n} \theta, \\ z_2 &= (AC - BS) \text{sh} \sqrt{n} \theta + (AS + BC) \text{ch} \sqrt{n} \theta, \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$C = \cos \sqrt{n} \pi / N, \quad S = \sin \sqrt{n} \pi / N. \quad (5)$$

Вводя для каждой пары секторов номер m , пробегающий все целые значения, получим разностные уравнения для постоянных A_m и B_m в m -м и $(m+1)$ -м секторах:

$$\begin{aligned} A_m (SC_2 + CS_2) + B_m (CC_2 - SS_2) &= B_{m+1}, \\ A_m (SS_2 + CC_2) + B_m (CS_2 - SC_2) &= A_{m+1}, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$C_2 = \text{ch} \sqrt{n} \pi / N, \quad S_2 = \text{sh} \sqrt{n} \pi / N.$$

Решение уравнений (6) имеет вид

$$A_m = D e^{i\mu m}, \quad B_m = f D e^{i\mu m}. \quad (7)$$

Подставляя (7) в (6), легко получить

$$\cos \mu = CC_2$$

или, разлагая $\cos \mu$ в ряд по степеням $\sqrt{n} \pi / N$,

$$\cos \mu = 1 - \frac{n^2}{6} \left(\frac{\pi}{N} \right)^4.$$

Чтобы решение было устойчивым, необходимо, чтобы $|\cos \mu| < 1$. В центре области устойчивости $\cos \mu = 0$, т. е.

$$n^2 = 6 (N/\pi)^4.$$

Помимо главной области устойчивости, центр которой найден, имеется бесконечный ряд областей устойчивости вокруг тех значений n , для которых $\cos \mu$ обращается в нуль. Однако практическое значение имеет лишь главная область устойчивости.

§ 7. Ядерная физика

(Общие указания к решению задач 352—374)

Если N — число радиоактивных атомов в момент t , то число распадов за время dt будет $\lambda N dt$, где λ — константа, называемая постоянной распада в единицу времени (в 1 с). Изменение числа радиоактивных атомов за время dt равно

$$dN = -\lambda N dt. \quad (1)$$

Интегрируя (1) с начальным условием $N = N_0$ при $t = 0$, получаем закон радиоактивного распада

$$N = N_0 e^{-\lambda t}. \quad (2)$$

Подставляя в (1) $t = T = \ln 2 / \lambda$, видим, что за время T число радиоактивных атомов уменьшается в 2 раза. Время $T = \ln 2 / \lambda = 0,693 / \lambda$ называется периодом полураспада радиоактивного вещества, а время $\tau = 1 / \lambda$ — временем жизни.

Активностью (или интенсивностью) радиоактивного препарата называется число распадов, происходящих в нем в единицу времени: $n = -dN/dt$. На основании (1)

$$n = \lambda N; \quad (3)$$

активность препарата убывает по тому же экспоненциальному закону, что и число радиоактивных атомов. В качестве единицы активности часто употребляют кюри: 1 Кн = $3,7 \cdot 10^{10}$ распад \cdot с $^{-1}$, т. е. числу распадов 1 г Ra в 1 с.

Пусть (под влиянием облучения нейтронами или другими частицами или в результате распада материнского вещества) в единицу времени образуется ν радиоактивных атомов с постоянной распада λ . За время dt число этих атомов изменяется на величину dN :

$$dN = \nu dt - \lambda N dt,$$

откуда следует (считая $N = 0$ при $t = 0$)

$$N = \frac{\nu}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t}). \quad (4)$$

Вначале (при $t \ll T$) число радиоактивных атомов нарастает практически линейно; однако рост числа атомов постепенно замедляется, и через промежуток времени, равный нескольким периодам полураспада, достигается насыщение числа атомов, при котором число новых радиоактивных атомов, образующихся в 1 с, равно числу атомов, распадающихся за то же время, т. е.

$$v = \lambda N.$$

Пусть период полураспада T_1 материнского радиоактивного вещества очень велик по сравнению с наибольшим из периодов полураспада T_k его последовательных продуктов распада. По истечении времени $t \gg T_k$ число атомов продуктов распада перестанет нарастать и согласно (4) будет равно

$$N_t = v/\lambda_i,$$

где v — число распадов материнского вещества в единицу времени, равное $\lambda_1 N_1$.

Следовательно, $\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 = \dots = \lambda_i N_i$, т. е. активность (числа распадов) всех членов радиоактивного семейства одинакова. Такое состояние называется состоянием радиоактивного равновесия.

$$352. \lambda = 2,9 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}.$$

$$353. \lambda = \frac{0,693}{T} = 1,37 \cdot 10^{-11} \text{ с}^{-1}.$$

$$354. \Delta N = 3,7 \cdot 10^{10}.$$

355. Из вида графика можно убедиться, что присутствуют по крайней мере два радиоактивных элемента. Сразу можно определить длинный период полураспада, который оказывается равным 8 ч. Более короткий период полураспада можно найти следующим образом. Нужно вычесть из показаний счетчика значения, соответствующие длинному периоду полураспада, и построить график для новых значений. Короткий период оказывается равным 40 мин.

356. В силу радиоактивного равновесия RaD, RaE и Po испытывают одинаковое число распадов в 1 с, т. е. число β -частиц, испускаемых в 1 с RaD или RaE, равно числу α -частиц, испускаемых Po. Число атомов каждого рода находится из условия равенства активностей:

$$\lambda_{\text{RaD}} N_{\text{RaD}} = \lambda_{\text{RaE}} N_{\text{RaE}} = \lambda_{\text{Po}} N_{\text{Po}} = 10^8 \text{ с}^{-1}.$$

По схеме распадов ряда урана—радия (табл. VII) находим период полураспада RaD: $T = 6,4 \cdot 10^8 \text{ с}$, откуда

$$\lambda_{\text{RaD}} = \frac{0,693}{T_{\text{RaD}}} = \frac{0,693}{6,4 \cdot 10^8} = 10^{-9} \text{ с}^{-1}$$

и

$$N_{\text{RaD}} = \frac{10^6}{10^{-9}} = 10^{14} \text{ атомов}, \quad N_{\text{Po}} = 1,87 \cdot 10^{12} \text{ атомов},$$

$$N_{\text{RaE}} = 6,7 \cdot 10^{10} \text{ атомов}.$$

357. Период полураспада радия—1602 года; в 1 г радия содержится

$$N_{\text{Ra}} = \frac{6,02 \cdot 10^{23}}{226} = 2,66 \cdot 10^{21} \text{ атомов}.$$

Аналогично тому, как это делалось в предыдущей задаче, найдем число распадов, происходящих в 1 г Ra в 1 с, и число атомов радона в равновесии с 1 г Ra (период полураспада радона $T_{\text{Rn}} = 3,82$ сут):

$$\lambda_{\text{Ra}} N_{\text{Ra}} = 3,65 \cdot 10^{10}, \quad N_{\text{Rn}} = \frac{\lambda_{\text{Ra}} N_{\text{Ra}}}{\lambda_{\text{Rn}}} = 1,74 \cdot 10^{16}.$$

Так как 1 моль газа занимает при нормальных условиях объем в 22 400 см³, объем радона, находящийся в равновесии с 1 г Ra, равен

$$V_{\text{Rn}} = 22\,400 \frac{N_{\text{Rn}}}{6,02 \cdot 10^{23}} = 6,5 \cdot 10^{-4} \text{ см}^3 = 0,65 \text{ мм}^3.$$

358. ≈ 43 мм³. В расчете не учтено выделение He продуктами распада радия.

359. $\lambda = 4,8 \cdot 10^{-18} \text{ с}^{-1}$.

360. В силу радиоактивного равновесия между U²³⁸ и U²³⁴ $\lambda_{234} \cdot N_{234} = \lambda_{238} \cdot N_{238}$, откуда

$$\frac{T_{234}}{T_{238}} = \frac{\lambda_{238}}{\lambda_{234}} = \frac{N_{234}}{N_{238}} = 5,5 \cdot 10^{-5}; \quad T_{234} = 2,48 \cdot 10^8 \text{ лет}.$$

Период полураспада U²³⁴ много меньше возраста Земли ($\approx 10^9$ лет); таким образом, наше предположение о наличии радиоактивного равновесия между U²³⁸ и U²³⁴ оправдано.

361. Активность препарата, как и число активных атомов, убывает пропорционально $e^{-\lambda t} = 2^{-t/T}$. Активность препарата P³² через 10 дней после изготовления:

$$n = n_0 \cdot 2^{-t/T} = 100 \cdot 2^{-10/15} = 63 \text{ мКи}.$$

362. $T_{\text{UI}} = T_{\text{Ra}} N_{\text{UI}} / N_{\text{Ra}} = 4,5 \cdot 10^9 \text{ лет}.$

363. $Z = 90$; $A = 230$; ионий—изотоп тория.

364. $t = \frac{\ln(1+k)}{\ln 2} T_{\text{UI}} \approx 1,65 \cdot 10^9 \text{ лет} \quad (k = N_{\text{Pb}} / N_{\text{UI}}).$

365. При облучении до насыщения число распадающихся в 1 с атомов йода (т. е. активность препарата) равно числу атомов, образующихся ежесекундно, т. е.

$$n_{\text{насыщ}} = 10^7 \text{ распад} \cdot \text{с}^{-1}.$$

Число атомов иода при активации до насыщения равно

$$N_{\text{насыщ}} = \frac{n}{\lambda} = 10^7 \frac{T}{\ln 2} = 2,16 \cdot 10^{10} \text{ атомов.}$$

Число атомов иода через время t после облучения

$$N = N_{\text{насыщ}} (1 - e^{-\lambda t})$$

или при малых t ($t \ll T$)

$$N = N_{\text{насыщ}} \lambda t = nt.$$

При $t = 1$ мин

$$N = nt = 10^7 \cdot 60 = 6 \cdot 10^8 \text{ атомов.}$$

При $t = 25$ мин

$$N = N_{\text{насыщ}} (1 - e^{-\lambda t}) = 1,08 \cdot 10^{10} \text{ атомов.}$$

$$366. k_8(t) = \frac{k_8}{1 + k_8 [e^{(\lambda_8 - \lambda_5)t} - 1]} \cdot 10^{-2},$$

$$k_5(t) = 100 - k_8(t).$$

$4 \cdot 10^9$ лет тому назад содержание U^{235} составляло 16,08%. При-мерно $6 \cdot 10^9$ лет тому назад содержания U^{235} и U^{238} могли быть равными. Конечно, в период образования Земли в природе были и другие изотопы урана (см. задачу 367).

367. С момента образования Земли за время $t = 4 \cdot 10^9$ лет вероятное содержание U^{234} на Земле должно было бы уменьшиться в $e^{(t \ln 2)/\tau_4} \approx e^{11180} \approx 10^{4855}$ раз. Если даже предположить, что в момент образования Земля состояла только из U^{234} , то и тогда на Земле уже давно не осталось бы ни одного атома U^{234} . Изотоп U^{234} существует в природе благодаря α -распаду U^{238} и β -распаду Th^{234} и Ra^{234} . Содержание U^{234} находится из условия радиационного равновесия (см. задачу 360).

$$368. \frac{T_8}{\ln 2} = 6,45 \cdot 10^9 \text{ лет; } \frac{T_5}{\ln 2} = 1,016 \cdot 10^9 \text{ лет.}$$

369. Если предположить, что частицы находятся в некотором замкнутом объеме V , то число состояний нейтрино и электрона в интервале импульсов dp_ν и dp_e равно

$$d\rho = \frac{4\pi p_e^2 dp_e \cdot 4\pi p_\nu^2 dp_\nu}{(2\pi\hbar)^6} V^2.$$

Используя соотношения $d\mathcal{E}_e = d\mathcal{E}_\nu = d\mathcal{E}$, $p dp = \mathcal{E} d\mathcal{E}/c^2$ и закон сохранения энергии $\mathcal{E} = \mathcal{E}_\nu + \mathcal{E}_e$, исключим неизвестную энергию нейтрино и, выразив импульс электрона через его энергию, получим

$$\frac{d\rho}{d\mathcal{E}} = A^2 \mathcal{E}_e \sqrt{\mathcal{E}_e^2 - m_e^2 c^4} (\mathcal{E} - \mathcal{E}_e)^2 d\mathcal{E}_e,$$

где A — константа, m_e — масса электрона. (Масса нейтрино считается равной нулю.)

Пояснение. В квантовой механике часто используется прием, изложенный в ответе. Спектр свободных частиц непрерывен. Однако если мы будем рассматривать частицы в некотором объеме, который не войдет в окончательный ответ, то спектр станет дискретным. Например, при движении вдоль оси x длина волны де Бройля $\lambda = 2\pi\hbar/p_x$ должна укладываться целое число раз вдоль грани куба, равной a . Таким образом, $a/\lambda = ap_x/(2\pi\hbar) = N$, где N — целое число. Расстояние между уровнями $dp_x = 2\pi\hbar/a$.

Производя рассмотрение вдоль осей y и z найдем, что в импульсном пространстве, в котором вдоль осей отложены p_x, p_y, p_z , в объеме $(2\pi\hbar)^3/a^3 = (2\pi\hbar)^3/V$ находится лишь один уровень. В нашем случае все направления равноправны, поэтому мы можем написать для бесконечно малого объема выражение $4\pi p^2 dp$, где $p^2 = p_x^2 + p_y^2 + p_z^2$. Поскольку у нас две частицы — электрон и нейтрино, число состояний равно произведению возможных состояний для электрона и нейтрино.

370. Порядок мультипольного излучения атомной или ядерной системы зависит от разности моментов количества движения в конечном и начальном состояниях. При мультипольном излучении порядка m ($m=1$ для дипольного излучения, $m=2$ для квадрупольного и т. д.) должно быть выполнено следующее условие:

$$|I_n - I_k| \leq m \leq |I_n + I_k|,$$

где I_n и I_k — начальный и конечный моменты количества движения ядра. Если разность $|I_n - I_k|$ велика, то излучение происходит с высоким моментом m , т. е. с малой вероятностью (см. задачу 398). Долгоживущие изомеры — это ядра в возбужденном состоянии, в котором момент количества движения отличается от момента количества движения нижележащих состояний на большую величину, обычно равную $4\hbar$ или $5\hbar$.

371. Радиоактивностью называют задержанный распад атомных ядер, когда такой распад энергетически выгоден. Объяснить радиоактивность — это значит определить причину задержки распада ядер по сравнению с распадом при ядерных реакциях. Как известно, β -радиоактивность объясняется слабостью сил, ответственных за β -распад. Нейтронной радиоактивности не существует, так как нейтроны электрически нейтральны, и если энергетически выгодно испускать нейтрон, то он вылетает за характерное для атомного ядра время порядка 10^{-14} с. Поэтому радиоактивностью называют вылет частиц за время, значительно большее чем 10^{-14} с, скажем за время 10^{-9} — 10^{-10} с и больше. Заряженные частицы, если это даже энергетически выгодно, не вылетают быстро из ядра

из-за существования кулоновского барьера. Однако кулоновский барьер слабо удерживает протоны. Для α -частиц кулоновский барьер выше, чем для протонов, а масса в четыре раза больше. Оба эти фактора сильно влияют на прозрачность барьера, так как ее значение экспоненциально зависит от высоты барьера, поэтому прозрачность барьера для α -частиц уменьшается на несколько десятков порядков по сравнению с прозрачностью барьера для протонов.

372. Для α -частиц с уровнем выше 9 МэВ кулоновский барьер практически прозрачен. Поэтому не происходит замедления распада ядер. Если уровень расположен ниже 2—4 МэВ, то замедление распада настолько велико, что практически наблюдать α -распад не представляется возможным. (См. также ответ к задаче 371.)

373. $V = \frac{m}{M} v = 2,8 \cdot 10^7$ см/с. Здесь m — масса α -частицы, v — ее скорость, а M — масса ядра RaВ.

374. 100 Дж/ч.

375. $Q = N \frac{mv^2}{2} \left(1 + \frac{m}{M}\right) = 24,44$ кал/ч. Здесь N — число распадов в 1 ч, m и M — массы α -частицы и ядра отдачи.

376. $v = c \sqrt{1 - \left(\frac{1}{1 + \frac{\mathcal{E}}{mc^2}}\right)^2}$. Для позитрона $v = 2,82 \cdot 10^{10}$ см/с. В случае α -частиц и протонов $\mathcal{E} \ll mc^2$ и можно пользоваться приближенной формулой $v = \sqrt{2\mathcal{E}/m}$. Для протона $v \approx 1,4 \cdot 10^9$ см/с, для α -частицы $v \approx 7 \cdot 10^8$ см/с.

377. а) При реакции поглощается энергия (см. табл. VI):
 $Q = -931,5 (7,016004 + 1,007825 - 7,016930 - 1,008665)$ МэВ =
 $= 1,645$ МэВ.

б) Из закона сохранения энергии и импульса для неупругого процесса найдем, полагая $m_n = m_p = \frac{m_{\text{Be}}}{7} = \frac{m_{\text{Li}}}{7}$:

1) в системе центра масс

$$\mathcal{E}_n^c = \mathcal{E}_p^c - \frac{7}{8} Q;$$

2) в лабораторной системе

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_n &= \frac{49}{64} \left\{ \left(\mathcal{E}_p - \frac{8}{7} Q \right) + \frac{2}{7} \left(\sqrt{\mathcal{E}_p \left(\mathcal{E}_p - \frac{8}{7} Q \right)} \right) \cos \alpha_c + \frac{\mathcal{E}_p}{49} \right\} = \\ &= \frac{1}{64} \left\{ \sqrt{\mathcal{E}_p} \cos \alpha + \sqrt{49 \left(\mathcal{E}_p - \frac{8}{7} Q \right) - \mathcal{E}_p \sin^2 \alpha} \right\}^2, \end{aligned}$$

где \mathcal{E}_n^c и \mathcal{E}_n — энергии нейтрона в системе центра масс и лабораторной системе, \mathcal{E}_p^c , \mathcal{E}_p — то же для протона; α_c и α — углы между направлениями скорости протона и нейтрона в системе центра масс и лабораторной системе.

Из формул ясно, что минимальная энергия протона (порог реакции) в системе центра масс равна $\mathcal{E}_p^c = \frac{7}{8} Q = 1,44$ МэВ, а

в лабораторной системе $\mathcal{E}_p = \frac{8}{7} Q = 1,88$ МэВ.

378. 32 МэВ.

379. 28,3 МэВ.

380. $A_{\text{дейтерия}} = 2,01410$; $A_{\text{электрона}} = 0,000548$; $A_{\text{дейтона}} = 2,01356$.

381. 17,34 МэВ.

382. Энергии протона и нейтрона равны между собой и составляют 0,2 МэВ. Протон и нейтрон разлетаются в противоположные стороны.

383. $\Delta m = 0,46 \cdot 10^{-9}$ г.

384. $\Delta m = 4,6 \cdot 10^{-9}$ г.

385. $\Delta m = 2,4 \cdot 10^{-32}$ г.

386. При испускании γ -кванта должны выполняться законы сохранения энергии и импульса

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{12} &= \hbar\omega + R, \\ \frac{\hbar\omega}{c} &= p_R = \frac{1}{c} \sqrt{R(2Mc^2 + R\dots)}, \end{aligned}$$

где p_R — импульс ядра после испускания γ -кванта. Решая эти уравнения, получим

$$R = \frac{\mathcal{E}_{12}^2}{2(Mc^2 + \mathcal{E}_{12})} \approx \frac{\mathcal{E}_{12}^2}{2Mc^2} = 0,0468 \text{ эВ},$$

$$\hbar\omega = \mathcal{E}_{12} - \frac{\mathcal{E}_{12}^2}{2Mc^2}.$$

387. $R \approx \frac{\mathcal{E}_{12}^2}{2Mc^2}$; $\hbar\omega = \mathcal{E}_{12} + R$.

388. Из решения задач 386 и 387 получаем, что разность энергий испускаемых и поглощаемых квантов для свободных ядер равняется $2R \approx \mathcal{E}_{12}^2/(Mc^2)$. Сравнить удобнее относительные ширины линий: $\frac{\Gamma}{\mathcal{E}_{12}}$, $\sqrt{\frac{2kT}{Mc^2}}$ и $\frac{2R}{\mathcal{E}_{12}}$. Искомая температура

$T_0 = \frac{\mathcal{E}_{12}^2}{2Mc^2k}$. Для ядер, приведенных в условии задачи, получаем

следующую таблицу:

Ядро	Tu ¹⁶⁹	Fe ⁵⁷	Dy ¹⁶¹	Ir ¹⁹³	Au ¹⁹⁷	Er ¹⁶⁶
$\frac{2R}{\mathcal{E}_{12}} \cdot 10^7$	0,53	2,7	1,7	4,1	4,2	5,2
T_{θ}	3	22	26	172	186	241
Ядро	Zn ⁶⁷	W ¹⁸²	Hf ¹⁷⁷	Ir ¹⁹¹	Re ¹⁸⁷	
$\frac{2R}{\mathcal{E}_{12}} \cdot 10^7$	15,4	5,9	6,9	7,2	10,7	
T_{θ}	825	449	340	535	1152	

Из полученной таблицы видно, что естественная ширина линий на много порядков меньше разности энергий испускаемых и поглощаемых γ -квантов, а T_{θ} для большинства ядер довольно велико. Эти обстоятельства затрудняют наблюдение резонансного поглощения γ -квантов на свободных ядрах.

389. Изменение энергии γ -кванта из-за эффекта Доплера

$$\Delta \mathcal{E} = \mathcal{E} \frac{v}{c}.$$

Полагая $\Delta \mathcal{E} = \Gamma/6$, получаем $v/c = 6 \cdot 10^{-12}$, $v = 0,18$ см/с.

390. Эффект Мёссбауэра происходит, когда импульс отдачи воспринимается кристаллами излучателя и поглотителя; это возможно, так как энергия отдачи на много порядков меньше энергии связи между ядрами. Охлаждение необходимо, чтобы при испускании и поглощении квантов не происходило индуцированное испускание акустических волн. Влияние температуры разъясняется следующими числами:

$$R \approx 5,37 \cdot 10^{-4} \mathcal{E}_{\gamma}^2 [\text{кэВ}]/A = 4,6810^{-2} \text{ эВ};$$

$$D = 2,27 \cdot 10^{-2} \sqrt{TR} [\text{эВ}];$$

$$D = 4,39 \cdot 10^{-2} \text{ эВ при } T = 80 \text{ К};$$

$$D = 8,50 \cdot 10^{-2} \text{ эВ при } T = 300 \text{ К}.$$

391. Усредненный вектор Пойнтинга несмещенной линии равен

$$\frac{|E_0|^2}{4\pi} \left[1 - \frac{1}{4} \left(\frac{x_0 \omega}{c} \right)^2 \right]^2 \approx \frac{|E_0|^2 c}{4\pi} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x_0 \omega}{c} \right)^2 \right].$$

Таким образом, вероятность излучения несмещенной линии

$$f = \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x_0 \omega}{c} \right)^2 \right].$$

392. Смещение частот $\frac{\Delta \omega}{\omega} = \frac{R \Omega^2}{2c^2}$. Если $\frac{\Delta \omega}{\omega} = \frac{1}{13} \cdot 10^{-13}$, то $\Omega = 74,5$ рад/с.

$$393. \Delta \mathcal{E}_1 = \frac{p^2}{2 \left(M \mp \frac{\mathcal{E} \gamma}{c^2} \right)} - \frac{p^2}{2M} \approx \frac{\pm p^2}{2M} \frac{\mathcal{E} \gamma}{Mc^2}, \text{ где } p \text{ — импульс}$$

ядра. Таким образом, энергия испущенного фотона уменьшилась, так как энергия тратится на увеличение кинетической энергии ядра. При поглощении энергия фотона также уменьшается, так как уменьшается кинетическая энергия ядра.

Поскольку указанный эффект действует одинаково при испускании и поглощении γ -квантов, он может наблюдаться только в том случае, когда температуры излучателя (T_1) и поглотителя (T_2) разные. Относительное смещение линий поглощения и испускания:

$$\Delta \mathcal{E}_1 - \Delta \mathcal{E}_2 = \frac{\mathcal{E} \gamma}{Mc^2} \frac{1}{2M} (p_1^2 - p_2^2) = \frac{3k(T_1 - T_2)}{2Mc^2} \mathcal{E} \gamma.$$

Рассмотренный эффект чисто релятивистский, так как он пропорционален $(v/c)^2$. Его можно объяснить также на основе теории поперечного эффекта Доплера.

394. $\mathcal{E}_{12} < [5 \sqrt{T_D A / 160}]$ [кэВ]. При $A = 225$ и $T_D = 480$ К находим $\mathcal{E}_{12} < 75 \sqrt{3}$ кэВ. При $A = 64$ и $T_D = 160$ К получим $\mathcal{E}_{12} < 40 \sqrt{3}$ кэВ. Отсюда можно прийти к выводу, что для наблюдения эффекта Мёссбауэра приходится ограничиваться энергиями γ -квантов, не сильно превышающими 100 кэВ, и [массовыми числами, большими 50.

$$395. h = \frac{\Gamma c^2}{100 \mathcal{E}_{12} g} \approx 28 \text{ м, где } g \text{ — ускорение свободного падения.}$$

396. В соответствии с решением задачи 393, если разность температур излучателя и приемника равна δT , то частоты излучения и поглощения смещены на $\delta \nu = \frac{3k \nu \delta T}{2Mc^2}$. Смещение частоты

из-за разности высот $\Delta \nu = \frac{gh}{c^2} \nu$, [и, таким образом, значение $\delta T = 1^\circ \text{C}$ отвечает разности высот

$$\delta h = \frac{3k \delta T}{2Mg} \approx 22 \text{ м.}$$

397. Согласно принципу эквивалентности действие ускорения эквивалентно действию гравитационного поля, сообщаемого телам

то же ускорение. Отсюда ясно, что в условиях задачи наличие ускорения приведет к изменению энергии системы на величину порядка $\mathcal{E}_a \sim Max$, где M — масса ядра. В приведенном примере даже для тяжелого ядра с $M \sim 10^{-23}$ г энергия $\mathcal{E}_a \sim 10^{-2}$ эВ. В то же время энергия испускаемых ядром γ -лучей обычно не меньше значения 10^4 эВ. Следовательно, рассматриваемое ускорение не может заметно повлиять на энергию γ -лучей. Из этого и аналогичных примеров ясно, что в конечном счете заключение о независимости хода атомных и ядерных «часов» от их ускорения связано со слабостью гравитационного взаимодействия по сравнению с электромагнитным и сильным (ядерным) взаимодействием. При этом, разумеется, мыслимы столь сильные ускорения (или гравитационные поля), при которых даже атомные или ядерные «часы» уже нельзя считать нечувствительными к действию ускорения.

398. Число γ -квантов, излучаемых в единицу времени, равняется $I/\hbar\omega = 1/\tau_2$. Отсюда

$$\tau_2 \sim \frac{c^3 \hbar \omega}{\omega^4 e^2 R^2} = \frac{\hbar c}{e^2} \left(\frac{\lambda}{R} \right)^2 \frac{1}{\omega},$$

где R — радиус атомного ядра, $\lambda = \frac{c}{\omega} \approx \frac{200}{\mathcal{E} [\text{МэВ}]}$ [ферми] — длина волны γ -кванта с энергией \mathcal{E} , выраженной в мегаэлектронвольтах. После подстановки численных значений

$$\tau_2 \approx \frac{8 \cdot 10^{-20}}{\mathcal{E}} \left(\frac{200}{\mathcal{E} R} \right)^2,$$

где время τ_2 получается в секундах. При $\mathcal{E} = 1$ МэВ и $R = 4$ ферми формула дает $\tau_2 = 2 \cdot 10^{-18}$ с.

Приведенный выше расчет относился к дипольному излучению. При квадрупольном излучении формула будет приблизительно та же самая, но вместо дипольного момента войдет квадрат квадрупольного момента. При излучении более высокого порядка в формулу для излучения войдет более высокий мультипольный момент.

Из электродинамики известно, что при разложении электрического поля в ряд по моментам параметром разложения является размер системы. Если в дипольный момент входит размер системы R в первой степени, то в квадрупольный момент входит R^2 , а в момент порядка m — R^m . Поэтому по порядку величины время излучения с моментом m равняется

$$\tau_{2,m} \approx \frac{8 \cdot 10^{-20}}{\mathcal{E}} \left(\frac{200}{\mathcal{E} R} \right)^{2m}.$$

Если $m = 5$, $R = 4$ ферми, $\mathcal{E} = 1$ МэВ, то $\tau_{2,5} = 0,008$ с.

399. Разница энергий связи рассматриваемых пар зеркальных ядер $\Delta \mathcal{E} = \frac{3}{5} \frac{e^2}{R} [(Z+1)Z - (Z-1)Z]$, где Z — меньший атомный номер каждой пары. Отсюда $R = 1,73 (Z/\Delta \mathcal{E})$ ферми. Значения R при различных A приведены в следующей таблице:

A_i	3	5	7	11	13	15	17
R_i	2,26	3,11	3,15	3,12	3,45	3,42	3,90
A_i	19	21	23	25	27	29	
R_i	3,87	3,99	3,93	4,10	4,02	4,22	

Прозекстраполируем полученные значения функций $\bar{R}_i = r_0 A_i^{1/3}$. Задача состоит в нахождении r_0 по методу наименьших квадратов. Составим функцию от r_0 :

$$f(r_0) = \sum (R_i - r_0 A_i^{1/3})^2,$$

где R_i и A_i — данные, приведенные в таблице. Параметр r_0 выберем так, чтобы $f(r_0)$ было минимально. Полагая $\partial f / \partial r_0 = 0$, получим

$$r_0 = \frac{\sum R_i A_i^{1/3}}{\sum A_i^{2/3}} = 1,44 \text{ ферми.}$$

400. При больших энергиях рассеяние частиц можно рассматривать квазиклассически. Отсюда следует, что сечение рассеяния растет при уменьшении угла рассеяния, так как, когда параметр соударения a увеличивается, площадь кольца $2\pi a da$ возрастает. Однако если в процессе соударения протон превратится в нейтрон,

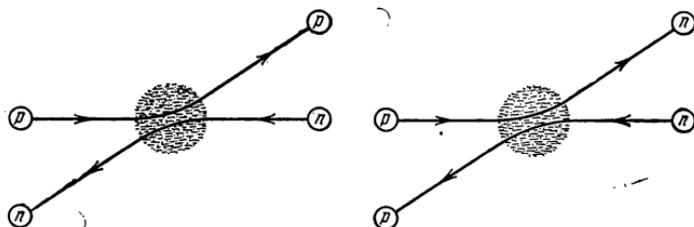


Рис. 23.

а нейтрон — в протон, то окажется, что рассеяние на 180° будет наиболее вероятно. Это иллюстрируется рис. 23, на котором рассматривается соударение без обменных сил и соударение с обмен-

ными силами. Исходя из приведенных рассуждений, можно дать ответ на вопросы, содержащиеся в задаче.

а) Сечение имеет максимум при $\theta = 0^\circ$;

б) Сечение имеет максимум при $\theta = 180^\circ$;

в) Сечение имеет два одинаковых максимума — при $\theta = 0^\circ$ и $\theta = 180^\circ$.

Эксперимент близок к случаю в).

$$401. \sigma = 1,38 \cdot 10^{20} \text{ эрг/см}^2 = 0,30 \cdot 10^{18} \sigma_{\text{Hg}}.$$

$$402. \rho = \frac{\bar{m}A - \frac{\mathcal{E}}{A} A}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{\bar{m} - \frac{\mathcal{E}}{A}}{\frac{4}{3}\pi (1,25)^3} \left[\frac{\text{МэВ}}{\text{ферми}^3} \right] = \left(\frac{\bar{m} - \frac{\mathcal{E}}{A}}{\frac{4}{3}\pi (1,25)^3} \right) \times \\ \times \frac{1,6 \cdot 10^{-6}}{10^{-39} \cdot 9 \cdot 10^{20}} = 2,02 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^3.$$

$$403. \mathcal{E}_k = \frac{3}{5} \frac{e^2 Z (Z-1)}{R} = 0,69 Z (Z-1) A^{-1/3} [\text{МэВ}] \approx$$

$$\approx 0,7 Z^2 A^{-1/3} [\text{МэВ}].$$

404. При делении на два равных осколка

$$\Delta \mathcal{E}_p = \mathcal{E}_p (2^{1/3} - 1), \quad \Delta \mathcal{E}_k = \mathcal{E}_k (2^{-2/3} - 1),$$

$$\text{где } \mathcal{E}_p = -17 A^{2/3} [\text{МэВ}], \quad \mathcal{E}_k = -0,7 \frac{Z^2}{A^{1/3}} [\text{МэВ}].$$

Деление энергетически выгодно, когда $\Delta \mathcal{E}_p + \Delta \mathcal{E}_k > 0$, т. е.

$$-|\mathcal{E}_p| (2^{1/3} - 1) + |\mathcal{E}_k| (1 - 2^{-2/3}) > 0.$$

Отсюда находим

$$\frac{|\mathcal{E}_k|}{|\mathcal{E}_p|} > \frac{2^{1/3} - 1}{1 - 2^{-2/3}} = 0,70, \quad \text{или} \quad \frac{Z^2}{A} > 17.$$

405. Масса атомного ядра

$$M_{\text{я}}(A, Z) = Z m_p + (A - Z) m_n - \mathcal{E}_k - \mathcal{E} + f(A),$$

где $f(A)$ — функция A , слабо зависящая от Z . Приближенно минимум $M_{\text{я}}(A, Z)$ можно найти, считая Z непрерывной переменной и полагая $(\partial M_{\text{я}}/\partial Z)_A = 0$. В результате получим

$$Z = \frac{A}{1,97 + 0,015 A^{2/3}}.$$

При пользовании этой формулой нужно брать ближайшее целое значение Z :

A	Z	Ядро	A	Z	Ядро
10	5	${}^5_5\text{B}^{10}$	150	60	${}^{150}_{62}\text{Sm}^{150}$
50	23	${}^{50}_{23}\text{V}^{50}$	200	80	${}^{200}_{80}\text{Hg}^{200}$
100	44	${}^{100}_{44}\text{Ru}^{100}$			

406. Деление ядер — результат конкуренции двух сил: поверхностного натяжения и кулоновского отталкивания — при небольших деформациях поверхности атомного ядра. При таких деформациях силы поверхностного натяжения изменяются в два раза сильнее, чем кулоновские, так как поверхностное натяжение $\sim R^2$, а кулоновские силы $\sim 1/R$. Отсюда с учетом задач 401 и 403 получается условие стабильности ядер: $Z^2/A \ll 49$.

407. Осколки деления перенасыщены нейтронами. От лишних нейтронов осколки деления освобождаются двумя способами: путем прямого испускания нейтронов или посредством превращения нейтронов внутри ядра в протоны, т. е. путем β^- -распада.

408. Осколки деления β^- -радиоактивны (см. задачу 407). Из закона сохранения лептонного заряда следует, что при распаде лептонов должны рождаться лептон и антилептон. Поскольку электрон — частица, с ним должно рождаться антинейтрино. Поэтому вместе с β^- -частицами (электронами) из реактора всегда вылетают антинейтрино. На Солнце происходит синтез ядер из протонов, следовательно, часть протонов должна превращаться в нейтроны с испусканием позитронов. Поскольку позитрон — античастица, вместе с ним должно рождаться нейтрино.

409. Следует численно решить уравнение (см. задачу 405)

$$Z = \frac{A}{1,97 + 0,15A^{2/3}} \quad \text{и неравенство } Z^2/A < 49. \quad \text{Это дает } A < 368, \\ Z < 135.$$

410. Потеря энергии при одном соударении $\Delta = \frac{2A\mathcal{E}(1 - \cos \theta_c)}{(1 + A)^2}$;

$$\Delta_{\text{макс}} = \frac{4A\mathcal{E}}{(1 + A)^2}, \quad \Delta_{\text{ср}} = \frac{2A\mathcal{E}}{(1 + A)^2},$$

где \mathcal{E} — энергия нейтрона до соударения, θ_c — угол рассеяния в системе центра масс, в которой рассеяние изотропно,

$$A \cos \theta_c = \cos \theta \cdot \sqrt{A^2 - \sin^2 \theta} - \sin^2 \theta.$$

Здесь θ — угол рассеяния в лабораторной системе.

411. $\xi = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \ln \frac{(1 + A)^2}{1 + A^2 + 2A \cos \theta_c} d \cos \theta_c = 1 - \frac{(A - 1)^2}{2A} \times$
 $\times \ln \frac{A + 1}{A - 1}.$

412. Разности ое уравнение замедления:

$$\mathcal{E}_n - \mathcal{E}_{n+1} = \delta \cdot \mathcal{E}_n,$$

где \mathcal{E}_n — энергия нейтрона перед n -м соударением, а \mathcal{E}_{n+1} — после n -го соударения. Величина δ зависит от массового числа замедлителя и угла рассеяния:

$$\delta = 1 - \mathcal{E}_2/\mathcal{E}_1,$$

но не зависит от n , если произвести усреднение по углам. Решение разностного уравнения при этом условии:

$$G_n = G_1 e^{-\xi n},$$

где $\xi = \left(\ln \frac{G_1}{G_2} \right)_{\text{ср}}$.

Таким образом, число соударений $n = \xi^{-1} \ln \frac{G_1}{G_n}$. Параметр соударений, согласно решению задачи 411, для углерода равен

$$\xi = 1 - \frac{11^2}{24} \ln \frac{13}{11} = 0,158.$$

Следовательно, $n = 115$. Аналогично, для водорода $n = 18,2$, для бериллия $n = 87$.

413. Длина траектории при постоянном значении λ_s равняется

$$L = \frac{\lambda_s}{\xi} \ln \frac{G_1}{G_n} = \frac{1}{d} \ln \frac{G_1}{G_n}.$$

Длина свободного пробега $\lambda_s = 1/(N\sigma)$, где N — число частиц в 1 см^3 . Для углерода в рассматриваемом интервале энергий

$$N = \frac{6 \cdot 10^{23} \cdot 1,67}{12} = 0,831 \cdot 10^{23} \text{ см}^{-3},$$

$$\lambda_s = \frac{1}{0,831 \cdot 10^{23} \cdot 4,8 \cdot 10^{-24}} = 2,51 \text{ см}, \quad \xi = 0,158,$$

$$L = \frac{2,51}{0,158} \ln \frac{10^6}{0,025} = 241,5 \text{ см}.$$

Аналогично, для воды

$$L = \frac{0,7}{0,924} \ln 10^4 = 7 \text{ см}.$$

414. Величина ξ вычисляется согласно решению задачи 411: $\xi = 0,206$ для бериллия и $\xi = 0,158$ для графита. Для воды $k_3 = 80$; для тяжелой воды 20 000; для бериллия 155; для графита 170.

415. Среднеквадратичное смещение

$$\sqrt{\overline{r^2}} = \sqrt{L \cdot \lambda_s} = \sqrt{241,5 \cdot 2,51} = 24,6 \text{ см},$$

где L — длина траектории, а λ_s — длина свободного пробега, вычисленные в задаче 413.

416. Время запаздывания в точности совпадает со временем β -радиоактивности некоторых осколков деления. Это означает, что происходит не задержка в вылете нейтронов, когда такой вылет энергетически выгоден, а задержка в образовании ядра, для которого энергетически выгодно испустить мгновенный нейтрон. Ядро-излучатель нейтронов образуется в результате β -распада. С теоретической точки зрения нейтронная радиоактивность невозможна (см. задачу 371).

$$417. \bar{\tau} = \frac{\sum_1^6 T_i \beta_i}{\ln 2 \cdot \sum_1^6 \beta_i} = 12,97 \text{ с.}$$

$$418. \eta = \frac{\nu \sigma_f}{\sigma_f + \sigma_\gamma}; \quad \eta = 2,29 \text{ для } U^{233}; 2,07 \text{ для } U^{235}; 2,12 \text{ для } Pu^{239}.$$

$$419. \eta = \nu \frac{x \sigma_f^5}{x (\sigma_f^5 + \sigma_\gamma^5) + (1-x) \sigma_\gamma^5} = 1,32.$$

$$420. N = \frac{N_0}{1 - k_\infty}.$$

$$421. k_\infty \ll \eta \frac{\sigma_f}{\sigma_a + \sigma_c}. \text{ В данном случае } k_\infty < 0,25\eta, \text{ т. е. } k_\infty < 0,75.$$

$$422. P(t) = P(0) k^{\frac{t}{\tau}} = P(0) e^{\frac{t}{\tau} \ln k} \approx P(0) e^{\rho t / \tau}; \quad T = \tau / \rho.$$

423. При $\rho < \beta$. В отсутствие запаздывающих нейтронов $k - \beta < 1$ реакция только на быстрых нейтронах затухла бы. При $\rho > \beta$ реакция может развиваться и без запаздывающих нейтронов. (Подробнее см. задачу 425.)

$$424. \frac{dN}{dt} = 10^{14} \cdot 10^{-27} \cdot 10^{22} = 10^9 \text{ событий}/(\text{см}^2 \cdot \text{с}).$$

425. а) При $k=1$ стационарное решение имеет вид

$$\bar{C} = \bar{N} \frac{\bar{\tau} \beta}{\tau}.$$

Определим время приближения к стационарному режиму:

$$N(t) = [N(0) - \bar{N}] e^{-t/T} + \bar{N},$$

где $T = \frac{\bar{\tau}}{\beta \tau + \tau}$. Полагая $\tau = 10^{-3}$ с, а $\bar{\tau} = 13$ с, $\beta = 0,0064$, получим $T = 0,16$ с.

б) В надкритическом режиме период

$$T = \frac{\tau - \bar{\tau}(k - k\beta - 1) + \sqrt{[\tau - \bar{\tau}(k - k\beta - 1)]^2 + 4\bar{\tau}\tau(k-1)}}{2(k-1)}.$$

При $k-1 \ll 1$ время $T = \frac{\bar{\tau}\beta}{k-1}$, т. е. полностью определяется запаздывающими нейтронами.

426. В 1 т «горючего» содержится $N = 2,5 \cdot 10^{26}$ атомов плутония. В одном акте деления выделяется $Q = 3,2 \cdot 10^{11}$ Дж. За 10 лет непрерывной работы (т. е. $t = 3,15 \cdot 10^8$ с) при заданной мощности реактора, выраженной в мегаваттах и отнесенной к одной тонне «горючего», образуется N_1 ядер плутония на тонну

«горючего»:

$$N_1 = k_B \frac{Pt \cdot 10^6}{Q} = 0,98 \cdot 10^{25} P \cdot k_B.$$

Здесь 10^6 — коэффициент, переводящий мегаватты в ватты, k_B — коэффициент воспроизводства. В то же время на создание мощности P было затрачено N_0 атомов плутония:

$$N_0 = \frac{Pt \cdot 10^6}{Q} = 0,98 \cdot 10^{25} P.$$

Допустим, что через 10 лет число атомов плутония удвоилось, т. е.

$$N + N_1 - N_0 = 2N.$$

Тогда $2,5 \cdot 10^{26} + 0,98 \cdot 10^{25} (Pk_B - P) = 5 \cdot 10^{26}$,

$$P(k_B - 1) = 25,5 \text{ МВт/т.}$$

427. 10^{10} т условного топлива (ТУТ) = $2,93 \cdot 10^{20}$ Дж. За 1 акт деления выделяется $3,2 \cdot 10^{-11}$ Дж энергии. Следовательно, число

актов деления $N = \frac{2,93 \cdot 10^{20}}{3,2 \cdot 10^{-11}}$. Количество урана:

$$\frac{2,93 \cdot 10^{31}}{3,2 \cdot 1,8 \cdot 0,00714} = 7,12 \cdot 10^{32} \text{ атомов,}$$

что эквивалентно $282,6 \cdot 10^3$ т естественного урана. Здесь $1,8 = 1 + k_B$; $0,00714$ — доля U^{235} .

$$428. I = \frac{e}{n\sigma \cdot l \cdot t}. \text{ Здесь } t = 3,6 \cdot 10^3 \text{ с, } nl = 8 \cdot 10^{-4} \cdot 6 \cdot 10^{23},$$

$$\sigma = 10^{-47} \text{ см}^2, e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл};$$

$$I = (6 \cdot 10^{23} \cdot 8 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-47} \cdot 3,6 \cdot 10^3 \cdot 0,66 \cdot 10^{19})^{-1} = 9260 \text{ А.}$$

$$429. \frac{dn}{dt} = -\frac{n^2}{2} \sigma v, \text{ где } n \text{ — плотность вещества, } v \text{ — тепловая}$$

скорость. Интегрируя это уравнение, получим

$$\frac{1}{n(t)} = \frac{1}{2} \sigma v t + \frac{1}{n(0)}, \quad t_2 = \frac{2}{n(0) \sigma v},$$

где t_2 — время, за которое плотность водорода убывает в два раза.

Средняя квадратичная скорость атома водорода $v = \sqrt{3kT/m} = 6,1 \cdot 10^7$ см/с, плотность водорода $n = \rho N_A = 9,5 \cdot 10^{25}$ см $^{-3}$, $t_2 = 1,1 \cdot 10^{10}$ лет.

$$430. Q_a = 4,0 \text{ МэВ; } Q_\beta = 3,25 \text{ МэВ.}$$

$$431. Q_a = 18,3 \text{ МэВ; } Q_\beta = 17,6 \text{ МэВ.}$$

432. Как следует из ответов к задачам 430 и 431, на один «сгоревший» дейтон выделяется энергия $\frac{1}{6} (4 + 3,25 + 17,6 + 18,3) = 7,2$ МэВ. Пользуясь этим, легко найти, что при полном сгорании дейтерия, содержащегося в 1 л воды, выделится энер-

гия $3,6 \cdot 10^3$ кВт·ч, что равно энергии, получающейся при сгорании 277 кг бензина.

433. Число реакций, происходящих в 1 с в 1 см³, равно $\frac{1}{2} N^2 \bar{\sigma} v$, где черта означает усреднение по всем значениям относительных скоростей атомов дейтерия.

434. $2,9 \text{ Вт/см}^3$.

435. $P = H^2/8\pi \approx 16 \text{ атм}$.

436. $1,6 \cdot 10^8 \text{ ккал}$.

437. $P = Q \frac{n^2}{4} \bar{\sigma} v = 17,6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13} \frac{n^2}{4} \bar{\sigma} v [\text{Вт/см}^3]$.

При $T = 1 \text{ кэВ}$ $P = 3,87 \cdot 10^{-5} \text{ Вт/см}^3$, $W = 19,35 \text{ кВт}$.

При $T = 10 \text{ кэВ}$ $P = 0,774 \text{ Вт/см}^3$, $W = 387 \text{ МВт}$.

438. $P = \frac{3Tn^2}{\pi\tau} = 0,16 \text{ Вт/см}^3$. То же самое можно рассчитать

по мощности выделения энергии α -частиц, так как энергия α -частиц, как раз должна равняться тепловой энергии, теряемой плазмой. Получаем величину плотности энергии в 3,5/17,6 раз меньшую, чем в предыдущей задаче при $T = 10 \text{ кэВ}$:

$$P = 0,15 \text{ Вт/см}^3 = \frac{n^2}{4} \bar{\sigma} v Q.$$

439. Мощность термоядерной реакции в 1 см³ равна $P = Q \frac{n^2}{4} \bar{\sigma} v$.

Согласно решению задачи 437 $P = 0,774 \text{ Вт/см}^3$. Потери энергии из плазмы

$$P_1 = \frac{3Tn^2}{\pi\tau} = \frac{3 \cdot 10^4 \cdot 10^{28} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{2 \cdot 10^{14}} = 0,24 \text{ Вт/см}^3.$$

Таким образом, $P/P_1 \sim 3$.

440. $\mathcal{E}_{\text{кин}} = \sqrt{(ZeR_{\text{пор}})^2 + (mc^2)^2} - mc^2$, где m — масса покоя частицы.

1) $\mathcal{E}_{\text{кин}} = 1,1 \cdot 10^9 \text{ эВ}$; 2) $\mathcal{E}_{\text{кин}} = 0,51 \cdot 10^9 \text{ эВ}$; 3) $\mathcal{E}_{\text{кин}} = 0,92 \cdot 10^9 \text{ эВ}$.

441. Если энергия протона достаточно велика, то он может излучать π^0 - и π^+ -мезоны, а также позитроны (реакции $p \rightarrow p + \pi^0$, $p \rightarrow p + \pi^+$, $p \rightarrow p + e^+ + \nu$). π^- -мезоны и электроны излучаться не могут.

442. $I_\gamma = 2\sigma I_{\text{кл}} N(L)$,

$$I_\gamma, \text{ центр} \approx 5 \cdot 10^{-4} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{ср}^{-1},$$

$$I_\gamma, \text{ антицентр} \approx 10^{-4} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{ср}^{-1},$$

$$I_\gamma, \text{ полюс} \approx 10^{-5} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{ср}^{-1}.$$

443. $I_{\text{кл}} \approx \frac{I_\gamma}{2\sigma n R_\Phi} \approx 200 I_\gamma [\text{см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{ср}^{-1}]$. Фотометрический радиус Мегалактики ($R_\Phi \approx 5 \cdot 10^{25} \text{ см}$) можно приближенно определить из уравнения Хаббла $u = hR$ при условии $u \approx c/2$.

444. Времена жизни: $0,66 \cdot 10^{-23}$ с; $0,66 \cdot 10^{-21}$ с; $0,66 \cdot 10^{-19}$ с.

445. Длина волны де Бройля $\lambda = \hbar/mv$ медленного нейтрона значительно больше размера ядра, поэтому сечение $\sigma \sim \lambda^2 f$, где λ^2 пропорционально сечению взаимодействия нейтрона с ядром, а f — вероятность проникновения нейтрона внутрь ядра через его границу. Величина $f \sim v$, где v — скорость налетающего нейтрона. Это можно доказать, приняв во внимание, что скорость нейтрона внутри ядра $w \gg v$. Для доказательства можно использовать закон непрерывности $\rho v = \rho' w$, где ρ — плотность нейтронов, налетающих на ядро, а ρ' — плотность нейтронов, проникших в ядро.

446. Если бы протон был тяжелее нейтрона, то реакции



происходили бы не только внутри ядра, но и в свободном состоянии. Водород был бы радиоактивным, и притом с коротким временем жизни, т. е. не существовал бы в природе в естественном состоянии. Жизнь была бы невозможна.

447. $N = \frac{2\rho V \cdot N_A}{M\tau} t$; здесь ρ — плотность воды, V — объем в см^3 ,

N_A — число Авогадро, M — молекулярная масса воды, t — время наблюдения, выраженное в тех же единицах, что и время жизни протона, коэффициент 2 учитывает, что в молекуле воды два свободных протона

$$N = \frac{2 \cdot 10^{25} \cdot 6 \cdot 10^{23} \cdot 60}{18 \cdot 10^{21} \cdot 3,15 \cdot 10^7} = 12,7.$$

448. Приравнявая градиенты потенциалов электростатического и ядерного взаимодействий, получим трансцендентное уравнение

$$\frac{g^2}{e^2} = \frac{\exp(r/R)}{1+r/R}.$$

Решая его при $g^2/e^2 = 2055,4$, получим $r/R = 10,02$, т. е. $r = 10$ ферми.

449. $\frac{1}{2} m\alpha v_\alpha^2 = \frac{m_e c^2}{2} \alpha^2 Z^2 \left(1 + \frac{m\alpha}{m_{\text{Li}}}\right) = 204,086$ эВ, где

$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$ — постоянная тонкой структуры, а $Z = 3$ — порядковый номер лития.

450. $F_\gamma = \frac{\overline{\sigma}_{\text{кя}} N}{R^2} = \frac{5 \cdot 10^{-3} M}{R^2} \left[\frac{\text{фотон}}{\text{см}^2 \cdot \text{с}} \right] \left(N \approx \frac{M}{2 \cdot 10^{-24}} \right)$ — среднее

число ядер в источнике, $2 \cdot 10^{-24}$ г — средняя масса ядер межзвездного газа, содержащего в основном водород, а также гелий).

451. Поток вещества не может стать неограниченно большим, так как будет остановлен возрастающим давлением радиации. Сила давления на электрон со стороны излучения равна $\sigma L/(4\pi r^2 c)$, где L — светимость, $\sigma = 6,65 \cdot 10^{-25}$ см^2 — томсоновское сече-

ние, r —расстояние до источника. Если эта сила станет больше гравитационной $GM\mu/r^2$ (μ —масса, приходящаяся на один электрон и равная массе протона, если газ—чистый водород), аккреция прекратится. Верхний предел светимости, обусловленный аккрецией, находится из равенства этих сил:

$$\frac{\sigma L}{4\pi r^2 c} = \frac{GM\mu}{r^2},$$

т. е. $L_{\text{кр}} = \frac{4\pi GM\mu c}{\sigma} = 1,3 \cdot 10^{38} \frac{M}{M_{\odot}} \text{ эрг/с}$, где $M_{\odot} = 2 \cdot 10^{33} \text{ г}$ —масса Солнца. Этот предел, называемый пределом Эддингтона, зависит только от массы источника.

452. Типичный радиус нейтронной звезды $r_0 \sim 10 \text{ км}$ ($r = (M/\rho)^{1/3}$, $M \sim M_{\odot}$, $\rho \sim 10^{14}$). При таких параметрах энергия протона

$$\mathcal{E} = \frac{Gm_p M}{r_0} \sim 2,2 \cdot 10^{-4} \text{ эрг} \sim 1,4 \cdot 10^8 \text{ эВ} \sim 0,15 m_p c^2.$$

453. Приравнивая скорость аккреции вещества максимальной светимости, полученной в задаче 451, получим максимальную скорость аккреции: $\dot{M} = 4\pi GM\mu c/\sigma$ и плотность аккреции: $\dot{m} = \dot{M}/(4\pi R^2)$. Для белых карликов $\dot{m} \approx 1 \text{ г/(с}\cdot\text{см}^2)$, а для нейтронных звезд $\dot{m} \approx 10^4 \text{ г/(с}\cdot\text{см}^2)$.

454. Изменение импульса частицы p при упругом столкновении с облаком равно

$$dp \approx \pm \frac{w}{c^2} \mathcal{E}(p);$$

$\mathcal{E} = pc^2/v$ —полная энергия частицы; знак $+$ или $-$ зависит от того, встречное ли это столкновение или догоняющее. Частота встречных столкновений равна

$$v_+ \approx n\sigma(v+w),$$

догоняющих $v_- \approx n\sigma(v-w)$. Следовательно, в среднем

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \frac{c^2 p}{\mathcal{E}} \frac{dp}{dt} \approx \frac{c^2 p}{\mathcal{E}} \frac{w}{c^2} \mathcal{E}(p) (v_+ - v_-) \approx \left(\frac{w}{c}\right)^2 n\sigma c^2 p (\mathcal{E}).$$

455. Если до столкновения с движущейся стенкой шарик имел импульс p , то после столкновения его импульс

$$p' = \frac{p \left(1 + \left(\frac{w}{c}\right)^2\right) + 2 \frac{w}{c^2} \mathcal{E}}{1 - \left(\frac{w}{c}\right)^2} \approx p + 2 \frac{w}{c^2} \mathcal{E},$$

где $\mathcal{E} = pc^2/v$ —энергия шарика. Так как $w/v \ll 1$, то приращение импульса шарика за одно столкновение мало и составляет

$$dp = 2 \frac{w}{c^2} \mathcal{E}.$$

Столкновения происходят через промежутки времени

$$dt = \frac{L_0 - \omega t}{v}.$$

Отсюда

$$\frac{dp}{dt} = \frac{2\omega p}{L_0 - \omega t},$$

или

$$p = \frac{p_0}{\left(1 - \frac{\omega t}{L_0}\right)^2}.$$

456. При образовании звезды из более разреженного облака освобождается энергия связи, которую сразу можно оценить по порядку величины:

$$\mathcal{E} \sim \frac{GM^2}{R}, \quad G = 6,67 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3/(\text{г} \cdot \text{с}^2).$$

Действительно, потенциал гравитационного поля на поверхности равен GM/R . Средний потенциал—того же порядка величины,

точный расчет дает $\mathcal{E} = \frac{3}{5} \frac{GM^2}{R}$. Отсюда $\frac{\Delta M}{M} \approx \frac{GM}{Rc^2}$. Величину

$\frac{GM}{c^2}$ (иногда $\frac{2GM}{c^2}$) называют гравитационным радиусом. Из приведенных в условии задачи данных получаем для гравитационного радиуса Солнца и ядра урана значения 1,46 км и $3 \cdot 10^{-50}$ см. А относительный дефект масс составляет $2 \cdot 10^{-6}$ и $4 \cdot 10^{-38}$.

§ 8. Элементарные частицы

(Общие указания к решению задач)

Изучение физики элементарных частиц происходит в конце курсов общей и теоретической физики. Цель данного раздела задачника—помочь изучить элементарные частицы в курсе общей физики; он невольно носит описательный характер, хотя в основе его лежит самый сложный аппарат теоретической физики. Поэтому, несмотря на простоту большинства собранных здесь задач, они могут вызвать психологическую трудность у студентов.

Современная физика элементарных частиц в рамках общего курса физики изложена, например, в книге Ю. М. Широкова и Н. П. Юдина «Ядерная физика», «Наука», 1980. Предполагается, знакомство с седьмой главой этой книги. Дадим ряд пояснений, относящихся к физике элементарных частиц. Каждая частица полностью характеризуется двумя типами квантовых чисел. Первый тип чисел—это величины, существенно положительные: масса, время жизни, спин, изотопический спин, унитарный спин. Второй

тип квантовых чисел—это так называемые заряды, принимающие как положительные, так и отрицательные значения: электрический, барионный, лептонные заряды, гиперзаряд, странность, очарование, красота, проекции спинов на оси координат.

Кроме того, частицы характеризуются внутренней четностью, которая выражается не числом, а свойством волновой функции частицы изменять или не изменять свой знак при преобразовании инверсии системы координат ($x \rightarrow -x, y \rightarrow -y, z \rightarrow -z$).

Каждой частице соответствует античастица с такими же, как у частицы положительными квантовыми числами, но с противоположными зарядами. Нужно различать электрически нейтральные частицы (нейтрон, нейтрино, лямбда и т. д.), у которых электрический заряд равен нулю, а некоторые другие заряды отличны от нуля, от истинно нейтральных частиц, у которых все заряды равны нулю (фотон, нейтральный пион и др.). Две частицы неразличимы, если совпадают все квантовые числа и четность. Таким образом, для истинно нейтральных частиц частица и античастица совпадают. Говорят, что совпадают данная частица и композиция кварков, если все квантовые числа частицы и композиции кварков одинаковы.

Классификация частиц проводится по разным признакам:

1. По времени жизни: устойчивые частицы (фотон, протон, электроны, три типа нейтрино); частицы, распадающиеся по слабому взаимодействию, частицы, распадающиеся по электромагнитному взаимодействию, частицы, распадающиеся по сильному взаимодействию (последние часто называют резонансами).

2. По типу взаимодействия. Фотон—единственная частица, обладающая только электромагнитным взаимодействием. Частицы, обладающие слабым взаимодействием (они могут обладать также электромагнитным взаимодействием, но не сильным), называются лептонами.

Частицы, обладающие сильным взаимодействием, называются адронами. Адроны могут обладать также и другими взаимодействиями (слабым, электромагнитным). Число известных адронов очень велико (больше сотни), но есть основание предполагать, что все они образуются из шести кварков и шести антикварков. Число шесть взято по аналогии с шестью лептонами.

В настоящее время известны пять кварков (d, u, s, c, b) и пять антикварков ($\bar{d}, \bar{u}, \bar{s}, \bar{c}, \bar{b}$). Переносчиком сильного взаимодействия между кварками являются гипотетические частицы—глюоны, их 8 сортов. Таблица кварков приведена в конце книги (табл. VIII). Там же можно узнать об упомянутых выше шести лептонах (три типа нейтрино, электрон, мюон и тау-частица). Переносчиками слабого взаимодействия являются пока еще не

открытые три промежуточных бозона (Z^+ , Z^- , Z^0). Массы промежуточных бозонов очень велики (порядка 90 ГэВ).

3. По характеру спинов. Частицы с целым спином называются бозонами (они подчиняются статистике Бозе). Частицы с полуцелым спином называются фермионами (они подчиняются статистике Ферми). Фотон является бозоном, лептоны — фермионами. Адроны могут быть как бозонами (и в этом случае их называют мезонами), так и фермионами (и в этом случае их называют барионами). Кварки являются фермионами, глюоны и промежуточные бозоны — бозонами.

4. По массам. Значение массы частицы дает полную энергию частицы. Предполагается, что энергетический спектр частиц определяется сильным и электромагнитным взаимодействиями. При вычислении массы частиц слабыми и гравитационными силами можно пренебречь. Сильное взаимодействие обладает самой высокой степенью симметрии. Если бы существовало только сильное взаимодействие, то адронов было бы на порядок меньше, так как уровни были бы сильно вырождены (восьмикратно, десятикратно и т. д.). Электромагнитное взаимодействие и некоторая часть сильного взаимодействия не обладают такой высокой симметрией, как сильное (например, отсутствует симметрия между электрическим зарядом и гиперзарядом), они расщепляют уровни, снимают вырождение. Вместо одного уровня (одной массы) появляется восемь уровней энергии (масс) или десять уровней и т. д. Разница энергий расщепленных уровней (разность масс) порядка 20%, что соответствует менее симметричной части сильного взаимодействия. Большие супермультиплеты (октеты, декуплеты) получили название унитарных. Однако внутри супермультиплета и находятся группы частиц (дублеты, триплеты, квартеты), массы которых отличаются всего на несколько процентов. Естественно предположить, что это расщепление вызвано электромагнитным взаимодействием, которое как раз примерно в сто раз слабее сильного.

В физике элементарных частиц особое значение имеют принципы симметрии и связанные с этими принципами законы сохранения. Законы сохранения могут быть получены из принципов симметрии без существенного использования динамических законов. Например, в механике закон сохранения энергии и импульса может быть получен из однородности времени и пространства без использования всей системы уравнений Ньютона, хотя исторически это происходило по-другому. Фундаментальность законов сохранения энергии, импульса, момента количества движения следует из фундаментальности принципов симметрии, из которых они следуют (однородность и изотропность пустого пространства

и однородность времени). Законы сохранения барионных и лептонных зарядов являются строгими, т. е. они выполняются при всех видах взаимодействия. В настоящее время не известно ни одного случая нарушения этих законов. Но все же они не имеют такого прочного обоснования, как законы сохранения энергии и импульса. Для того чтобы это подчеркнуть, помещена специальная задача о поисках распада протона с нарушением закона сохранения барионного заряда. Приводится много задач на нестрогие законы сохранения, т. е. такие, которые соблюдаются не при всех видах взаимодействия (например, законы сохранения странности, изотопического спина и др.).

Трудности вызывают понятия изотопического и унитарного спинов. Часто непонимание связано с самим названием, так как не существует физической аналогии между изотопическим спином и спином, а математическая аналогия находится за пределами рассмотрения этого вопроса в курсе общей физики. В данном параграфе практически все расчеты проводятся по порядку величины, и это требует свободной ориентации в основных атомных и ядерных величинах и фундаментальных константах, умения использовать анализ размерностей.

При вычислении по порядку величины электромагнитных процессов следует использовать константу тонкой структуры $\alpha = e^2/(\hbar c)$. Следует убедиться, что в релятивистской системе единиц борковский радиус $a_e = 1/(m_e \alpha)$, энергия электрона $\mathcal{E}_0 = -m_e \alpha^2/2$, скорость электрона $v = \alpha$, а вероятность дипольного излучения фотона в единицу времени $\sim \alpha$. Это позволит более смело использовать величину α для описания более сложных процессов, например комптоновского рассеяния, аннигиляции электрона с позитроном.

Особую роль в оценочных расчетах играет комптоновская длина волны. Очень важное значение имеют релятивистские инвариантные величины при взаимодействии частиц. Всюду, где говорится о массе, имеется в виду инвариантная масса (т. е. масса покоя).

При решении ряда задач используются диаграммы Фейнмана. В связи с этим следует сказать несколько слов о виртуальных состояниях частиц между узлами диаграмм Фейнмана и о кажущемся нарушении закона сохранения энергии.

Часто возникают вопросы о правомерности использования виртуальных состояний, о том, насколько эти состояния можно рассматривать как реально наблюдаемые. Для того чтобы сделать эти состояния привычными, во-первых, нужно прорешать как можно больше задач на виртуальные состояния, во-вторых, следует показать, что никакого нарушения закона сохранения энер-

гии не происходит, если оставаться в рамках соотношения неопределенности энергии $\Delta \mathcal{E} \cdot \tau \sim \hbar$. Кажущееся нарушение закона сохранения энергии происходит, если кратковременные виртуальные состояния рассматривать длительное время, т. е. если выйти за пределы соотношения неопределенности энергии. Конечно, в этом последнем случае виртуальные состояния нереальны, т. е. ненаблюдаемы.

457. Время в этой системе имеет размерность длины $l = ct = t$, масса — размерность l^{-1} (например, комптоновская длина волны электрона $\lambda_K = \frac{\hbar}{m_e c} = \frac{1}{m_e}$, откуда и следует последнее утверждение).

458. $\frac{1}{m_e} = 3,8 \cdot 10^{-11}$ см; $\frac{1}{m_p} = 2 \cdot 10^{-14}$ см; $\sqrt{G} = 1,6 \cdot 10^{-33}$ см.

459. Электрический заряд и скорость безразмерны, размерность силы l^{-2} , энергии l^{-1} , гравитационной постоянной l^2 .

460. Существует 7 строгих законов сохранения при взаимодействии частиц: законы сохранения энергии, импульса, момента импульса, электрического, лептонного (электронного и мюонного) и барионного зарядов.

461. Нейтрино и антинейтрино (электронное и мюонное), электрон, позитрон, протон, антипротон, фотон.

Нейтрино, фотон — частицы нулевой массы покоя; протон — самый легкий барион; электрон — самый легкий заряженный лептон.

462. Отношение гравитационных сил к электростатическим $m^2 G / e^2 = 8 \cdot 10^{-37}$, где G — гравитационная постоянная.

463. Первый процесс противоречит закону сохранения импульса. Действительно, в системе центра масс электрона и позитрона полный импульс этих частиц равен нулю. При аннигиляции импульс сохраняется, поэтому импульс образовавшихся фотонов также должен равняться нулю. Но это невозможно, если образуется только один фотон. Из тех же соображений следует невозможность распада γ -кванта на электрон и позитрон на лету (т. е. в отсутствие третьего тела).

464. Если электрон локализован с точностью до его комптоновской длины волны λ_K , то энергия электрона, в соответствии с соотношением неопределенности, становится релятивистской, т. е. сравнимой с энергией покоя. Становится возможным рождение пар и другие релятивистские эффекты.

465. Соотношение $\Delta\mathcal{E} \cdot \tau \approx \hbar$ определяет максимальное время существования виртуального мезона:

$$\tau_{\text{макс}} \sim \frac{\hbar}{\Delta\mathcal{E}_{\text{мин}}},$$

где $\Delta\mathcal{E}_{\text{мин}} = m_{\pi^0}c^2 = 135$ МэВ. Радиус действия ядерных сил

$\sigma\tau_{\text{макс}} = \frac{\hbar}{m_{\pi^0}c} = 1,4 \cdot 10^{-13}$ см. Он совпадает с комптоновской длиной волны пиона.

466. $\tau = \frac{\hbar}{\Delta\mathcal{E}} = 10^{-23}$ с.

467. Комптоновское рассеяние можно разбить на два акта: поглощение и испускание электроном фотона. Первый из них следует рассматривать как виртуальный процесс, так как при этом масса электрона не изменяется. Виртуальные процессы возможны лишь за время τ , определяемое из соотношения неопределенности $\Delta\mathcal{E} \cdot \tau \sim \hbar$, где $\Delta\mathcal{E}$ — неопределенность в энергии. В данном случае она равна энергии фотона, т. е. $\Delta\mathcal{E} = \hbar\omega$.



Рис. 24.

Для наглядного описания процесса используют диаграммы Фейнмана¹⁾. Мировые линии частиц на диаграмме Фейнмана изображают разными линиями: фотон — волнистой линией, электрон — прямой. Взаимодействие частиц происходит мгновенно в узлах (точках). Линии, соединяющие узлы, показывают частицу в виртуальных состояниях. Открытые концы линий показывают начальное и конечное состояния. Время течет слева направо. Комптоновское рассеяние описывается диаграммой, представленной на рис. 24.

В каждом узле диаграммы происходит электромагнитное взаимодействие, пропорциональное квадрату заряда. Для удобства запишем квадрат заряда в безразмерных единицах: $\alpha = e^2/(\hbar c)$. Сечение взаимодействия имеет размерность квадрата длины. В выражение для сечения комптоновского взаимодействия должен входить квадрат комптоновской длины волны. Это следует из того, что минимальная ширина траектории электрона в релятивистской квантовой механике равна комптоновской длине волны (см. дополнение к решению). На основании изложенного для

¹⁾ См. Ю. М. Широков и Н. П. Юдин, Ядерная физика, «Наука», 1980, с. 317.

оценки сечения комптоновского рассеяния можно написать

$$\sigma_k \sim \alpha^2 \left(\frac{\hbar}{m_e c} \right)^2 = \left(\frac{e^2}{m_e c^2} \right)^2.$$

При точном вычислении появляется множитель $8\pi/3$:

$$\sigma_k = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{m_e c^2} \right)^2$$

(формула Томсона). Последняя формула верна при условии $\frac{\hbar\omega}{m_e c^2} \ll 1$. В общем случае σ_k определяется формулой Клейна — Нишины.

Дополнение. Можно более детально обосновать, почему в расчетах использована комптоновская длина волны, а не длина волны γ -кванта. Вероятность поглощения и испускания фотона пропорциональна $\alpha (\Delta v)^2/c^2$, где Δv — изменение скорости электрона. Это соотношение легко получить из формулы для дипольного излучения электрона

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = -\frac{2e^2(\dot{v})^2}{3c^3}.$$

Следовательно, вероятность излучения за время Δt

$$w = \frac{\Delta\mathcal{E}}{\hbar\omega} \sim \frac{e^2}{\hbar c} \frac{(\Delta v)^2}{c^2} \frac{1}{\Delta t \cdot \omega}.$$

Можно считать, что основная частота излучения $\omega \sim 1/\Delta t$, следовательно, $w \sim \alpha (\Delta v)^2/c^2$.

Наиболее сильное изменение скорости электрона произойдет при процессе, изображенном на рис. 25. Падающий фотон создает виртуальную пару (электрон плюс позитрон), а затем позитрон аннигилирует с первоначальным электроном. Такой процесс может произойти только на расстоянии, меньшем комптоновской длины волны электрона (см. задачу 464).



Рис. 25.

468. $E \sim \frac{2m^2 c^3}{e\hbar} \approx 3 \cdot 10^{16}$ В/см, так как поле E должно совершить работу $2mc^2$ над виртуальными парами e^+ и e^- на расстояниях порядка комптоновской длины волны электрона $\hbar/(mc)$ (см. задачи 464 и 467 и рис. 25).

469. $l_g \sim \sqrt{G\hbar/c^3} = 1,6 \cdot 10^{-33}$ см, $t_g \sim l_g/c \sim 0,5 \cdot 10^{-43}$ с, $\rho_g \sim c^5/(\hbar G^2) \sim \hbar/cl_g^4 \sim 5 \cdot 10^{93}$ г/см³.

470. $M_g = l_g c^2/2G \sim 10^{-5}$ г. Такая частица, на которую действуют только силы гравитации, почти свободно проходила бы через все тела. Поэтому частицы двигались бы к центру Земли

и {при отсутствии потерь энергии колебались бы около этого центра; при учете потерь частицы накапливались бы в центре Земли.

471. Адиабатическим инвариантом при движении тела по окружности является момент количества движения $L = mvr = m \sqrt{GMr}$ (учтено, что $v^2/r = GM/r^2$, M — масса центрального тела). Поэтому при медленном изменении параметра G получится $\Delta G/G = -\Delta r/r$, и за год для Земли $\Delta r \sim 500$ см при $\Delta G/G = -3 \cdot 10^{-11}$. Период маятника пропорционален $G^{-1/2}$, поскольку ускорение свободного падения g пропорционально G .

472. $e^2 \sim g/R^2$; $R \sim \sqrt{g/e^2} = 7,8 \cdot 10^{16}$ см.

473. В системе покоя π^0 -мезона распределение по углам изотропно, т. е. $f(\theta_0) = -\frac{1}{2} d \cos \theta_0$. Здесь θ_0 — угол между v_γ и v_π в системе центра масс. $\mathcal{E}_\gamma = m_\pi/2$. В лабораторной системе

$$\mathcal{E}_\gamma = \frac{\mathcal{E}_\pi}{2} \left(1 + \frac{v_\pi}{c} \cos \theta_0 \right),$$

$$f(\mathcal{E}_\gamma, \mathcal{E}_\pi) = \frac{1}{2} \frac{d \cos \theta_0}{d\mathcal{E}_\gamma} = \frac{1}{\mathcal{E}_\pi \frac{v_\pi}{c}} = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{E}_\pi^2 - m_\pi^2}};$$

пределы изменения \mathcal{E}_γ : $\frac{\mathcal{E}_\pi}{2} \left(1 \pm \frac{v_\pi}{c} \right)$ (рис. 26).

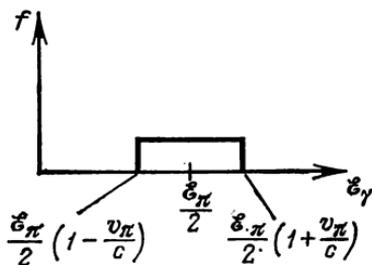


Рис. 26.

474. $\mathcal{E}_\mu = \frac{(m_\pi^2 + m_\mu^2) c^2}{2m_\pi} = 215 m_e c^2 = 109,8$ МэВ.

$$|p_\mu| = \sqrt{\frac{\mathcal{E}_\mu^2}{c^2} - m_\mu^2 c^2} = 58 m_e c, \quad p_\nu = -p_\mu.$$

475. Поскольку в лабораторной системе импульс в начальном состоянии отличен от нуля, то он будет отличен от нуля и в конечном состоянии. Таким образом, в конечном состоянии кинетическая энергия отлична от нуля. Следовательно, часть кинети-

ческой энергии W налетающей частицы затрачивается на рождение новых частиц массы M , а часть — на кинетическую энергию конечного состояния. Поэтому в лабораторной системе трудно рассчитать пороговую энергию и целесообразно перейти в систему центра масс. В системе центра масс возможно такое соударение, когда все частицы, как реагирующие, так и вновь образованные, находятся в покое. В этом случае вся кинетическая энергия системы центра масс W_c затрачивается на образование новых частиц. Очевидно, что эта энергия является пороговой. Все другие соударения, при которых в конечном состоянии кинетическая энергия отлична от нуля, требуют большей энергии. Таким образом, чтобы найти пороговую энергию, нужно просто вычислить кинетическую энергию в системе центра масс. Это можно сделать, используя преобразования Лоренца. Однако более просто использовать инвариантность во всех системах координат выражения

$$\mathcal{E}^2 - c^2 p^2 = m^2 c^4,$$

где \mathcal{E} — полная энергия частиц общей массы покоя m . Если применить это выражение ко всем частицам, включая вновь рожденные, при пороговом значении энергии W , то в системе центра масс импульс будет равен нулю, а полная энергия \mathcal{E}_c — энергии покоя. Следовательно

$$\mathcal{E}_c^2 - p^2 c^2 = (m_1 + m_2 + M)^2 c^4 = \mathcal{E}_c^2,$$

где \mathcal{E} , p — полная энергия и импульс в лабораторной системе:

$$\mathcal{E} = m_1 c^2 + m_2 c^2 + W.$$

Аналогичное соотношение можно применить и к одной налетающей частице:

$$(m_1 c^2 + W)^2 - p^2 c^2 = m_1^2 c^4.$$

Исключая из написанных трех уравнений импульс p и энергию \mathcal{E} получим выражение для пороговой энергии:

$$W = \left[\frac{M^2}{2m_2} + M \left(1 + \frac{m_1}{m_2} \right) \right] c^2.$$

476. а) 5,63 Гэв; б) 3,75 Гэв; в) 3450 Гэв.

477. В соответствии с решением задачи 475 энергия порога рождения частиц массы M равна $W = \frac{M^2}{2m_2} c^2$, если $W \gg m_2 c^2$.

В накопительном кольце $Mc^2 = 2\mathcal{E}$. Поэтому $W = \frac{2\mathcal{E}^2}{mc^2}$. Таким образом, эффективная энергия накопительного кольца — это энергия гипотетического обычного ускорителя, который обеспечивал бы рождение частиц такой же массы, что и накопительное кольцо.

$$478. v = \frac{2mc^2}{h} = 2,47 \cdot 10^{20} \text{ с}^{-1}, \quad \mathcal{E} = 1,02 \text{ МэВ.}$$

Рождение пары возможно лишь в присутствии третьего тела (см. задачу 163).

479. а) $\mathcal{E}_{\text{макс}} \leq \mathcal{E} - 2mc^2 \approx 149 \text{ МэВ}$; б) $\mathcal{E}_{\text{макс}} \leq \mathcal{E} - mc^2 \approx 79,5 \text{ МэВ}$ (см. задачи 463 и 478).

480. Если промежуточный процесс существует, то в системе координат, в которой частица ω покоится, ее энергия покоя \mathcal{E}_{ω}^0 равняется сумме энергий частиц, на которые ω распадается, т. е.

$$\mathcal{E}_{\omega}^0 = \mathcal{E}'_{\pi^+} + \mathcal{E}'_{\pi^-} + \mathcal{E}'_{\pi^0} = \mathcal{E}'.$$

Аналогично, для импульса

$$\mathbf{p}' = \mathbf{p}'_{\pi^+} + \mathbf{p}'_{\pi^-} + \mathbf{p}'_{\pi^0} = 0.$$

Так как величина $\mathcal{E}^2 - p^2c^2$ не изменяется при переходе в другую систему, то в лабораторной системе

$$\mathcal{E}^2 - p^2c^2 = \mathcal{E}'^2 - p'^2c^2 = (\mathcal{E}_{\omega}^0)^2,$$

где \mathcal{E} и p — суммарные энергия и импульс трех частиц (π^- , π^0 и π^+).

Если частица ω существует, то, рассматривая много реакций распада и каждый раз вычисляя $\mathcal{E}^2 - p^2c^2$, мы должны получать одну и ту же величину для $(\mathcal{E}_{\omega}^0)^2$.

481. Запрещены реакции 2 и 4, так как не сохраняется лептонный заряд, и реакция 8, так как не сохраняется барионный заряд; в реакции 2 нарушается еще закон сохранения энергии.

482. Реакции 2, 3, 6, 7, 9 запрещены, так как в них не сохраняется лептонный заряд. При изучении взаимодействия нейтрино, полученных по реакции 1, с протонами было показано, что идет реакция 5, а не 6, хотя последняя энергетически более выгодна. Тем самым было доказано существование двух нейтрино.

483. В реакциях 1, 6, 8, 10, 12, 14 $|\Delta S| = 0$, и они идут по сильному взаимодействию. В реакциях 2, 3, 4, 7, 9, 11 $|\Delta S| = 1$. Поэтому распады 3 и 4 происходят за время, характерное для слабого взаимодействия: $\sim 10^{-10}$ с, а реакции 2, 7, 9, 11 практически ненаблюдаемы. В процессах 5 и 13 $|\Delta S| = 2$, и поэтому такие процессы не наблюдаются. Каскадный гиперон распадается по реакции 4, а затем Λ распадается по реакции 3.

484.

- | | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|
| 1. $\Delta Z = 1; \Delta S = -1.$ | 5. $\Delta Z = \Delta S = 1.$ | 9. $\Delta Z = 0; \Delta S = -1.$ |
| 2. $\Delta Z = \Delta S = -1.$ | 6. $\Delta Z = \Delta S = 1.$ | 10. $\Delta Z = -1; \Delta S = 1.$ |
| 3. $\Delta Z = \Delta S = 1.$ | 7. $\Delta Z = -1; \Delta S = 1.$ | |
| 4. $\Delta Z = \Delta S = 0.$ | 8. $\Delta Z = \Delta S = -1.$ | |

Таким образом, разрешены распады 2, 3, 4, 5, 6, 8; запрещены по правилу $\Delta Z = \Delta S$ распады 1, 7, 9, 10.

485. 1. Барион Λ —синглет с зарядом $Z=0$. Следовательно, $N=1$, $T=0$, $Z_{cp}=0$, $S=-1$, $\mathcal{Y}=0$, $T_3=0$.

2. Барион Σ —триплет с зарядом ± 1 и 0. Следовательно, $Z_{cp}=0$, $N=3$, $T=1$, $\mathcal{Y}=0$, $S=-1$, $T_3=Z$.

3. Барион Ξ —дублет с зарядами 0 и -1 . Следовательно, $N=2$, $T=1/2$, $Z_{cp}=-1/2$, $S=-2$, $\mathcal{Y}=-1$, $T_3=-1/2$ для $Z=-1$ и $T_3=+1/2$ для $Z=0$.

4. Отрицательно заряженный барион Ω^- —синглет. $N=0$, $Z_{cp}=-1$, $S=-3$, $\mathcal{Y}=-2$, $T=0$, $T_3=0$.

5. Мезон π с зарядами ± 1 , 0. Следовательно, $N=3$, $T=1$, $T_3=Z$, $S=0$, $\mathcal{Y}=0$. Заметим, что если в составе мультиплета имеется истинно нейтральная частица, то при вычислении числа частиц в мультиплете N нужно считать вместе частицы и античастицы. Во всех других случаях под N подразумевается число частиц.

6. Мезон K —дублет с зарядами 0 и $+1$. Следовательно, $N=2$, $Z_{cp}=1/2$, $S=1$, $T=1/2$, $T_3=1/2$ для K^+ и $T_3=-1/2$ для K^0 .

7. Мезон η —нейтральный синглет. $N=1$, $T=S=Z_{cp}=T_3=0$.

Примечание. Для античастиц все заряды (электрический, барионный, гиперзаряд) противоположны зарядам частиц. Такое же правило справедливо для странности и T_3 . Изотопический спин T и число N у частиц и античастиц совпадают. Совпадают также массы, время жизни и спины. Истинно нейтральными частицами являются π^0 - и η -мезоны, так как все заряды для них равны нулю (см. общее указание к задачам).

486.

Пары частиц: $p - \bar{p}$, $\Sigma^0 - \bar{\Sigma}^+$, $\Sigma^- - \bar{\Sigma}^0$, $\Xi^- - \bar{\Xi}^0$, $K^0 - \bar{K}^\pm$, $\pi^\pm - \bar{\pi}^0$,
 $\Delta m/m$: $0,2\alpha$, $0,36\alpha$, $0,56\alpha$, $0,67\alpha$, $1,1\alpha$, $4,6\alpha$.

Таким образом, относительная разность масс частиц в изотопических мультиплетах порядка α . Это наводит на мысль, что указанная разность связана с энергией электромагнитного взаимодействия.

487. Наиболее широко используются приближенные законы сохранения четности, странности или гиперзаряда (при сильных и электромагнитных взаимодействиях) и закон сохранения изотопического спина (при сильных и слабых взаимодействиях). Странность, гиперзаряд и четность при слабых взаимодействиях не сохраняются. Изотопический спин не сохраняется при электромагнитных взаимодействиях. Таким образом, когда действуют все виды взаимодействий, указанные законы следует рассматри-

вать как приближенные. Существуют и другие приближенные законы сохранения.

488. В реакциях 2 и 4 не соблюдается закон сохранения лептонного заряда, они строго запрещены. Реакция 5 практически ненаблюдаема из-за несохранения странности. Реакции 3 и 6 разрешены законами сохранения. Реакция 1 запрещена законом сохранения энергии.

489. Реакции 2 и 8 невозможны, так как не сохраняется барионный заряд. Реакции 3 и 4 могут проходить только по слабому взаимодействию, так как не сохраняется странность, т. е. они практически ненаблюдаемы. Распады 1 и 7 происходят по слабому взаимодействию, распад 6—по электромагнитному. Реакция 5 происходит по сильному взаимодействию.

490. Реакции 1 и 2 происходят по сильному взаимодействию; 3 и 5—по электромагнитному; 4 и 6—по слабому взаимодействию.

491. У K^0 -мезона странность $+1$, а у \bar{K}^0 —странность -1 , поэтому K^0 , в отличие от \bar{K}^0 , слабо поглощаются веществом. Действительно, все барионы имеют странность, отрицательную или равную нулю. Поэтому поглощение K^0 веществом может происходить лишь с несохранением странности, т. е. по слабому взаимодействию.

492. В реакции 1 изотопический спин не сохраняется, поэтому она может происходить только при электромагнитном взаимодействии, а реакция 2 может происходить при сильном взаимодействии. Действительно, изотопический спин ${}^2\text{He}^4$ и ${}^1\text{H}^2$ равняется нулю. Изотопический спин ${}^1\text{H}^1$ и ${}^1\text{H}^3$ равняется $1/2$, а изотопический спин π^0 равняется 1.

493. Реакции 1, 3, 4 происходят по сильному взаимодействию; реакции 6, 7, 8—по слабому; 2 и 5—по электромагнитному взаимодействию.

494. Вероятность второй реакции $\sim \alpha\omega_1$ (эксперимент: $1,6\alpha\omega_1$), вероятность третьей реакции $\sim \alpha^2\omega_1$ (эксперимент: $0,65\alpha^2\omega_1$),

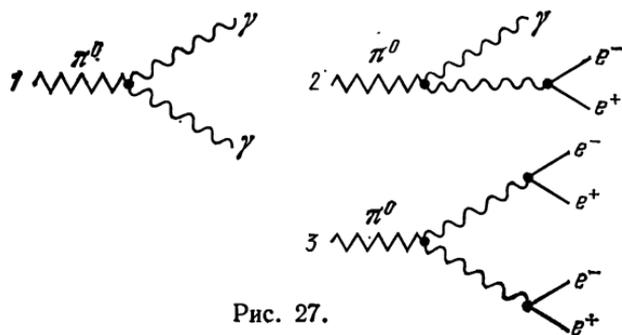


Рис. 27.

где $\alpha = e^2/\hbar c$, а ω_1 — вероятность первой реакции. Действительно, диаграмма Фейнмана (рис. 27) для распада 2 содержит дополнительный узел распада виртуального фотона на пару электрон — позитрон, а для распада 3 — два таких узла. Каждый распад происходит по электромагнитному взаимодействию, а потому каждый узел вносит в вероятность распада дополнительный множитель α . (Напомним, что между узлами диаграммы Фейнмана изображены виртуальные частицы.)

495. π^0 -мезон и γ -квант — истинно нейтральные частицы, т. е. совпадают со своими античастицами. В этом случае имеет место закон сохранения зарядовой четности, π^0 -мезон обладает положительной зарядовой четностью, а γ -квант — отрицательной зарядовой четностью, т. е. возможен распад π^0 -мезона только на четное число γ -квантов. Четной функцией называется функция, не изменяющаяся при преобразовании инверсии ($x \rightarrow -x$, $y \rightarrow -y$, $z \rightarrow -z$); нечетной — функция, изменяющая свой знак при инверсии. По аналогии, зарядово-четной функцией называется функция, не изменяющая знак при замене всех частиц на античастицы, и зарядово-нечетной, когда функция меняет знак при этой операции. Состояние системы не меняется при замене частиц на античастицы, если частица или система частиц истинно нейтральные (т. е. все заряды: электрический, барионный, лептонный и т. д. — равны нулю). В этом случае можно говорить о законе сохранения зарядовой четности волновой функции при реакции. Волновая функция γ -кванта зарядово-нечетна, так как векторный потенциал электромагнитного поля меняет знак при изменении знаков у электрических зарядов. Если бы π^0 -мезон обладал отрицательной зарядовой четностью, то он распался бы на три, пять γ -квантов. Поскольку он распадается на два γ -кванта, это означает, что π^0 -мезон — зарядово-четная частица (точнее, ее волновая функция — зарядово-четная).

496. Зарядовая четность позитрона $C = (-1)^{l+S}$, где S — полный спин системы, а l — момент количества движения. Таким образом, $C = 1$ (в состоянии 1S_0) и $C = -1$ (в состоянии 3S_1). В соответствии с этим, распад в синглетном состоянии возможен на два кванта, а в триплетном — на три, так как зарядовая четность γ -кванта отрицательна (см. ответ к задаче 495). Распад на большее число квантов маловероятен. (При перестановке спиновых координат волновая функция меняется на $(-1)^{S+1}$. При перестановке пространственных координат двух частиц волновая функция меняется на $(-1)^l$. При перестановке зарядовых координат волновая функция меняется на C . При перестановке всех координат волновая функция электрона и позитрона должна изменять знак в соответствии с принципом Паули для

фермионов:

$$(-1)^{S+1} (-1)^l \cdot C = (-1), \quad C = (-1)^{l+S} = (-1)^n,$$

где n — число фотонов, на которые распадается позитрон).

497. Вероятность аннигиляции позитрония пропорциональна вероятности сближения электрона и позитрона на расстояние $\lambda_K = \hbar/(m_e c)$ и вероятности испускания двух фотонов.

Рассмотрим позитроний в синглетном состоянии, тогда вероятность сближения частиц пропорциональна λ_K^3/a^3 , где a — радиус позитрония ($a = \lambda_K/\alpha$; $\alpha = e^2/(\hbar c)$). Вероятность испускания двух фотонов в единицу времени с длиной волны порядка λ_K равняется $\alpha^2 c/\lambda_K$. Таким образом, вероятность аннигиляции в единицу времени

$$p_2 \sim \frac{\alpha^5 c}{\lambda_K},$$

или время двухфотонной аннигиляции

$$\tau_2 = \frac{1}{p_2} = \left(\frac{e^2}{m c^2} \right) \frac{1}{c \alpha^5} = 0,6 \cdot 10^{-10} \text{ с.}$$

Время распада на три γ -кванта τ_3 уменьшается в $1/\alpha = 137$ раз.

Примечание. В ответе к задаче 467 показано, что вероятность испускания одного фотона $\omega_1 \sim \alpha (\Delta v/c)^2$. Вероятность испускания двух фотонов $\omega_2 \sim \alpha^2 (\Delta v/c)^4$. Вероятность испускания в единицу времени $P_2 \sim \omega_2 \omega$, где $\omega \sim c/\lambda_K$ — частота γ -кванта. В нашем конкретном случае при аннигиляции можно считать $\Delta v/c \sim 1$, поэтому вероятность испускания двух фотонов:

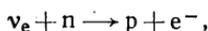
$$P_2 \sim \alpha^2 \frac{c}{\lambda_K}.$$

498. Боровский радиус орбиты мюона в атоме Al^{27} $a = \frac{1}{Z\alpha} \frac{\hbar}{m_\mu c} = 1,97 \cdot 10^{-12}$ см ($\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$). Доля времени пребывания мюона в ядре приблизительно равняется $(R/a)^3$, где $R = 1,3 \cdot 10^{-13}$ см — радиус ядра. Время пребывания мюона в ядре, таким образом, равняется $\tau_\mu \approx \tau_\mu (R/a)^3 = 6,32 \cdot 10^{-10}$ с, где $\tau_\mu = 2,2 \cdot 10^{-6}$ с — время жизни мюона.

499. Время жизни мюона τ определяется формулой $\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_\mu} + \frac{1}{\tau_\mu} \left(\frac{R}{a} \right)^3$, где $\tau_\mu = 2,16 \cdot 10^{-6}$ с — время жизни свободного мюона, τ_μ — время жизни мюона в ядре; скорость мюона $v = Z\alpha c$, а длина свободного пробега $l = v\tau_\mu = Z\alpha c \left(\frac{R}{a} \right)^3 \frac{\tau_\mu \tau}{\tau_\mu - \tau} = 1,2$ см ($\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$).

500. Сечение реакции $\sigma = 1/(ln)$, где l — длина свободного пробега мюона в ядре, оцененная в задаче 493; $n = Z / \left(\frac{4\pi}{3} R^3 \right)$ — концентрация протонов в ядре, $R = 1,25 A^{1/3}$ ферми — радиус ядра. Отсюда $\sigma = 1,36 \cdot 10^{-38}$ см².

501. ν_e может превратить нейтрон в протон согласно реакции

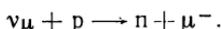


но не может превратить протон в нейтрон, так как реакция



запрещена. Антинейтрино $\bar{\nu}_e$ может превратить в атомном ядре протон в нейтрон, но не может превратить нейтрон в протон. Пользуясь этим свойством, можно отличить ν_e от $\bar{\nu}_e$.

502. При взаимодействии с веществом электронное нейтрино превращает в атомном ядре протон в нейтрон и электрон, а мюонное нейтрино — протон в нейтрон и мюон:



Таким образом, поглощение ν_μ в веществе происходит с меньшей вероятностью, чем ν_e , если их энергии одинаковы. Действительно, большая часть энергии ν_μ затрачивается на рождение частиц, так как масса μ^- в 207 раз больше массы электрона. Известно, что чем больше освобождается кинетической энергии в конечном состоянии, тем больше вероятность процесса, так как с ростом кинетической энергии увеличивается число возможных конечных состояний (см. задачу 369).

503. Известно, что величина $\mathcal{G}/(\hbar c R^2)$ безразмерна, p/\hbar имеет размерность R^{-1} . Здесь R — радиус действия слабого взаимодействия, который не войдет в окончательный ответ. Сечение σ имеет размерность R^2 . Поэтому в соответствии с условием задачи

$$\sigma = \left(\frac{\mathcal{G}^2}{\hbar^2 c^2 R^4} \right) \left(\frac{p^2 R^2}{\hbar^2} \right) R^2 = \frac{\mathcal{G}^2 p^2}{\hbar^4 c^2} = \frac{\mathcal{G}^2 \mathcal{E}^2}{\hbar^4 c^4}$$

где \mathcal{E} — энергия нейтрино. По-видимому, это выражение справедливо при \mathcal{E} , значительно большем энергии покоя электрона. Выражая \mathcal{E} в мегаэлектронвольтах, получим σ [см²] $\sim 6 \cdot 10^{-44} \mathcal{E}^2 \sim 10^{-43} \mathcal{E}^2$, $\sigma \sim 10^{-41}$ см² ($\mathcal{E} = 10$ МэВ), $\sigma \sim 10^{-39}$ см² ($\mathcal{E} \sim 100$ МэВ) $\sigma \sim 10^{-37}$ см² ($\mathcal{E} = 1$ ГэВ).

504. Вероятность поглощения нейтрино нейтронами с энергией 100 МэВ равняется $P \sim 0,5 \rho N_A \cdot 2R\sigma = \frac{3M}{4\pi R^2} \sigma N_A \approx 2 \cdot 10^{-6}$, где ρ — плотность Земли, M — ее масса, R — радиус, N_A — число Авогадро. Таким образом, нейтрино практически проходит сквозь Землю без поглощения.

505. Вероятность поглощения нейтрино

$$P = \frac{K \cdot 3M}{4\pi R^2} \sigma N_A = 7 \cdot 10^{-10} \sim 10^{-9},$$

где K —доля нейтронов (из приведенных в условии задачи данных получим $K=0,12$, а из решения задачи 503 $\sigma \approx 10^{-43} \text{ см}^2$).

506. Если КПД равняется 2,5%, то на создание одного мюона затрачивается энергия $40m_{\mu^-} = 4,2 \text{ ГэВ}$. При синтезе атома дейтерия с атомом трития выделяется 17,6 МэВ. Таким образом, один мюон должен обеспечить холодный синтез более чем в 240 мезомолекулах, чтобы скомпенсировать затраты на его образование.

507. Время образования мезомолекулы (μdt) $\tau = 10^{-8} \text{ с}$ следует сравнить со временем распада μ^- ($\tau_{\mu} = 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ с}$). Поэтому один μ^- -мезон за время своей жизни может образовать 220 мезомолекул, если не будет поглощен какими-либо другими молекулами. Поэтому образования 220 мезомолекул недостаточно для получения выигрыша в энергии (см. задачу 506). Выход из этого положения может быть все-таки найден. В реакции ядерного синтеза выделяется нейтрон с энергией 14,1 МэВ и α -частица с энергией 3,5 МэВ (см. задачи 428 и 429). Известно, что быстрые нейтроны могут осуществить деление U^{238} , при этом выделяется энергия порядка 200 МэВ и образуется ядро Pu^{239} , которое является ядерным горючим. Подобная система носит название системы «синтез—деление» или гибридного реактора.

508. Из октета частиц можно образовать унитарный и изотопический синглеты (Λ) и (Λ), два унитарных и два изотопических дублета ($p\Sigma^+$; $\Sigma^-\Xi^-$) и ($p\Xi$; $\Xi^-\Xi^0$) и унитарный и изотопический триплеты ($n\Sigma^0\Xi^0$) и ($\Sigma^-\Sigma^0\Sigma^+$). На диаграмме изотопические мультиплеты расположены по горизонтали, унитарные—по вертикали (рис. 28).

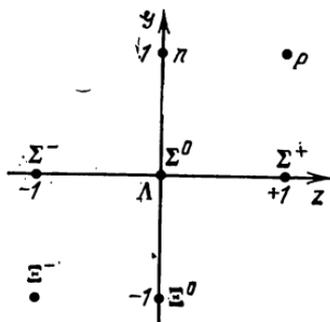


Рис. 28.

	Δm	$\Delta m/m_{\text{ср}}, \%$
509. Σ^+ ; p	251	23,6
Ξ^- ; Σ^-	124	9,8
Ξ^0 ; Σ^0	122	9,7
Σ^0 ; n	253	22,7

Силы, связанные с гиперзарядом, составляют по порядку величины 1/10 от ядерных сил (см. табл. VIII).

510.

$$\begin{array}{ll}
 \Sigma^- - (\Lambda \bar{p} n), & \pi^+ - (p \bar{n}), \\
 \Sigma^0 - (\Lambda n \bar{n}) + (\Lambda p \bar{p}), & \pi^0 - (n \bar{n}) + (p \bar{p}) + (\Lambda \bar{\Lambda}), \\
 \Sigma^+ - (\Lambda p \bar{n}), & \pi^- - (\bar{p} n), \\
 \Xi^0 - (\Lambda \Lambda \bar{n}), & K^- - (\Lambda \bar{p}), \\
 \Xi^- - (\Lambda \Lambda \bar{p}), & K^+ - (\bar{\Lambda} p), \\
 \Omega^- - (\Lambda \Lambda \Lambda \bar{p} \bar{n}), & K^0 - (\bar{\Lambda} n), \\
 & \bar{K}^0 - (\Lambda \bar{n}).
 \end{array}$$

511. По определению гиперзарядов

$$\begin{aligned}
 \mathcal{G}_1 &= 2 \frac{Z_1 + Z_2}{2}, & Z_1 &= 2\mathcal{G}_1, \\
 \mathcal{G}_2 &= 2Z_2, & Z_1 - Z_2 &= 1.
 \end{aligned}$$

Решая эти уравнения, получаем

$$\begin{aligned}
 Z_1 &= 2/3, & Z_2 &= -1/3, \\
 \mathcal{G}_1 &= 1/3, & \mathcal{G}_2 &= -2/3.
 \end{aligned}$$

Если потребовать, чтобы частицы 1 и 2 имели странность 0, а частица 3 — странность -1 , то следует считать, что все три частицы имеют барионный заряд $A = 1/3$, так как странность $S = \mathcal{G} - A$. Гипотетические частицы, обладающие указанным свойством, получили название кварков.

512.

$$\begin{array}{ll}
 p - (uud), & \Sigma^0 - (uds), \\
 n - (udd), & \Sigma^+ - (uus), \\
 \Lambda - (uds), & \Xi^- - (dss), \\
 \Sigma^- - (dds), & \Xi^0 - (uss).
 \end{array}$$

513.

$$\begin{array}{ll}
 \Omega^- & - (sss), \\
 \Xi^{*0} \Xi^{*-} & - (uss) (dss), \\
 \Sigma^{*+} \Sigma^{*0} \Sigma^{*-} & - (uus) (uds) (dds), \\
 \Delta^{++} \Delta^+ \Delta^0 \Delta^- & - (uuu) (uud) (udd) (ddd).
 \end{array}$$

514.

$$\begin{array}{ll}
 \pi^+ - (u \bar{d}), & K^+ - (u \bar{s}), \\
 \pi^0 - (u \bar{u}; d \bar{d}; s \bar{s}), & K^0 - (d \bar{s}), \\
 \pi^- - (\bar{u} d), & K^- - (\bar{u} s), \\
 & \bar{K}^0 - (\bar{d} s).
 \end{array}$$

515. Основное правило физики элементарных частиц гласит, что сечение аннигиляции пропорционально квадрату заряда частиц, аннигилирующих в результате электромагнитного взаимодействия между ними (см. дополнение к ответу задачи 467). Квадрат заряда кварка u равен $4/9$, а кварка d равен $1/9$. Это

означает, что сечение аннигиляции ($\bar{u}u$) в четыре раза больше, чем сечение аннигиляции ($\bar{d}d$). Кварковый состав мезонов π^+ и π^- известен (см. задачу 514). π^+ -мезон состоит из кварков \bar{d} и u , а π^- состоит из кварков \bar{u} и d . Сечение рождения пары мюонов при столкновении π^+ с протонами будет в четыре раза меньше, чем при взаимодействии протонов с π^- -мезонами. Таким образом, сечение реакции 2 будет в четыре раза меньше сечения реакции 1. Этот результат и был получен на опытах, проведенных на ускорителе.

516. Барионы с очарованием 1 образуют изотопические синглет, дублет и триплет [($c\bar{s}s$) 0 ; ($c\bar{d}s$) 0 (cus) $^+$; ($c\bar{d}d$) 0 (cud) $^+$ (cuu) $^{++}$]. Барионы с очарованием +2 образуют синглет и дублет [(ccs) $^+$; (ccd) $^+$ (ccu) $^{++}$]. Имеется один барион с очарованием +3—это (ccc) $^{++}$. Мезоны с очарованием +1—это ($\bar{c}s$) $^+$ и ($\bar{c}u$) 0 ($\bar{c}d$) $^+$. Мезоны с очарованием -1—это ($\bar{c}s$) $^-$ и ($\bar{c}u$) 0 ($\bar{c}d$) $^-$.

517. Из ответа к предыдущей задаче следует $S = \mathcal{G} - A - C$.

518. На классическом языке объяснить пленение кварка невозможно, так как, сообщив кварку достаточно большую энергию, можно всегда получить кварк в свободном состоянии, поскольку он устойчив. Однако в квантовой механике известно, что, если сообщить кварку достаточно большую энергию, он может родить пару кварк—антикварк и соединиться с одной из рожденных частиц, в то время как вторая вернется в ядро. Если силы такие большие, что рождение пары произойдет внутри ядра, то свободный кварк никогда не удастся получить. Такая ситуация была бы возможна, если бы силы, действующие между кварками, не уменьшались с ростом расстояния между ними.

519. Закон сохранения энергии:

$$\mathcal{E} + Mc^2 = \mathcal{E}' + \sqrt{(M^*c^2)^2 + p^2c^2}.$$

Закон сохранения импульса:

$$\mathcal{E}^2 + \mathcal{E}'^2 - 2\mathcal{E}\mathcal{E}' \cos \theta = p^2c^2.$$

Во втором равенстве мы пренебрегли массой покоя электрона и положили $\mathcal{E} = p_e c$, $\mathcal{E}' = p'_e c$, где p_e и p'_e —импульсы электрона до и после соударения. Угол θ —это угол между p_e и p'_e . Отсюда легко получить

$$q^2c^4 = c^2p^2 - (\mathcal{E}' - \mathcal{E})^2 = 2\mathcal{E}\mathcal{E}'(1 - \cos \theta).$$

520. Используя решение задачи 519, получим

$$M^* = M \sqrt{1 + \frac{2|\mathcal{E}' - \mathcal{E}|}{c^2M} - \frac{2\mathcal{E}\mathcal{E}'}{M^2c^4}(1 - \cos \theta)},$$

где $M = 938,2$ МэВ, $\mathcal{E}/c^2 = 15$ ГэВ, $\mathcal{E}'/c^2 = 10$ ГэВ, $\cos 10^\circ = 0,9848$, отсюда

$$M^* = 2,388 \text{ ГэВ.}$$

521. Из закона сохранения энергии (см. ответ к задаче 519) следует:

$$c^2 [(M^*)^2 - M^2] = 2Mv - q^2c^2.$$

При упругом соударении массы покоя частиц не изменяются, т. е. $M^* = M$. Отсюда получаем $2Mv = q^2c^2$. Хотя расчет проведен в системе координат, где протон первоначально покоился, приведенное выше соотношение справедливо в любой системе координат, поскольку все входящие в него величины являются инвариантами.

522.

$$\Delta\mathcal{E} = \frac{(M^{*2} - M^2) c^3}{2 [\sqrt{p^2 + M^2c^2} + p]} = \frac{c [2Mv - q^2c^2]}{4p}.$$

523. Время взаимодействия определяется длиной волны виртуального фотона, передающего взаимодействие от электрона к протону:

$$t_{\text{вз}} = \frac{\lambda}{c} = \frac{\hbar}{\Delta\mathcal{E}} = \frac{4p\hbar}{c [2Mv - q^2c^2]}.$$

524.

$$M_{\text{эфф}}^2 = \frac{p}{c^2} \left\{ \sqrt{x^2 p^2 + p_{\perp}^2 + \mu^2 c^2} + \sqrt{(1-x)^2 p^2 + p_{\perp}^2 + M^2 c^2} - \sqrt{p^2 + M^2 c^2} \right\} \approx \frac{\mu^2 (1-x) + M^2 x^2 + p_{\perp}^2 / c^2}{2(1-x)x}.$$

Импульс кварка $xp + p_{\perp}$, импульс остатка $(1-x)p - p_{\perp}$. В этом выражении первый корень есть полная энергия свободного виртуального кварка, второй корень — полная энергия остатка протона после вылета виртуального кварка (масса покоя протона при этом не меняется). Наконец, третий корень — полная энергия протона до вылета кварка. Таким образом, в фигурных скобках стоит энергия $\Delta\mathcal{E}$, затраченная на генерацию свободного кварка. Затем используем неравенства для приближенного вычисления корней из приведенного выражения и получим приближенное выражение для эффективной массы кварка.

525. Время существования кварка в свободном состоянии равняется

$$t = \frac{p}{M_{\text{эфф}} c} \frac{\hbar}{M_{\text{эфф}} c^2}.$$

Здесь $\frac{p}{M_{\text{эфф}} c}$ — релятивистский фактор возрастания времени жизни,

$\frac{p}{M_{\text{эфф}} c} = \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \sim \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$, а $M_{\text{эфф}} c^2$ — энергия, которая

должна быть «занята» кварком на время t . При этом учитывается, что кварк сильно связан в протоне, т. е. его энергия связи почти равна его массе в свободном состоянии. Чтобы кварк действовал как свободная частица, необходимо, чтобы

$$t \gg t_{вз},$$

где $t_{вз}$ определено в задаче 523. Отсюда получаем

$$2Mv - q^2c^2 \gg 4M_{эфф}^2c^2,$$

или

$$M^{*2} - M^2 \gg 4M_{эфф}^2,$$

где M — масса протона, а M^* — масса частиц после реакции.

526. Для протона вероятность спинового состояния ($\uparrow u$; $\uparrow u$; $\downarrow d$) равняется $2/3$, а спинового состояния ($\uparrow u$; $\downarrow u$; $\uparrow d$) равняется $1/3$. Следовательно,

$$\begin{aligned} \mu_p = \frac{1}{3} \left(\frac{2}{3} \mu_1 - \frac{2}{3} \mu_1 - \frac{1}{3} \mu_1 \right) + \\ + \frac{2}{3} \left[\frac{2}{3} \mu_1 + \frac{2}{3} \mu_1 - \left(-\frac{1}{3} \mu_1 \right) \right] = \mu_1. \end{aligned}$$

Аналогично, для нейтрино $\mu_n = -2/3 \mu_1$. Отсюда $\mu_n/\mu_p = -2/3 = -0,667$. Эксперимент дает для $\mu_n/\mu_p = -0,685$. Покажем, почему появляются вероятности $1/3$ и $2/3$ при разных спиновых состояниях протона. Каждый кварк имеет спин $1/2$, поэтому максимальный спин трех кварков равен $3/2$ — ($u\uparrow u\uparrow d\uparrow$). Как мы видим, такое состояние только одно, поскольку максимальная проекция вектора на какую-то ось совпадает с абсолютной величиной вектора. Состояний с положительной проекцией спина $1/2$ на вертикальную ось два: ($u\uparrow u\uparrow d\downarrow$) или ($u\uparrow u\downarrow d\uparrow$). Естественно предположить, что эти два состояния описывают полный спин $1/2$ и повернутый от вертикальной оси спин $3/2$. Теперь нам нужно составить чистые состояния, одно из которых описывает повернутый спин $3/2$, а второе — спин $1/2$. Обратим внимание, что при повороте состояния ($u\uparrow u\uparrow d\uparrow$) вероятность получить ($u\uparrow u\downarrow d\uparrow$) вдвое больше, чем ($u\uparrow u\uparrow d\downarrow$), так как кварков u два, а кварк d один. Кроме того, невозможно отличить состояние ($u\uparrow u\downarrow d\uparrow$) от ($u\downarrow u\uparrow d\uparrow$). Таким образом, мы можем сказать, что с вероятностью $2/3$ состояние ($u\uparrow u\downarrow d\uparrow$) описывает повернутый спин $3/2$, следовательно с вероятностью $1/3$ оно описывает спин $1/2$. Состояние ($u\downarrow u\uparrow d\uparrow$) с вероятностью $1/3$ (т. е. в два раза меньшей, чем состояние ($u\uparrow u\downarrow d\uparrow$)) описывает повернутый спин $3/2$. Следовательно, с вероятностью $2/3$ оно описывает состояние со спином $1/2$. Можно показать, что состояние со спином $3/2$ описывает частицу $\Delta^+(u\uparrow u\uparrow d\uparrow)$.

Аналогичные рассуждения для нейтрона показывают, что состояние $(u \uparrow d \downarrow d \uparrow)$ входит с вероятностью $2/3$, а состояние $(u \downarrow d \uparrow d \uparrow)$ — с вероятностью $1/3$. Частица $(u \uparrow d \uparrow d \uparrow)$ со спином $3/2$ — это Δ^0 -частица.

$$527. \quad \mathcal{E}' = \frac{\mathcal{E} - pu}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \frac{\mathcal{E} (1 - uv/c^2)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}};$$

$$t'_2 - t'_1 = \frac{(t_2 - t_1) - (x_2 - x_1)u}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = (t_2 - t_1) \frac{1 - uv/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}.$$

Отсюда видно, что изменение знака энергии и интервала времени при переходе от одной системы отсчета к другой происходит тогда, когда $u > c^2/v$.

528. Поскольку энергетически метод определения по энергии рождения и поглощения систем в данном случае не проходит, так как тахион может иметь отрицательную энергию, постольку остается использовать статистику. Пусть в точках A и B происходит рождение или поглощение тахиона. Изготовим экран, полностью поглощающий тахион, и будем этим экраном перекрывать путь между A и B в случайные моменты времени. Затем изучим корреляцию времен перекрытия пути со временами событий в A и B . Если мы обнаружим, что корреляция времен перекрытия с событиями в точке B имеется, а с событиями в точке A не имеется, то это означает, что тахион рождается в точке A , а поглощается в точке B . Таким абсолютным методом мы установили причину (рождение тахиона в точке A) и следствие (поглощение в точке B). Означает ли это, что принцип переключения не работает? По-видимому, это так. Однако вдруг мы не обнаружим корреляцию времен перекрытия пути с событиями и в точке A и в точке B ? Это кажется невозможным по современным взглядам, но мы не до конца знаем законы, которые следовало бы применить к гипотетическим частицам — тахионам.

529. Сохраняется величина

$$I = [\mathbf{r} \cdot \mathbf{m}\mathbf{v}] - (e_1 g_2 - e_2 g_1) \frac{1}{c} \frac{\mathbf{r}}{r}.$$

530. По аналогии с предыдущей задачей

$$I = [\mathbf{r} \cdot \mathbf{m}\mathbf{v}] + \frac{ge}{c} \frac{\mathbf{r}}{r} = \text{const}, \quad (I \cdot \mathbf{r}) = \hbar n = \frac{ge}{c},$$

где n — целое или полуцелое число. При $n=1$ $ge^2/(\hbar c) = e$, $g = 137e$.

531. Строя изображение движущейся и вращающейся частицы, легко показать, что \mathbf{p} — полярный вектор, а \mathbf{M} — аксиальный.

Рассматривая в зеркале изображения конденсатора и контура с током, убедимся, что вектор E полярный, а B аксиальный. Однако при этом мы должны допустить, что знаки электрического заряда и его изображения в зеркале одинаковы (рис. 29). Далее



Рис. 29.

поскольку радиус-вектор является полярным, то потенциал ϕ в зеркале не изменяется ($E = -\nabla\phi$), а векторный потенциал изменяет знак в зеркале на обратный ($B = \text{rot } A$) (рис. 30)

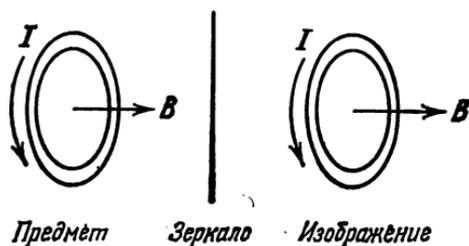


Рис. 30.

532. 1) При зеркальном изображении в зеркале, перпендикулярном оси x , координата x изменяется на обратную, а координаты y и z не изменяются. Поэтому последовательное отражение в трех зеркалах, упомянутых в условии задачи, полностью эквивалентно инверсии.

2) Если после первого зеркального изображения, упомянутого в первом пункте, произвести вращение системы координат на 180° вокруг оси x , то координата x не изменится, а координаты y и z изменятся на противоположные.

533. Предположим, что спиральность частицы положительна.

Перейдем в систему координат, движущуюся со скоростью, большей скорости частицы. Тогда импульс частицы в движущейся

системе координат будет иметь противоположное направление, а направление вектора спина не изменится. Это означает, что спиральность частицы в движущейся системе координат изменит знак и станет в данном случае отрицательной. Однако такие рассуждения неприемлемы к частице с нулевой массой, так как она движется со скоростью c .

534. Рассмотрим нейтрино в зеркале, нормальном к импульсу (рис. 31). Если в природе спиральность отрицательна, то в зеркале спиральность нейтрино положительна. Но то, что мы видим в зеркале, может быть осуществлено в природе. Если в природе нет нейтрино с положительной спиральностью, то это значит, что

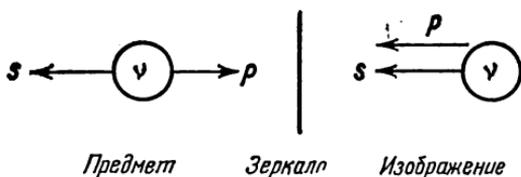


Рис. 31.

принцип зеркальной симметрии нарушен. Поскольку нейтрино обладает только слабым взаимодействием, отсюда следует, что слабые силы зеркально несимметричны.

535. Спин пиона π^+ равен нулю, поэтому должен равняться нулю и спин системы $\mu^+ + \nu_\mu$. Это означает, что векторы спинов μ^+ и ν_μ направлены в противоположные стороны. Поскольку

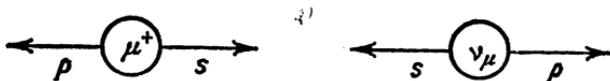


Рис. 32.

в системе центра масс противоположны также и импульсы частиц, то спиральности мюона и мюонного нейтрино при распаде пиона π^+ совпадают. Измерить спиральность μ^+ значительно легче, чем измерить спиральность ν_μ (рис. 32).

536. Используя тот же прием, что и для задачи 531, получим, что при комбинированном зеркальном изображении вектор E не изменяется, т. е. является аксиальным, а вектор B меняет знак на противоположный, т. е. является полярным. Таким образом, мы видим при сравнении с задачей 531, что свойство векторов E и B быть полярными или аксиальными зависит от выбора операции зеркальной симметрии. Абсолютным утверждением яв-

ляется разное поведение векторов E и B по отношению к любому зеркальному изображению.

537. Рассмотрим нейтрино с отрицательной спиральностью в комбинированном зеркале (рис. 33). Мы видим антинейтрино с положительной спиральностью. В природе существует антинейтрино с положительной спиральностью. Следовательно, принцип

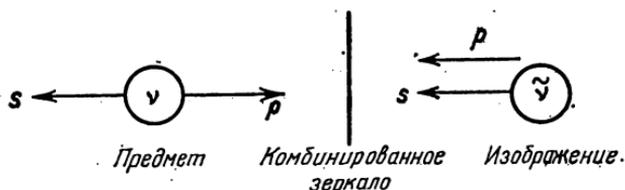


Рис. 33.

комбинированной зеркальной симметрии не нарушен. Это значит, что слабое взаимодействие обладает комбинированной зеркальной симметрией.

538. Припишем четной функции число $+1$, нечетной функции — число -1 . Четность функции ψ будет определяться числом, равным произведению чисел четности функций ψ_1 , ψ_2 и f . Например, если все три функции нечетны, то нечетна и функция ψ . Если все три четны или если ψ_1 и ψ_2 нечетны, а f четна, то функция ψ четная.

539. При слабом взаимодействии сохраняется во времени комбинированная четность, т. е. сохраняется четность или нечетность волновой функции при комбинированной инверсии, т. е. при последовательном проведении преобразования инверсии и замене частиц на античастицы (последнее преобразование носит название зарядового сопряжения).

540. 1) Рассмотрим систему $\pi^0 + \pi^0$. В соответствии с решением задачи 538 четность системы определяется произведением четности трех функций $\psi_1(\mathbf{r}_1) \psi_2(\mathbf{r}_2) f(\mathbf{r})$, где ψ_1 — волновая функция первого пиона, ψ_2 — волновая функция второго пиона, а f — волновая функция относительного движения, $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$, где \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 — радиусы-векторы пионов. Функции ψ_1 и ψ_2 нечетные, при инверсии они меняют знак. Преобразование инверсии означает, что $\mathbf{r}_1 \rightarrow -\mathbf{r}_1$, $\mathbf{r}_2 \rightarrow -\mathbf{r}_2$, $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$. Таким образом,

$$\psi_1(\mathbf{r}_1) \rightarrow -\psi_1(-\mathbf{r}_1), \quad \psi_2(\mathbf{r}_2) \rightarrow -\psi_2(-\mathbf{r}_2).$$

Поскольку преобразование $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$ эквивалентно замене $\mathbf{r}_1 \rightarrow \mathbf{r}_2$, $\mathbf{r}_2 \rightarrow \mathbf{r}_1$, т. е. перестановке частиц, то, согласно указанию к за-

даче, $f(\mathbf{r}) = f(-\mathbf{r})$. Отсюда получаем, что волновая функция $\psi_1\psi_2f$ не меняет знака при преобразовании инверсии, следовательно, система $\pi^0 + \pi^0$ обладает положительной четностью. Эта система обладает также положительной комбинированной четностью, так как π^0 — истинно нейтральная частица.

2) Подвергнув систему $\pi^+ + \pi^-$ тем же преобразованиям, что и систему $\pi^0 + \pi^0$, мы столкнемся с единственной разницей. Замена частиц на античастицы эквивалентна перестановке местами π^+ и π^- ; преобразование инверсии, как показано выше, делает то же самое; поэтому система $\pi^+ + \pi^-$ обладает также положительной четностью и положительной комбинированной четностью.

3) Рассмотрим систему $\pi^+ + \pi^- + \pi^0$ и запишем ее волновую функцию как $\psi_{\pm}\psi_0f$, где ψ_{\pm} — волновая функция системы $\pi^+ + \pi^-$. Мы знаем, что она четная. Функция ψ_0 нейтрального пиона π^0 нечетная, а f — волновая функция движения π^0 относительно центра масс системы $\pi^+ + \pi^-$. Функция f будет четной, если момент количества движения l относительно центра масс системы равен нулю. Функция f будет нечетной, если момент $l=1$. Таким образом, состояние $\pi^+ + \pi^- + \pi^0$ — четное при $l=0$ и нечетное при $l=1$. Комбинированная четность для пионов совпадает с их четностью.

4) Система $\pi^0 + \pi^0 + \pi^0$ обладает теми же свойствами, что и система $\pi^- + \pi^+ + \pi^0$.

541. Переходы $K^0 \rightleftharpoons \bar{K}^0$ в принципе возможны по слабому взаимодействию. При таких переходах странность изменяется на две единицы, $\Delta S=2$, поэтому переходы происходят с очень малой вероятностью.

542. K^0 и \bar{K}^0 не обладают определенной комбинированной четностью, так как K^0 и \bar{K}^0 не являются истинно нейтральными частицами. При комбинированной инверсии K^0 переходит в \bar{K}^0 . Волновые функции частиц K^0 и \bar{K}^0 не связаны друг с другом простым соотношением типа $\psi_1 = \pm \psi_2$, и это означает, что волновые функции K^0 -мезона не имеют определенной (положительной или отрицательной) комбинированной четности.

543. Волновая функция $K_1 = \frac{K^0 + \bar{K}^0}{\sqrt{2}}$ обладает положительной комбинированной четностью, а $K_2 = \frac{K^0 - \bar{K}^0}{\sqrt{2}}$ — отрицатель-

ной комбинированной четностью. В знаменателе мы пишем $\sqrt{2}$ для нормировки волновых функций. Обратите внимание, что если $\psi(x)$ — произвольная функция x , то сумма $\psi(x) + \psi(-x)$ — четная

функция, а $\psi(x) - \psi(-x)$ — нечетная. При операции инверсии волновые функции испытывают следующие преобразования: $K^0 \rightarrow -K^0$, $\bar{K}^0 \rightarrow -\bar{K}^0$. При операции зарядового сопряжения (т. е. замене частиц на античастицы) преобразование функций следующее: $K^0 \rightarrow -\bar{K}^0$, $\bar{K}^0 \rightarrow -K^0$. Знак минус у функций при преобразовании зарядового сопряжения выбран нами произвольно. Если бы мы выбрали знак плюс, то выражения для K_1 и K_2 следовало бы поменять местами.

544. В задаче 543 мы нашли две функции K_1 и K_2 , составленные из волновых функций K^0 и \bar{K}^0 . Разрешая два уравнения, найдем, что $K^0 = \frac{K_1 + K_2}{\sqrt{2}}$. Вспомнив, что здесь символами K^0 ,

K_1 и K_2 [обозначены волновые функции, мы можем утверждать, что состояние, описываемое функцией K^0 , соответствует состоянию, которое с вероятностью 0,5 может быть описано волновой функцией K_1 и с вероятностью 0,5 описано функцией K_2 .

Состояние K_1 обладает положительной комбинированной четностью и может распасться на два пиона, обладающих той же комбинированной четностью.

Состояние K_2 обладает отрицательной комбинированной четностью и может распасться на три пиона. Распад на три пиона происходит за большее время, так как при этом распаде освобождается меньше кинетической энергии, чем при распаде на два пиона.

545. Объяснить это явление в рамках закона сохранения комбинированной четности невозможно. Это означает, что небольшая доля слабого взаимодействия ($\sim 0,2\%$) не сохраняет комбинированной четности.

546. В соответствии с задачей 544 волновая функция мезона $K^0 = \frac{K_1 + K_2}{\sqrt{2}}$. За время $t \gg \tau_S$ состояние K_1 распадается, и, согласно задаче 543,

$$K^0 \rightarrow \frac{K_2}{\sqrt{2}} = \frac{K^0 - \bar{K}^0}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}.$$

При прохождении через вещество \bar{K}^0 -мезоны поглощаются, а K^0 проходят, не поглощаясь (см. задачу 491). Следовательно,

$$\frac{K^0 - \bar{K}^0}{2} \rightarrow \frac{K^0}{2} = \frac{K_1 + K_2}{2\sqrt{2}}.$$

Таким образом, происходит регенерация состояния K_1 . Можно подвести баланс числа K^0 -мезонов. 50% K^0 -мезонов [распалось на два пиона через время τ_S после образования K^0 . В веществе

поглощена $1/4$ доля мезонов. В результате регенерации состояния K_1 распалась $(1/2\sqrt{2})^2 = 1/8$ доля мезонов. Оставшаяся $1/8$ доля мезонов распадается на три пиона через время τ_L . Процесс

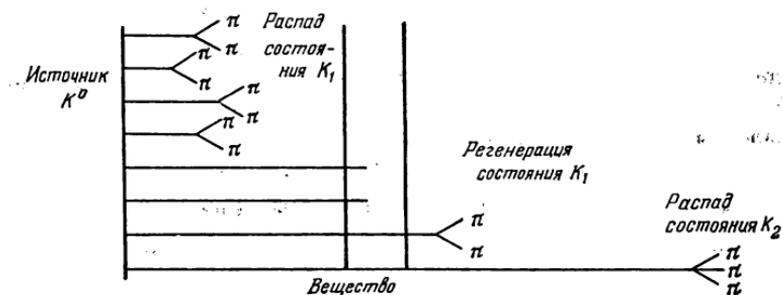


Рис. 34.

иллюстрируется рис. 34. Масштаб на рисунке невозможно сохранить, так как расстояние от источника K^0 до распада на три π должно быть в 651 раз больше, чем расстояние от источника K^0 до места распада K^0 на два π .

ПРИЛОЖЕНИЕ

Основные физические атомные и ядерные константы

Информация о физических константах приведена в соответствии с последними рекомендуемыми значениями, опубликованными в журнале «Успехи физических наук», 1975, т. 115, вып. 4, с. 623 (см. также «Таблицы физических величин», М., «Атомиздат», 1976). Значения величин даны с точностью до единицы последней значащей цифры. Аналитические выражения записаны в системе СГС.

Элементарный заряд $e = 4,8032 \cdot 10^{-10}$ ед. СГС $= 1,6022 \cdot 10^{-19}$ Кл

Постоянная Планка $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05459 \cdot 10^{-27}$ эрг·с

Скорость света $c = 2,99792458 \cdot 10^{10}$ см/с

Число Авогадро $N_A = 6,02209 \cdot 10^{23}$ моль $^{-1}$

Постоянная тонкой структуры $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137,036} = 7,29735 \cdot 10^{-3}$

Масса электрона $m_e = 9,1095 \cdot 10^{-28}$ г; $m_e c^2 = 0,51100$ МэВ

Классический радиус электрона $r_e = \frac{e^2}{m_e c^2} = 2,81794 \cdot 10^{-13}$ см

Комптоновская длина волны электрона $\lambda_e = \frac{\lambda_e}{2\pi} = \frac{\hbar}{m_e c} = 3,86159 \cdot 10^{-11}$ см

Радиус Бора $a_e = \frac{\hbar^2}{m_e e^2} = r_e \alpha^{-2} = 0,52917 \text{ \AA}$ ($1 \text{ \AA} = 10^{-8}$ см)

Магнетон Бора $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e c} = 9,2740 \cdot 10^{-21}$ эрг/Гс $= 0,578838 \cdot 10^{-14}$ МэВ/Гс

Отношение масс протона и электрона $m_p/m_e = 1836,151$

Масса протона $m_p = 1,67264 \cdot 10^{-24}$ г; $m_p c^2 = 938,28$ МэВ

1 а. е. м. (углеродная) $= 1,66056 \cdot 10^{-24}$ г $= 931,50$ МэВ

Разность масс нейтрона и протона $m_n - m_p = 1,2934$ МэВ

Комптоновская длина волны протона $\lambda_p = \frac{\hbar}{m_p c} = 2,10309 \cdot 10^{-14}$ см

Ядерный магнетон $\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p c} = 5,0508 \cdot 10^{-24}$ эрг/Гс $= 3,15245 \cdot 10^{-18}$ МэВ/Гс

Магнитный момент протона $\mu_p = 2,7927 \mu_n$

Магнитный момент нейтрона $\mu_n = -1,9131 \mu_n$

Атомное электрическое поле $E_a = \frac{e}{a_e^2} = \frac{e^5 m_e^2}{\hbar^4} = 5,14 \cdot 10^{11} \text{ В/м}$

Гравитационная постоянная $G = 6,67 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3/(\text{г} \cdot \text{с}^2)$

Газовая постоянная $R = 8,314 \cdot 10^7 \text{ эрг}/(\text{моль} \cdot \text{К})$

1 калория = 4,184 Дж

1 год = $3,1536 \cdot 10^7 \text{ с}$

1 эВ = $1,60219 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 1,60219 \cdot 10^{-12} \text{ эрг} =$

$= 2,41797 \cdot 10^{-14} \text{ Гц} = 8,0655 \cdot 10^3 \text{ см}^{-1} =$

$= 11604,9 \text{ К}$

Плотность воздуха = $1,205 \cdot 10^{-3} \text{ г/см}^3$ (при 20°C)

1 атм = 1033,2 г/см²

1 радиан = 57,29578°

$\ln 2 = 0,69315$; $\ln 10 = 2,30259$; $\lg 2 = 0,30103$;

$e = 2,71828$; $\lg e = 0,43429$; $1/e = 0,367879$

Таблица I. Давление паров воды и этилового спирта при различных температурах

Температура, °C	Давление, мм рт. ст.		Температура, °C	Давление, мм рт. ст.	
	вода	этиловый спирт		вода	этиловый спирт
35	42,188	—	5	6,54	17,70
30	31,834	78,41	4	6,01	16,62
28	28,35	70,09	3	5,68	15,69
25	23,76	59,03	2	5,29	14,60
24	22,38	55,70	1	4,92	13,65
23	21,07	52,54	0	4,58	12,73
22	19,83	49,54	-1	4,25	—
21	18,65	46,69	-2,0	3,95	—
20	17,54	44,00	-2,8	—	9,49
19	16,48	41,45	-3,0	3,67	—
18	15,48	39,05	-4,0	3,40	—
17	14,53	36,77	-5,0	3,16	—
16	13,64	34,62	-6,0	2,93	—
15	12,79	32,60	-7,0	2,71	—
14	11,99	30,69	-8,0	2,51	—
13	11,23	28,89	-9,0	2,32	—
12	10,52	27,19	-10,0	2,14	6,47
11	9,84	25,59	-10,6	—	5,20
10	9,21	24,08	-11,0	1,98	—
9	8,61	22,66	-12,0	1,83	—
8	8,05	21,31	-13,0	1,68	—
7	7,51	20,04	-16,5	—	3,23
6	7,01	18,84	-24,5	—	1,72

Таблица II. — $\left(\frac{d\mathcal{E}}{dx}\right)_{\text{ион}} = f\left(\frac{\beta}{(1-\beta^2)^{1/2}}\right)$

$\frac{\beta}{(1-\beta^2)^{1/2}}$	$f, 10^3 \text{ эВ на пути в } 1 \text{ см в воздухе}$	$\frac{\beta}{(1-\beta^2)^{1/2}}$	$f, 10^3 \text{ эВ на пути в } 1 \text{ см в воздухе}$
0,126	45,2	0,894	3,28
0,18	25,9	1,15	2,83
0,255	14,8	1,39	2,69
0,315	10,8	1,61	2,52
0,366	8,7	2,68	2,41
0,411	7,4	4,74	2,49
0,60	4,63		

Таблица III. Значения $\frac{Rm}{M} = g$ как функция от $\frac{\beta}{(1-\beta^2)^{1/2}}$
(R — пробег частиц)

$\frac{\beta}{(1-\beta^2)^{1/2}}$	$g\left(\frac{\beta}{(1-\beta^2)^{1/2}}\right), 10^{-2}$ на пути в 1 см в воздухе при нормальных условиях	$\frac{\beta}{(1-\beta^2)^{1/2}}$	$g\left(\frac{\beta}{(1-\beta^2)^{1/2}}\right), 10^{-2}$ на пути в 1 см в воздухе при нормальных условиях
0,02	0,05	0,18	12,35
0,04	0,10	0,25	21,00
0,06	0,275	0,30	41
0,08	0,70	0,35	61
0,10	1,60	0,40	102
0,12	3,0	0,45	183
0,14	5,25	0,50	265
0,16	8,40		

Таблица IV. Соотношение пробег — энергия для частиц в эмульсии

Пробег, мкм	Энергия, МэВ				Пробег, мкм	Энергия, МэВ			
	p	d	t	α		p	d	t	α
5	0,47	0,58	0,63	1,50	60	2,60	3,37	3,80	10,30
10	0,78	0,98	1,10	2,84	70	2,88	3,79	4,20	11,35
20	1,26	1,60	1,82	4,86	80	3,10	4,05	4,60	12,35
30	1,66	2,10	2,40	6,47	90	3,35	4,35	5,00	13,25
40	2,00	2,55	2,89	7,85	100	3,60	4,65	5,30	14,23
50	2,32	2,97	3,37	9,10	150	4,60	6,00	7,00	18,15

Таблица V. Значения $\frac{d(Hr)}{dx}$ в свинце как функция от $\frac{\beta}{(1-\beta^2)^{1/2}}$

$\frac{\beta}{(1-\beta^2)^{1/2}}$	β	$\frac{d(Hr)}{dx}$, $10^5 \cdot \text{Э} \cdot \text{см}$ на 1 см свинца	$\frac{\beta}{(1-\beta^2)^{1/2}}$	β	$\frac{d(Hr)}{dx}$, $10^5 \cdot \text{Э} \cdot \text{см}$ на 1 см свинца
0,3	0,288	8,33	1,0	0,706	0,80
0,4	0,372	4,33	1,1	0,739	0,72
0,5	0,449	2,71	1,2	0,768	0,67
0,6	0,515	1,91	1,3	0,793	0,62
0,7	0,574	1,45	1,4	0,814	0,56
0,8	0,625	1,15	1,5	0,832	0,545
0,9	0,667	0,94	1,6	0,848	0,543
			1,8	0,874	0,542

Таблица VI. Массы нейтральных атомов (в углеродных а. е. м. за вычетом энергии связи электронов)

n_0^1	1,00866527	He ⁴	4,0026033	Be ⁸	8,0053052
H ¹	1,00782522	Li ⁶	6,0151232	Be ⁹	9,0121829
H ²	2,01410222	Li ⁷	7,0160044	B ¹⁰	10,0129385
H ³	3,01604971	Li ⁸	8,0224874	C ¹²	12,0000000
He ³	3,01602968	Be ⁷	7,0169295		

Таблица VII. Радиоактивное семейство урана — радия

Название элемента	Z	A	Вид распада	Период полураспада	Энергия частиц, МэВ	
Уран	UI	92	238	α	$4,5 \cdot 10^9$ лет	4,21
	UX ₁	90	234	β	24 дня	0,13
	UX ₂	91	234	β	1,14 мин	2,32
Уран	UII	92	234	α	$2,48 \cdot 10^5$ лет	4,75
Ионий	Io	90	230	α	$8,3 \cdot 10^4$ лет	4,66
Радий	Ra	88	226	α	1602 года	4,79
Радон	Rn	86	222	α	3,82 дня	5,49
	RaA	84	218	α	3 мин	6,00
	RaB	82	214	β	26,8 мин	0,65
	RaC	83	214	β (99,96%) α (0,04%)	19,7 мин	3,2 5,5
	RaC''	84	214	α	$1,5 \cdot 10^{-4}$ с	7,68
	RaC'	81	210	β	1,3 мин	1,80
	RaD	82	210	β	22 года	0,025
	RaE	83	210	β	5 дней	1,17
Полоний	Po	84	210	α	140 дней	5,30
Свинец	Pb	82	206	устойчивый		

Таблица VIII. Элементарные частицы

Эта таблица не претендует на полноту, а носит учебный, вспомогательный характер.

Лептоны (спин 1/2)

Наименование частицы	Символ	Масса, МэВ	Время жизни, с
Электронное нейтрино	ν_e	0	∞
Мюонное нейтрино	ν_μ	0	∞
Тау-нейтрино]	ν_τ	0	∞
Электрон, позитрон	e^\pm	0,51100	∞
Мюон	μ^\pm	105,659	$2,2 \cdot 10^{-6}$
Тау	τ^\pm	1782^{+8}_{-4}	$3,5 \cdot 10^{-12}$

Барионный октет (спин 1/2)

Наименование	Символ	Масса, МэВ	Время жизни, с	Странность	Изо-спин
Протон	p	938,28	∞	0	1/2
Нейтрон	n	939,57	918 ± 14	0	1/2
Ламбда	Λ	1115,60	$2,6 \cdot 10^{-10}$	-1	0
Сигма-плюс	Σ^+	1189,37	$0,80 \cdot 10^{-10}$	-1	1
Сигма-минус	Σ^-	1197,35	$1,48 \cdot 10^{-10}$	-1	1
Сигма-нуль	Σ^0	1192,48	$< 10^{-14}$	-1	1
Кси-нуль	Ξ^0	1314,9	$2,96 \cdot 10^{-10}$	-2	1/2
Кси-минус	Ξ^-	1321,29	$1,65 \cdot 10^{-10}$	-2	1/2

Барионный декуплет (спин 3/2)

Символ	Масса, МэВ	Ширина резонанса, МэВ	Время жизни, с	Странность	Изо-спин
$\Delta^-, \Delta^0, \Delta^+, \Delta^{++}$	$1236 \pm 0,55$	120 ± 2	$5,5 \cdot 10^{-24}$	0	3/2
$\Sigma^{*-}, \Sigma^{*0}, \Sigma^{*+}$	1385	40	$1,64 \cdot 10^{-23}$	-1	1
Σ^{*+}	1383 ± 1	35 ± 2	$1,9 \cdot 10^{-23}$	-1	1
Σ^{*-}	$1387 \pm 1,2$	42 ± 5	$1,6 \cdot 10^{-23}$	-1	1
Σ^{*0}	$1531,8 \pm 0,3$	$9,1 \pm 0,5$	$7,2 \cdot 10^{-23}$	-2	1/2
Ξ^{*-}	$1,535,1 \pm 0,7$	$10,6 \pm 2,6$	$6,4 \cdot 10^{-23}$	-2	1/2
Ω^-	$1,672,2 \pm 0,4$		$(0,82 \pm 0,06) \cdot 10^{-10}$	-3	0

Мезонный октет (спин 0)

Символ	Масса, МэВ	Время жизни, с	Странность	Изо-спин
π^\pm	139,56	$2,60 \cdot 10^{-8}$	0	1
π^0	134,96	$(0,84 \pm 0,1) \cdot 10^{-16}$	0	1
$K^+ \}$	493,7	$\} 1,23 \cdot 10^{-8}$	1	1/2
$K^- \}$			-1	1/2
$K^0 \}$	497,7	$\} 0,88 \cdot 10^{-10}$	1	1/2
$\bar{K}^0 \}$			-1	1/2
η	548,8	$2,50^{+0,71}_{-0,45} \cdot 10^{-19}$	0	0

Экзотические частицы

Название частицы	Символ	Масса, МэВ	Ширина резонанса или время жизни	Кварковый состав	Странность	Очарование	Красота
Чармоний	J/ψ	3098	69 ± 7 кэВ	(c \bar{c})	0	0	0
	ψ'	3684	220 кэВ	(c \bar{c})	0	0	0
	ψ''	4100	150 МэВ	(c \bar{c})	0	0	0
Очарованные частицы	D ⁰	1863 ± 1	10 ⁻¹³ с	(c \bar{u})	0	1	0
	D ⁺	1868 ± 1	10 ⁻¹³ с	(c \bar{d})	0	1	0
	F ⁺	2030 ± 60	10 ⁻¹³ с	(c \bar{s})	1	1	0
Ипсилон	Υ	9460 ± 10	25 кэВ	(b \bar{b})	0	0	0
	Υ'	10016 ± 20	50 кэВ	(b \bar{b})	0	0	0
	Υ''	10380		(b \bar{b})	0	0	0
В-частицы (красивые частицы)	B	5300	10 ⁻¹⁴ с	(b \bar{u})	0	0	0
				(b \bar{d})	0	0	1
				(b \bar{s})	1	0	1
				(b \bar{c})	0	-1	1

Кварки (спин 1/2)

Символ	Барионный заряд	Гиперзаряд	Электрический заряд	Странность	Очарование	Красота
u	1/3	1/3	+2/3	0	0	0
d	1/3	1/3	-1/3	0	0	0
s	1/3	-2/3	-1/3	-1	0	0
c	1/3	4/3	+2/3	0	1	0
b	1/3	-2/3	-1/3	0	0	1

Примечание. У антикварков все приведенные в таблице числа изменяют знак на противоположный.

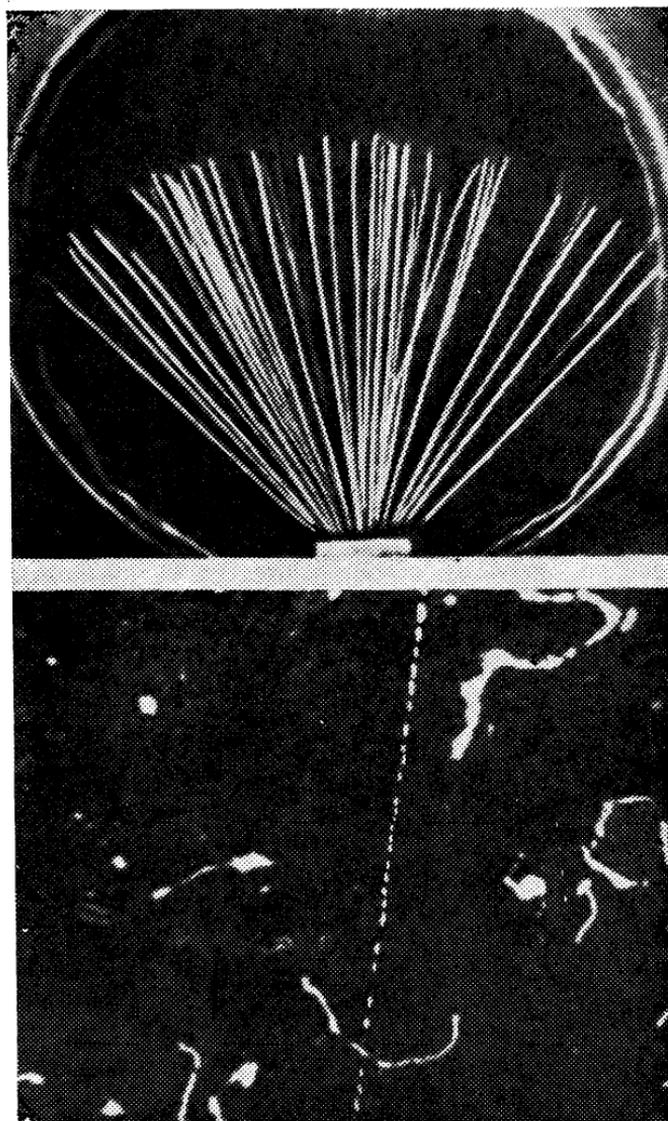


Рис. 1.

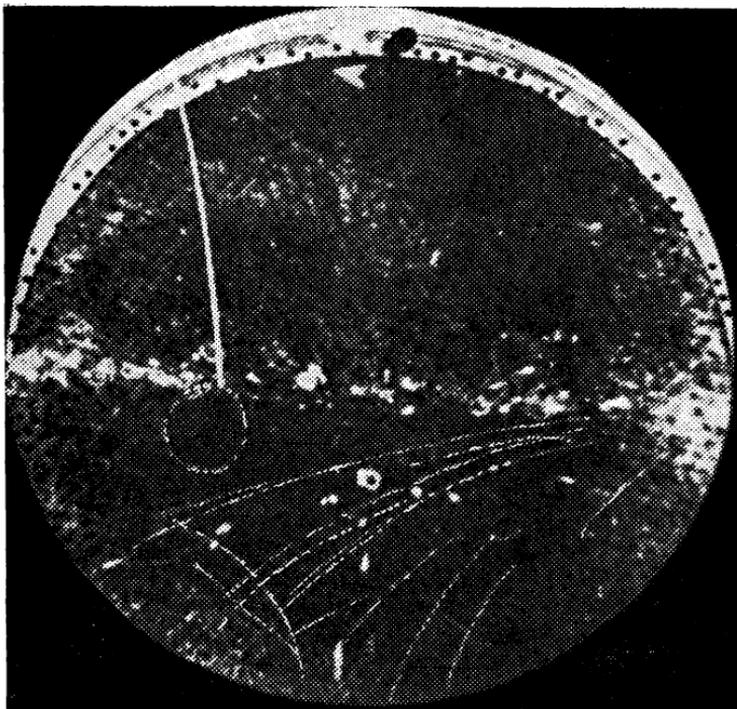


Рис. III.

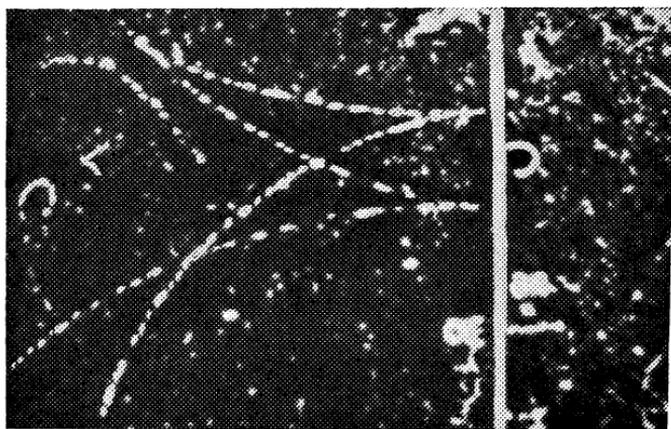


Рис. II.

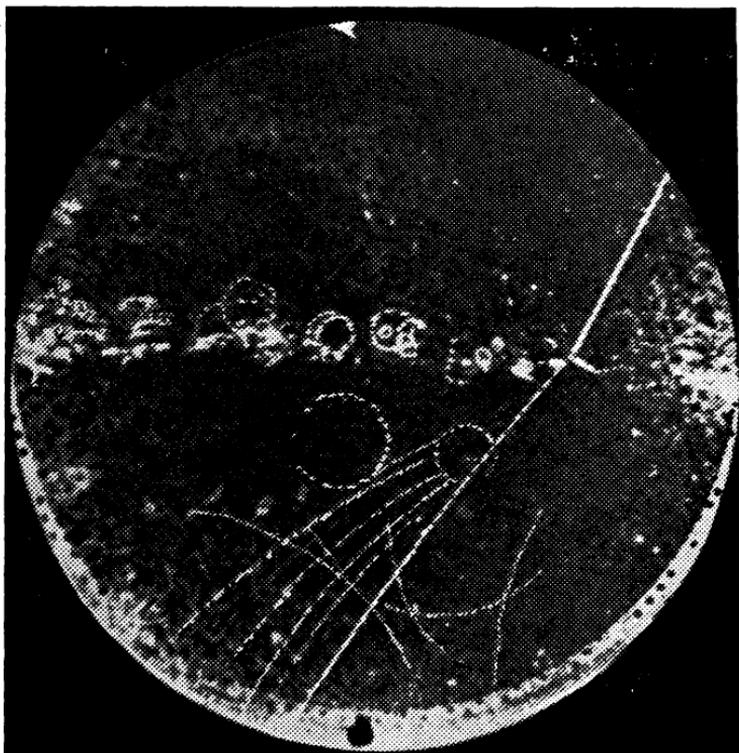


Рис. IV.

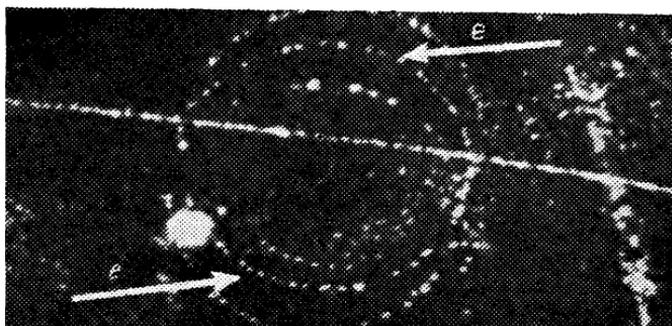


Рис. V.

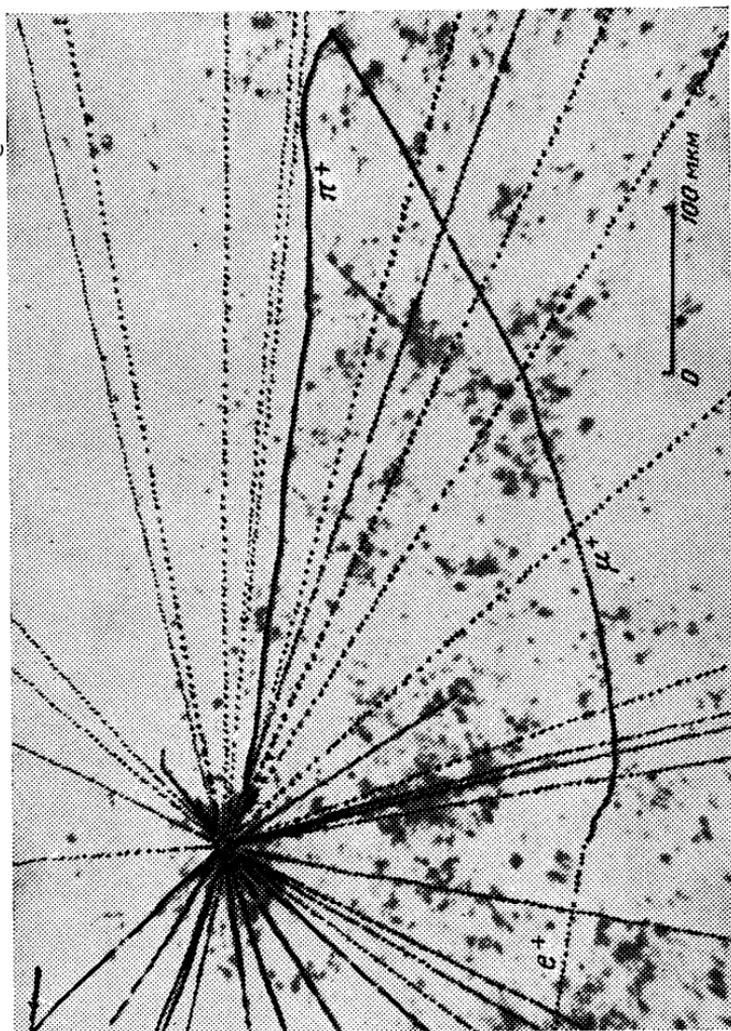


Рис. VI.

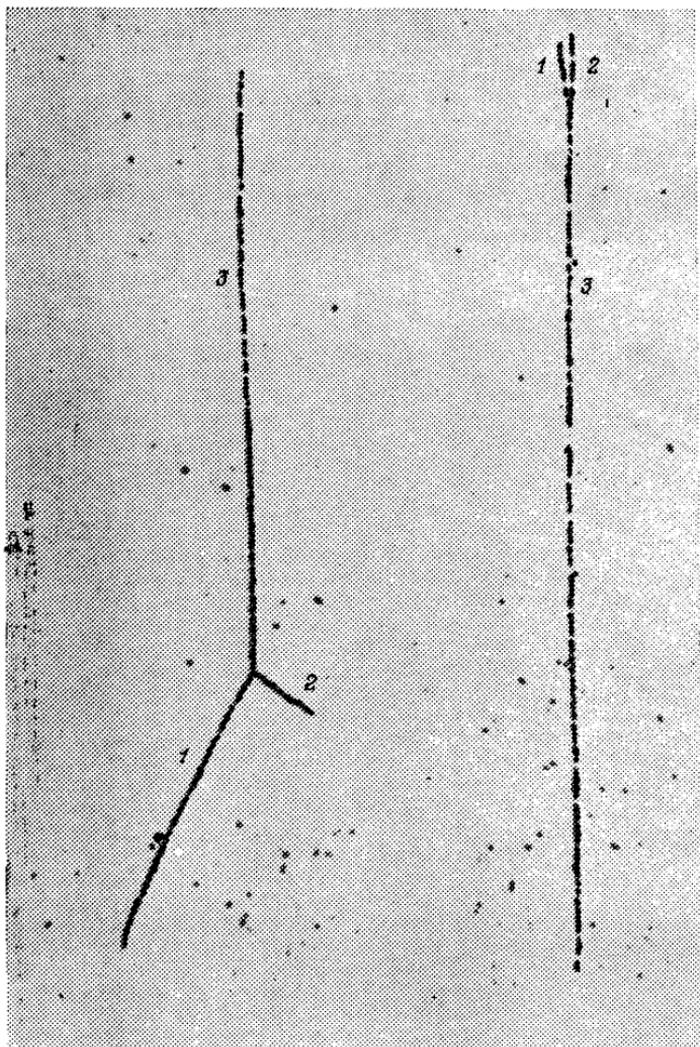


Рис. VII.

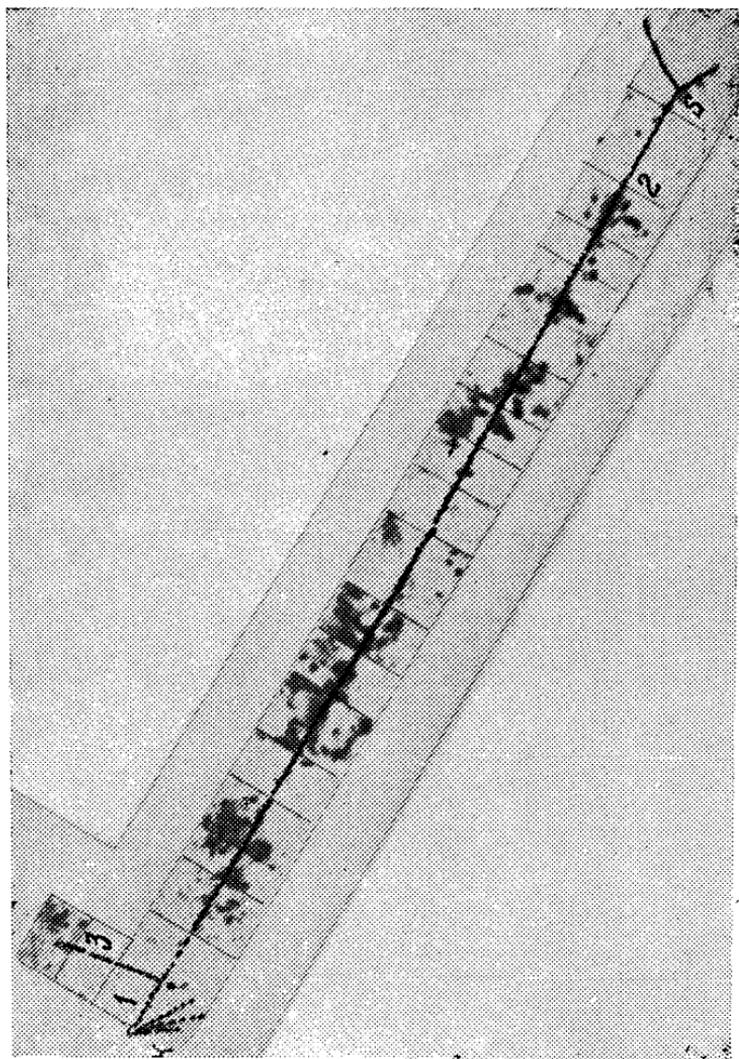


Рис. VIII.

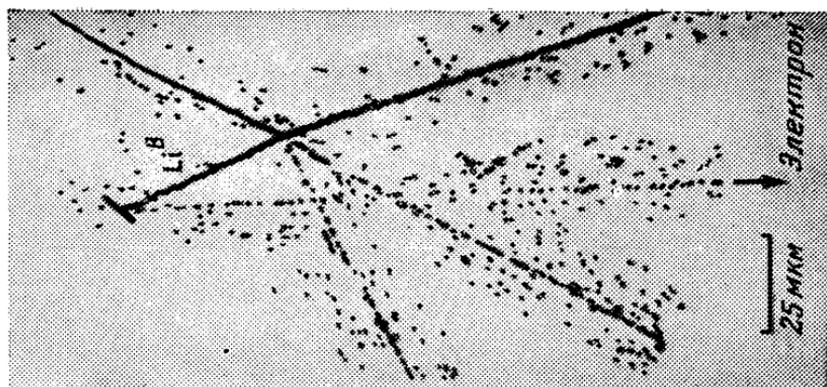


Рис. IX.

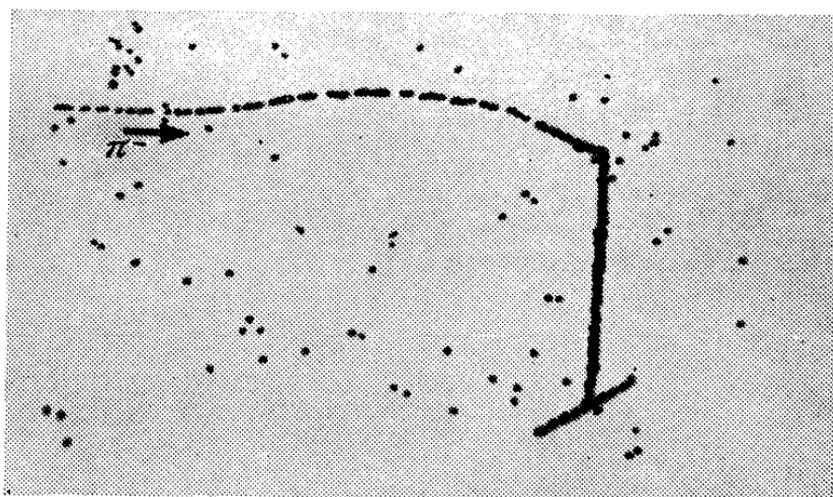


Рис. X.

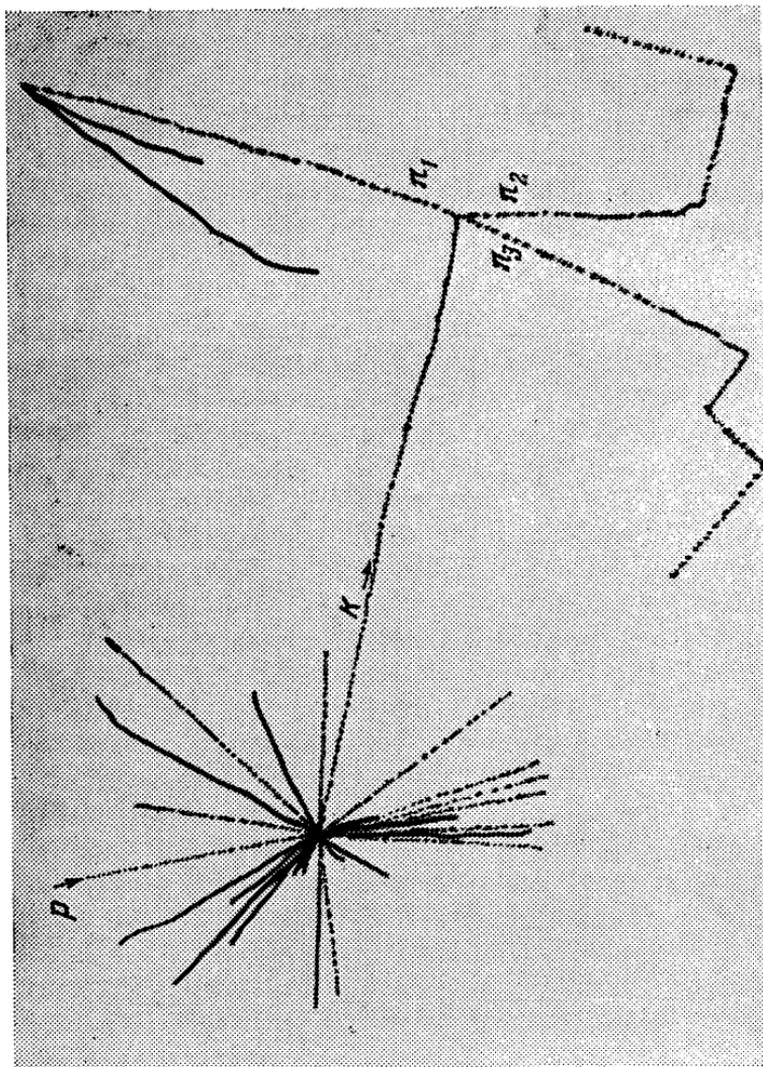


Рис. XI.

ПЕРИОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА

Пе- риод	Ряд	Группы							
		I	II	III	IV	V			
1	1	H 1,00797 водород	1						
2	2	Li 6,939 литий	Be 9,0122 бериллий	B 10,811 бор	C 12,01115 углерод	N 14,0067 азот			
3	3	Na 22,9898 натрий	Mg 24,31 магний	Al 26,9815 алюминий	Si 28,086 кремний	P 30,9738 фосфор			
4	4	K 39,102 калий	Ca 40,08 кальций	21 44,956 скандий	Sc 44,956 скандий	22 47,90 титан	Ti 47,90 титан	23 50,942 ванадий	
	5	29 63,546 медь	Cu 63,546 медь	30 65,37 цинк	Zn 65,37 цинк	31 69,72 галлий	Ga 69,72 галлий	32 72,59 германий	Ge 72,59 германий
5	6	Rb 85,47 рубидий	Sr 87,62 стронций	39 88,905 иттрий	Y 88,905 иттрий	40 91,22 цирконий	Zr 91,22 цирконий	41 92,906 ниобий	Nb 92,906 ниобий
	7	47 107,868 серебро	Ag 107,868 серебро	48 112,40 кадмий	Cd 112,40 кадмий	49 114,82 индий	In 114,82 индий	50 118,69 олово	Sn 118,69 олово
6	8	Cs 132,905 цезий	Ba 137,34 барий	57 138,91 лантан	La 138,91 лантан	72 178,49 гафний	Hf 178,49 гафний	73 180,95 тантал	Ta 180,95 тантал
	9	79 196,967 золото	Au 196,967 золото	80 200,59 ртуть	Hg 200,59 ртуть	81 204,37 таллий	Tl 204,37 таллий	82 207,19 свинец	Pb 207,19 свинец
7	10	Fr (223) франций	Ra (226) радий	89 (227) актиний	Ac (227) актиний	104 (260) курчатовий	Ku (260) курчатовий		

* Лантаноиды

58 140,12 церий	Ce 140,12 церий	59 140,91 празеодим	Pr 140,91 празеодим	60 144,24 неодим	Nd 144,24 неодим	61 (145) прометий	Pm (145) прометий	62 150,35 самарий	Sm 150,35 самарий	63 151,96 европий	Eu 151,96 европий	64 157,25 гадолиний	Gd 157,25 гадолиний
65 158,92 тербий	Tb 158,92 тербий	66 162,50 диспрозий	Dy 162,50 диспрозий	67 164,93 гольмий	Ho 164,93 гольмий	68 167,26 эрбий	Er 167,26 эрбий	69 168,93 тулий	Tm 168,93 тулий	70 173,04 иттербий	Yb 173,04 иттербий	71 174,97 лютеций	Lu 174,97 лютеций

Целое число в скобках—массовое число наиболее устойчивого радиоизотопа.

ХИМИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ

элементов						
VI	VII	VIII			0	
					He 2 4,0026 гелий	
O 8 15,9994 кислород	F 9 18,9984 фтор				Ne 10 20,183 неон	
S 16 32,064 сера	Cl 17 35,453 хлор				Ar 18 39,948 аргон	
24 Cr 51,996 хром	25 Mn 54,938 марганец	26 Fe 55,847 железо	27 Co 58,933 кобальт	28 Ni 58,71 никель		
Se 34 78,96 селен	Br 35 79,90 бром				Kr 36 83,80 криптон	
42 Mo 95,94 молибден	43 Tc (99) технеций	44 Ru 101,07 рутений	45 Rh 102,905 родий	46 Pd 106,4 палладий		
Te 52 127,60 теллур	I 53 126,904 йод				Xe 54 131,30 ксенон	
74 W 183,85 вольфрам	75 Re 186,2 рений	76 Os 190,2 осмий	77 Ir 192,2 иридий	78 Pt 195,09 платина		
Po 84 (210) полоний	At 85 (210) астат				Rn 86 (222) радон	

** Актиноиды

90 Th 232,038 торий	91 Pa (231) протактиний	92 U 238,03 уран	93 N (237) нептуний	94 Pu (242) плутоний	95 Am (243) америций	96 Cm (247) кюрий
97 Bk (247) берклий	98 Cf (249) калифорний	99 Es (254) эйнштейний	100 Fm (253) фермий	101 Md (256) менделевий	102 (No) (256) (нобелий)	103 Lr (257) лоуренсий

*Виталий Лазаревич Гинзбург,
Лев Михайлович Левин,
Матвей Самсонович Рабинович,
Дмитрий Васильевич Сивухин*

**СБОРНИК ЗАДАЧ
ПО ОБЩЕМУ КУРСУ ФИЗИКИ**

**Атомная физика
Физика ядра и элементарных частиц**

М., 1981 г., 224 стр. с илл.

Редакторы *Д. А. Миртова, Н. А. Михалина*
Технический редактор *Е. В. Морозова*
Корректор *Т. А. Плетьева*
ИБ № 11706

Сдано в набор 22.07.80. Подписано к печати
24.12.80. Т-20643. Бумага 84×108¹/₃₂, тип. № 2.
Литературная гарнитура. Высокая печать.
Условн. печ. л. 11,76. Уч.-изд. л. 12,6. Тираж
20 000 экз. Заказ № 1909. Цена книги 45 коп.

Издательство «Наука»
Главная редакция
физико-математической литературы
117071, Москва, В-71, Ленинский проспект, 15

Ордена Октябрьской Революции и ордена Трудового Красного Знамени Первая Образцовая типография имени А. А. Жданова Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. Москва, М-54, Валовая, 28

Отпечатано в типографии № 2 изд-ва «Наука», Москва, Г-99 Шубинский пер., 10 Зак. 48

